

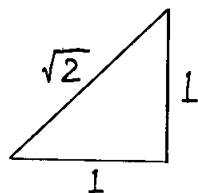
数学I・A 第1問 [2]

- (1) 8個の頂点から相異なる3点を選ぶと三角形が1個できるから、全部で
 ${}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = {}^8P_3 = 56$ 個できる。

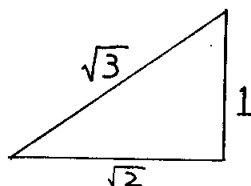
次に、互いに合同でない三角形について考える。

立方体と2辺を共有する三角形は図[1]の1種類、1辺だけを共有する三角形は図[2]の1種類、1辺も共有しない三角形は図[3]の1種類である。
 よって、全部で3種類ある。

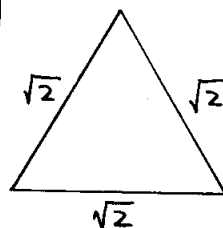
[1]



[2]



[3]

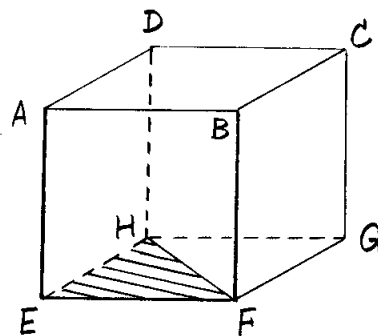


- (2) $\triangle ABC$ と合同になるのは上の図[1]

の場合である。

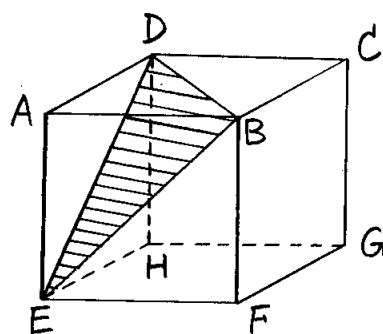
このような三角形は右の図のような
 場合で、1つの面に対して4通りある
 から $4 \times 6 = 24$ (通り)

よって、求める確率は $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$



また、正三角形になるのは右の図のよ
 うな場合で、正三角形を三角形 A-BDE
 の底面と考えると、全部で7頂点の個
 数だけ得られるから 8通り

よって、求める確率は $\frac{8}{56} = \frac{1}{7}$



- (3) (2) から、図[2]のような三角形になる確率は $1 - \frac{3}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$

また、図[1]の三角形の面積は $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$

図[2]の三角形の面積は $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

図[3]の三角形の面積は $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

したがって、求める期待値は

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{7} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{14}$$