

数学 I・A 第 1 問 [1]

(1) 直線 $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きが負となるとき

$$a^2 - 2a - 8 < 0$$

すなわち $(a + 2)(a - 4) < 0$

よって $-2 < a < 4$

(2) 直線 l は点 $(b, 0)$ を通るから $0 = (a^2 - 2a - 8)b + a$

すなわち $(a^2 - 2a - 8)b = -a$

$a^2 - 2a - 8 \neq 0$ であるから $b = \frac{-a}{a^2 - 2a - 8}$

[1] $a > 0$ の場合

$-a < 0$ であるから、 $b > 0$ となるのは $a^2 - 2a - 8 < 0$ のときである。

これを解くと $-2 < a < 4$

$a > 0$ であるから $0 < a < 4$

[2] $a \leq 0$ の場合

$-a \geq 0$ であるから、 $b > 0$ となるのは $a^2 - 2a - 8 > 0$ のときである。

これを解くと $a < -2, 4 < a$

$a \leq 0$ であるから $a < -2$

また、 $a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = \frac{-\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} - 8} = \frac{\sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(5 - 2\sqrt{3})}{(5 + 2\sqrt{3})(5 - 2\sqrt{3})} = \frac{5\sqrt{3} - 6}{13}$$