

数学 I・A 第 1 問 [2]

$$\bar{p} : x \neq 1, \quad \bar{q} : x^2 \neq 1$$

(1) 命題「 $\bar{q} \Rightarrow p$ 」は偽。(反例) $x = -1$

命題「 $p \Rightarrow q$ 」は真。

よって、 q は p であるための必要条件だが十分条件でない。 (ヶ ①)

命題「 $\bar{p} \Rightarrow q$ 」は偽。(反例) $x = 2$

命題「 $q \Rightarrow \bar{p}$ 」は偽。(反例) $x = 1$

よって、 \bar{p} は q であるための必要条件でも十分条件でもない。 (ヶ ②)

命題「 $(p \text{ または } \bar{q}) \Rightarrow q$ 」は偽。(反例) $x = 2$

命題「 $q \Rightarrow (p \text{ または } \bar{q})$ 」は偽。(反例) $x = -1$

よって、 $(p \text{ または } \bar{q})$ は q であるための必要条件でも十分条件でもない。 (ヶ ③)

$$(\bar{p} \text{ かつ } q) \Leftrightarrow (x \neq 1 \text{ かつ } x^2 = 1) \Leftrightarrow x = -1$$

ゆえに、命題「 $(\bar{p} \text{ かつ } q) \Rightarrow q$ 」は真。

命題「 $q \Rightarrow (\bar{p} \text{ かつ } q)$ 」は偽。(反例) $x = 1$

よって、 $(\bar{p} \text{ かつ } q)$ は q であるための十分条件だが必要条件でない。 (ヶ ④)

(2) $(p \text{ かつ } q) \Leftrightarrow (x = 1 \text{ かつ } x^2 = 1) \Leftrightarrow x = 1$

ゆえに、命題 A 「 $(p \text{ かつ } q) \Rightarrow r$ 」は真。

命題 B 「 $q \Rightarrow r$ 」は偽。(反例) $x = -1$

命題 C の対偶は、「 $p \Rightarrow q$ 」である。

(1) より、対偶が真であるから、命題 C 「 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ 」も真である。

よって (ヶ ⑤)