

数学 ・ A 第 4 問

出た目の数が 5, 6 の場合を \times で表すことにする。

(1) 文字の列が AAA となるのは, 3 回とも 1 または 2 の目が出るときであるから

$$2^3 = {}^A8 \text{ 通り}$$

文字の列が AB となるのは $\times \rightarrow A \rightarrow B$ の場合であり, 1 回目に 5 または 6, 2 回目に 1 または 2, 3 回目に 3 または 4 の目が出るときであるから

$$2 \times 2 \times 2 = {}^18 \text{ 通り}$$

(2) (1 回目) \rightarrow (2 回目) \rightarrow (3 回目) そのときにできる
文字の列

のようにすべての場合を書き並べると, 次の 27 通りあり, これらは同様に確からしい。

$A \rightarrow A \rightarrow A$ AAA	$B \rightarrow A \rightarrow A$ BAA	$\times \rightarrow A \rightarrow A$ AA
$A \rightarrow A \rightarrow B$ AAB	$B \rightarrow A \rightarrow B$ BAB	$\times \rightarrow A \rightarrow B$ AB
$A \rightarrow A \rightarrow \times$ A	$B \rightarrow A \rightarrow \times$ B	$\times \rightarrow A \rightarrow \times$
$A \rightarrow B \rightarrow A$ ABA	$B \rightarrow B \rightarrow A$ BBA	$\times \rightarrow B \rightarrow A$ BA
$A \rightarrow B \rightarrow B$ ABB	$B \rightarrow B \rightarrow B$ BBB	$\times \rightarrow B \rightarrow B$ BB
$A \rightarrow B \rightarrow \times$ A	$B \rightarrow B \rightarrow \times$ B	$\times \rightarrow B \rightarrow \times$
$A \rightarrow \times \rightarrow A$ A	$B \rightarrow \times \rightarrow A$ A	$\times \rightarrow \times \rightarrow A$ A
$A \rightarrow \times \rightarrow B$ B	$B \rightarrow \times \rightarrow B$ B	$\times \rightarrow \times \rightarrow B$ B
$A \rightarrow \times \rightarrow \times$ 	$B \rightarrow \times \rightarrow \times$ 	$\times \rightarrow \times \rightarrow \times$

文字の列が A となる場合は 5 通りあるから, その確率は $\frac{\text{ウ}5}{\text{エオ}27}$

何も書かれていない文字の列となる場合は 5 通りあるから, その確率は $\frac{\text{カ}5}{\text{キク}27}$

(3) 文字の列の字数が 3 となる場合は 8 通りあるから, その確率は $\frac{\text{ケ}8}{\text{コサ}27}$

文字の列の字数が 2 となる場合は 4 通りあるから, その確率は $\frac{\text{シ}4}{\text{スセ}27}$

文字の列の字数が 1 となる場合は 10 通りあるから, その確率は $\frac{10}{27}$

よって, 文字の列の字数の期待値は $0 \times \frac{5}{27} + 1 \times \frac{10}{27} + 2 \times \frac{4}{27} + 3 \times \frac{8}{27} = \frac{\text{ソタ}14}{\text{チ}9}$