

数学I・A 第1問 [2]

(1) 条件 p の否定 \bar{p} は

\bar{p} : a, b の少なくとも一方は無理数である

よって $\ast\textcircled{3}$

(2) 条件「 q かつ r 」は次のようになる。

「 q かつ r 」: $a+b, ab, \frac{a}{b}$ はすべて有理数である

命題「 q かつ $r \Rightarrow p$ 」において, $a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$ は反例である。

$$(a+b=0, ab=-2, \frac{a}{b}=-1)$$

よって, この命題は偽である。

また, 命題「 $p \Rightarrow$ 「 q かつ r 」」において, a, b がともに有理数であるとき, $a+b, ab, \frac{a}{b}$ はすべて有理数であるから, この命題は真である。

以上から, 条件「 q かつ r 」は条件 p が成り立つための必要条件であるが十分条件ではない。

したがって $\ast\textcircled{1}$

(3) 命題「 $p \Rightarrow q$ 」において, a, b がともに有理数であるとき, $a+b, ab$ は有理数であるから, 「 $p \Rightarrow q$ 」は真である。

命題「 $p \Rightarrow q$ 」の逆「 $q \Rightarrow p$ 」は偽である。

(反例: $a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$)

命題「 $p \Rightarrow q$ 」が真であるから, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶「 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ 」も真である。

したがって $\ast\textcircled{2}$