

数学 I・A 第 3 問〔2〕

(1) 2回投げて持ち点が -2 点になるのは、2回とも裏が出る場合であるから、その確率は

$$\text{は} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\text{ウ}1}{\text{エ}4}$$

2回投げて持ち点が 1 点になるのは、表がちょうど 1 回出る場合であるから、その確率は

$$\text{は} \quad {}_2C_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\text{オ}1}{\text{カ}2}$$

(2) 持ち点が再び 0 点になりうるのは、 ${}^{\text{キ}}3$ 回投げ終わったときである。

3回投げて持ち点が 0 点になるのは、表がちょうど 1 回出る場合であるから、その確率は

$$\text{は} \quad {}_3C_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\text{ク}3}{\text{ケ}8}$$

(3) ゲームが終了した時点で持ち点が 4 点であるのは、持ち点が再び 0 点にならない場合、すなわち 5 回投げ終わった時点でゲームが終了する場合で、かつ 5 回のうち表がちょうど 3 回出る場合である。

(2) より、 3 回投げ終わった時点で表がちょうど 1 回出た場合、その時点でゲームが終了してしまうから、その場合を除いた次の 2 つの場合を考える。

[1] $1 \sim 3$ 回目で表がちょうど 2 回出て、 $4 \sim 5$ 回目で表がちょうど 1 回出る

[2] $1 \sim 3$ 回目はすべて表が出て、 $4 \sim 5$ 回目はともに裏が出る

$$\text{[1] の確率は} \quad {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \times {}_2C_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{32} \quad \text{[2] の確率は} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{32}$$

$$\text{よって、求める確率は} \quad \frac{6}{32} + \frac{1}{32} = \frac{\text{コ}7}{\text{サン}32}$$

(4) ゲームが終了した時点で持ち点が 4 点で、かつ 2 回投げ終わった時点で持ち点が 1 点であるのは、 $1 \sim 2$ 回目で表がちょうど 1 回出て、 3 回目は表が出て、 $4 \sim 5$ 回目で表

$$\text{がちょうど} \quad 1 \text{ 回出る場合であるから、その確率は} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\text{よって、求める確率は} \quad \frac{1}{8} \div \frac{7}{32} = \frac{\text{セ}4}{\text{ソ}7}$$

別解 表が出ることを「○」、裏が出ることを「×」で表す。

(3) ゲームが終了した時点で持ち点が 4 点となる場合をすべて書き出すと、右のようになる。

1 2 3 4 5
○○○×× …… A

それぞれの事象が起こる確率は、すべて $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$

○○×○× …… B

○○××○ …… C

よって、求める確率は $7 \times \frac{1}{32} = \frac{\text{ソ}7}{\text{サン}32}$

○×○○× …… D

○×○×○ …… E

(4) ゲームが終了した時点で持ち点が 4 点であるとき、 2 回投げ終わって持ち点が 1 点であるのは、A \sim G の 7 つの場合のうち、D \sim G の 4 つの場合である。

×○○○× …… F

×○○×○ …… G

$$\text{よって、求める確率は} \quad \frac{\text{ソ}4}{\text{セ}7}$$