

3D プリンターを用いた教材開発の可能性

しのぶ ともあき
信夫 智彰

1. はじめに

道具は行為、思考を変えます。本稿では 3D プリンター（以下 3DP）を用いた教材開発をテーマに、5 つの事例からその可能性をお話ししてみたいと思います。

3DP は、他の造形方法と比較して精密性、再現性、強度等の点で利点が見いだせる道具です。そのような道具を用いた教材、授業開発の経験は、行為、思考可能性を広げ、教師の専門性向上につながられる可能性があります。例えば、ある図形教材を思いついたときに「でも、つくるのが大変だな」と考えるのか、「3DP を使えば正確につくれるかも」「全員に配布できるかも」と考えるのかでは、教師の行為可能性が異なります。そして、実際に造形された教材によって子どもたちの行為や気づきに変化を生じさせることができれば、それは 3DP という道具がもたらした授業改善としても評価できます。

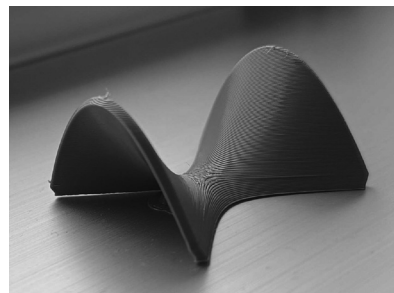


図1 3DPで製作した教具

Ulbrich ら (2024) は、数学教員養成課程の学生を対象に 3DP を用いた教材開発の授業を行い、幾何学のみならず解析学、代数学、確率統計といった分野においても 3D 化が概念理解や空間的推論、問題解決能力の向上に有効であることを報告しています。こうした先行研究や筆者自身の実践からも、3DP を用いた教材開発には、数学の学びを豊かにし、教師の思考や授業デザインを拡張する可能性があると考えられます。本稿では、実際に 3DP を用いて開発した数学教材の具体例を紹介し、3DP がどのように生徒や教師の行為、思考を変え得るのか、その可能性を共有したいと思います。もちろん、3DP が手元にない場合でも、「3DP で教材をつくることで、どのような問いや操作が生まれるのか」という視点で読んでいただければと思います。

2. 3D プリンターについて

3DP とは、デジタルで作成した 3D モデルを、材料を一層ずつ積み重ねて立体物として造形する装置です。「削る」「型に流す」加工とは異なり、材料を積み上げていくことで複雑な形状を簡単に造形できる点が特徴です。教育現場でよく使われる木材や紙、発泡スチロール等を使った造形に比べて優位な点はいくつかありますが、特に数学の教材開発においては以下の 3 点を強調したいと思います。



図2 3D プリンター

- ①精密性：3DP は高い精度で造形できます。放物線や楕円といった曲線はもちろん、図1のような鞍型曲面 (saddle surface) のような複雑な数学的形状も正確に造形できます。精密な造形が可能であるため、「ぴったり重なる」「同じ形である」といった数学的な気づきを得やすい点も有効です。
- ②再現性：3DP は同じものを何度も造形することができます。そのため、生徒全員に同じ教材、教具を配布し、観察、操作させることが可能になります。
- ③強度：3DP で造形した教材は、教育現場での繰り返し使用に耐える十分な強度を持ちます。多少落とした程度では破損しにくく、通常の使用ではゆがみやへこみもほとんど生じません。そのため、試行錯誤を伴う操作活動にも適しています。

私は家庭用 3DP である「Bambu Lab A1 mini (Bambu Lab 社、図2)」を使っています。値段はセール期間で 30,000 円前後です。材料であるプラスチックのフィラメントは 1kg で 2,000 円前後です。ちなみに右下図4のサイコロは高さが 24mm ですが、1 個あたり 5g 程度使用し 20 分くらいでできます。① 3D モデルを作成、②スライサーで造形用データに変換、③ 3DP で造形、という手順で作成することができます。

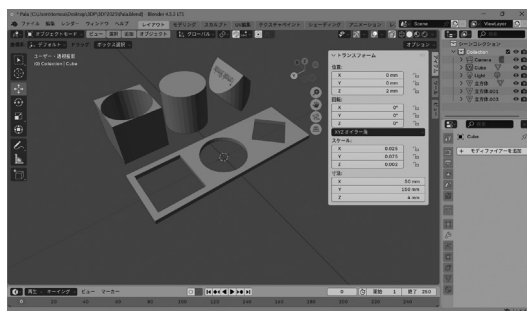


図3 Blender の画面

Python スクリプト（プログラミングして造形する）で数式などを指定して作成することができます。こう書くと難しいように見えるかもしれませんが、AI を利用して、教材のイメージを伝えてスクリプトを書いてもらい、コピーして実行すればハードルは大きく下がります。操作方法も含めて、生成 AI に手伝ってもらうことで、イメージしたものをつくることができると思います。

3. 教材例

本稿では 5 事例の紹介をします。中には大学院講義で学生が製作、模擬授業したものも含まれています。後半の 2 事例は高校生対象を想定したのですが、3DP の利点を生かした教材開発に対する示唆を含んだ実践としてご紹介します。

(1) 奇数サイコロ

まずご紹介するのは奇数サイコロです。例えば 7 面サイコロ(図4)は正五角柱になります。例えばこれを使って、「このサイコロは各面

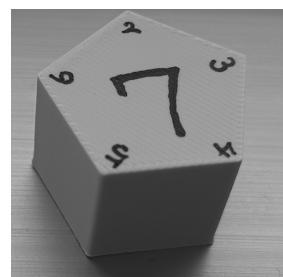


図4 7面サイコロ

の出る確率が等しいといえるか？」という問いを考えれば、統計的確率を求める活動につながることができます。

さらに発展させて、「各面が出る確率が等しい奇数サイコロはどうやって設計すればいいか？」という問いを考えると、高さを算出する方法を検討する活動が生じます。そして「3DPによって実物を造形する」ことで、実際に検証することができます。一方、3DPによって造形されたものには、無数の現実的要因が結びつくため、検証では理論と現実とのズレが顕在化します。それにより数理モデルの再考を要請され、仮定を振り返り評価、改善しようとする姿勢が生まれます。このことは数学的モデリングのサイクルを駆動する可能性を示唆します。

図5のデータは学生が実際に7面サイコロをつくって検証する活動を行った結果（2周行っただちの1回目）です。ちなみに実験を繰り返す中で、サイコロを転がす回数を増やしたい、自動的にふって出た目を記録する装置をつくりたいといった発想が生まれました。その着想から検証方法を改善しようとすれば、STEAM教育の実践につなげることも考えられます。

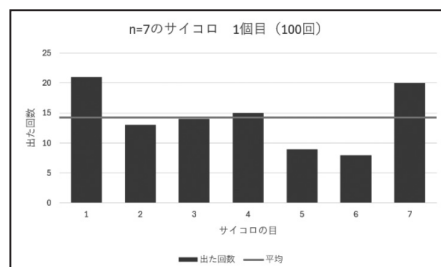


図5 7面サイコロの検証結果例

(2) 3種類の投影図で表現できる立体

次に紹介するのは、図6左の教具にあるような3種類の投影図（2種類の正方形と円の枠）で表現できる立体（図6右）です。例えば左側の3種類の投影図を見せて「この投影図で表現できる立体にはどんなものが考えられるか」検討する活動が考えられます。解答は複数考えられますが、立方体を3方向から見たときに、正方形、円、（小さい）正方形になるようにくりぬけば求める形が見えてきます。これを応用すれば、「正面から見るとA、横からはB、上からはC」のような立体のつくり方も見えてきます。

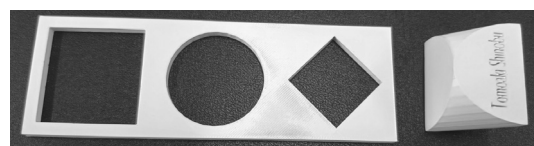


図6 3種類の投影図で表現できる立体

さらに「この立体はどのようにつくられているのか」「この立体の体積はいくらか」「この立体の面は半円といえるか」を考える活動が想定できます。その際に実物があることで、手に取って様々な角度から眺める活動が生じます。この立体は円柱を切り出してつくられたものですが、持って観察することで初めて気づくことも多いです。これは実物があることによって生じる気づきとしても位置付けられます。

興味深いことに、この立体を図8のように横から見ると、投影図のような正方形に見えませんが、奥行きのために錯覚が生じているのです。このような認知的ギャップを利用して、「投影図が正方形になるといえるのか」検証するような活動にもつなげられる可能性があります。

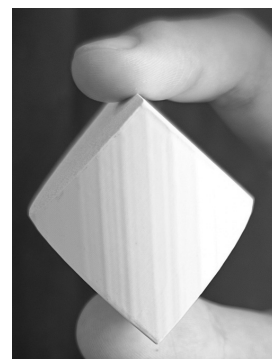


図7 持って観察



図8 認知的ギャップ

(3) 立方体の対角線

次は直方体、立方体の対角線の長さの学習用に製作した教具です。図9左はいわゆる立方体の1/3の体積を持つ立体です。図9右は60°の角を持つ直角三角形です。そのうち最も短い辺の長さが立方体の1辺と同じになるようにしています。この教材を用いて「2つの図形を比較したときに、等しい長さがいないかな？」と問うことで

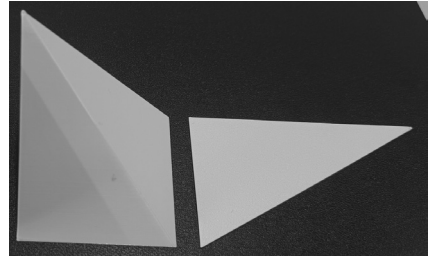


図9 立方体の対角線教具

立方体の対角線と右の直角三角形の2番目に長い辺の長さも等しいことに気づきます。(実際どちらも1辺の $\sqrt{3}$ 倍です。) この気づきを踏まえて「本当？」と問うことで立方体の対角線の長さを考える「必要感」を生じさせることができるのではないかと考えました。

ここで注目したいことは「数学における実物やその操作による気づきは、式による説明より弱い説明しか提供しない」という点です。この事例でいえば、実物同士を比べる中で「この2つの長さも等しい」という気づきは生じますが、そこにはまだ「細かく測っても同じ?」「たまたま同じ?」といった厳密性、一般性に対する疑問が付きまとっている状態です。そのため3DPのような精密性をもった造形であっても「本当に等しいのか」「いつでも等しいのか」確かめる必要が生じます。言い換えれば「実物を用いた操作による気づき」には「仮説生成」と、「それを確かめる必要感の生起」という機能が含まれているといえます。これは実物、操作のある授業設計の重要な視点としても捉えられます。

(4) 円錐曲線にひいた2本の接線の交点の軌跡

図10は学生が数学Ⅲ「2次曲線」の授業を想定して製作した教具です。「楕円の2接線が直交するとき、その交点の軌跡は円になる」ことを操作的に理解するために、2接線の交点の軌跡を作図する装置を3DPで作成しました。図10上の直角部分の穴に鉛筆を指し、2接線が円、楕円に接するように鉛筆を動かすことで円が現れます。これによって「なぜ円がかけられるのか」という疑問が浮かび上がりますし、その疑問を原動力に、今度は式で確かめる活動に移行することもできます。これは(3)で紹介した必要性を伴う活動としても位置付けられます。ちなみにこの教材を用いた模擬授業では、楕円を放物線や双曲線といった円錐曲線に変えた場合にどうなるか、2接線のなす角が直角以外の角度の場合はどうなるかといった活動につなげ、実際に教具を使ってかく、式を使って確かめるという活動を行いました。

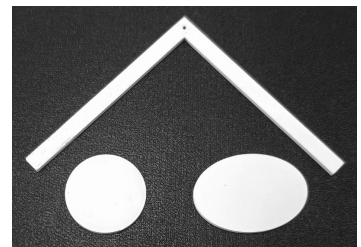


図10 2接線の交点の座標を作図する装置

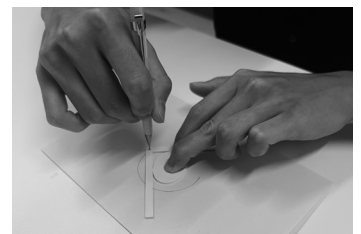


図11 作図の様子

この教具は、3DPの精密性を生かして円錐曲線や正確な角度を造形した点、強度があるためあてながら動かしてもゆがみやへこみが生じない点がうまくいかされています。模擬授業では、予想と異なる図形が現れたことで、驚きや疑問が生じる様子や、教材を使って何回も作図したり、ゆっくりと動かして軌跡の動きを観察したりする様子が見られました。

(5) 直交する 2 円柱の共通部分である図形

図 12 左は「直交する 2 円柱の共通部分である図形 ($x^2 + y^2 \leq r^2$, $y^2 + z^2 \leq r^2$)」です。「シュタインメッツ立体」として知られる図形で、よく体積を求める問題として扱われることが多いです。学生が数学Ⅲ「積分法」の授業を想定して製作しました。実

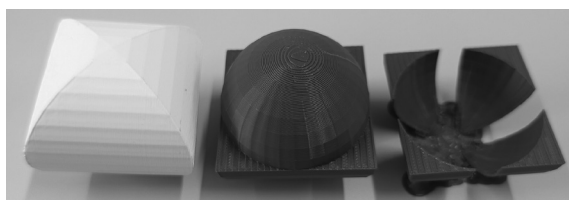


図 12 直交する 2 円柱の共通部分である図形

物を手にするといろいろな角度から観察したくなるのはもちろん、転がしたときの動きもおもしろい（そのためコロコロと呼ばれていました）です。

さらに「この図形に半径 r の球が内接している」ことに着目できるよう、図 12 中央の図形も開発し造形しました。各高さで切った断面について、正方形とその内接円の面積比が常に一定であることに着目することで、この「図形の体積」と「内接する球の体積」の比が、「断面における正方形」と「それに内接する円の面積」の比になることに気づき、積分に頼らなくても体積を求めることができるようになります。立体内部の構造に対する気づきを誘発する立体の製作可能性を示唆する実践です。

4. おわりに

本稿では 3DP を用いた教材開発について事例を基にその可能性をお話しました。

筆者は大学院生を対象に 3DP を用いた教材開発の講義を行っていますが、受講した学生からは「自分自身の選択肢が増えたと感じる」「3DP を使ってどんなものがつくれるか、身の回りのものがどんな図形でできているのか考えるようになった」「つくったものからこんな授業ができるのかという驚きがあった」といった振り返りも得られています。

道具は子ども、教師の行為、思考を変えます。本稿が授業改善に貢献できれば幸いです。

参考文献

Ulbrich, E., Tejera, M., Andić, B., Da Cruz, M., Dana-Picard, N., & Lavicza, Z. (2024).

Pre-service mathematics teachers' views on the use of 3D printing to support mathematical visualisation [Paper presentation]. The 15th International Congress on Mathematical Education (ICME-15), Sydney, Australia.

信夫智彰, 河村泰之, 3D プリンターを用いた STEAM 教育の実践研究—奇数サイコロの製作を通した数学的モデリング—, 数学教育学会 2026 年度春季年会予稿集, pp.43-45, 数学教育学会, 2026.

信夫智彰, 河村泰之, 3D プリンターを用いた教材開発の授業実践—開発された授業と振り返り記述から—, 数学教育学会 2026 年度秋季年会予稿集, pp.59-61, 数学教育学会, 2026.

(愛媛大学 講師)

回転体の特徴を「利用する」授業

—特徴を精緻化し、空間図形の見方を深める—

なかやま ゆう
中山 優

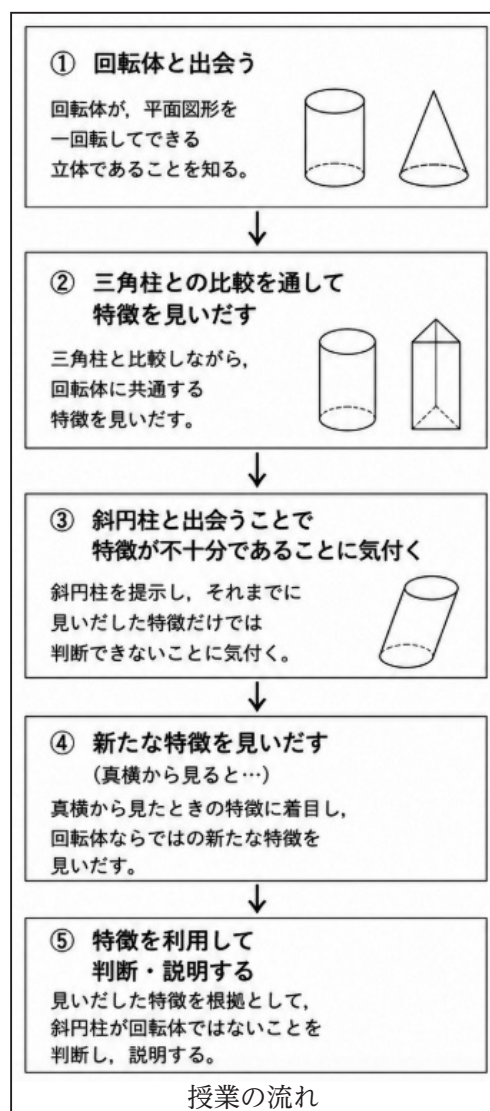
1. はじめに

数学の学習では、対象の特徴や性質を学ぶ場面が数多くある。しかし、それらの特徴は最初から完成されたものとして教師が与えるだけでよいのだろうか。

生徒は対象を観察し、自分なりに特徴を見いだしていく。しかし、新たな対象に出会うと、それまで考えていた特徴だけでは説明できないことがある。そのとき初めて、「この特徴では不十分なのではないか」という気付きが生まれ、特徴を見直し、より本質的なものへと精緻化していく。このような過程を通して、生徒の数学的な見方・考え方は深まっていくと考えている。

中学校第1学年「空間図形」における回転体の学習も、同様である。教科書では、回転体の特徴として「軸に垂直な平面で切ると断面は円になること」や「軸を含む平面で切ると線対称な図形になること」などが扱われている。しかし、これらの特徴は教師から示されたり、図や模型を用いて確認したりする形で扱われることが多く、生徒自身がその必要性を感じながら見いだす場面は必ずしも多くない。また、学習した特徴を新たな立体の判断や説明に活用する機会も限られている。

そこで本実践では、「回転体の特徴をまとめること」を目標とするのではなく、「回転体の特徴を根拠として立体を判断し、説明すること」を目標に据えた。そのために、生徒が見いだした特徴だけでは判断に迷う立体として斜円柱を取り上げた。斜円柱との出会いを通して、生徒は自ら見いだした特徴では十分に判断できないことに気づき、特徴をより本質的なものへと精緻化していく。そして、精緻化された特徴を用いて、斜円柱が回転体ではないことを説明することを目指した。



本稿では、生徒が特徴を見だし、精緻化し、利用する過程に着目しながら、空間図形の見方を深める授業について紹介したい。

2. 回転体の特徴を見いだす

本実践では、回転体の特徴を教師が提示するのではなく、生徒が対象を比較しながら自ら見いだすことを重視した。そのため、授業ではまず、円柱や円錐、球などの回転体を提示し、「これらの図形は、どのような平面図形を、どのように動かしてできたものだろうか」と問いかけた。

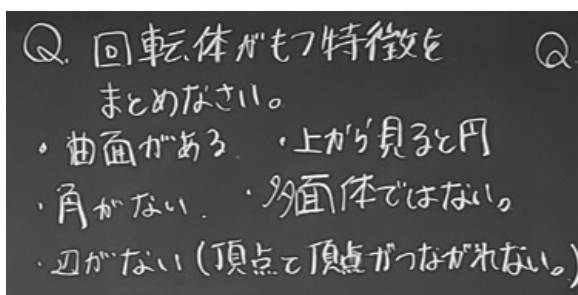
生徒は、長方形や直角三角形、半円などを挙げながら、回転体とは平面図形を軸のまわりに一回転させてできる立体であることを理解していった。その後、長方形や直角三角形、半円を割り箸に取り付けた教材を実際に回転させ、円柱や円錐、球が生成される様子を観察した。これにより、生徒は回転体の定義を、立体のでき方と結び付けながら理解していった。

続いて、回転体ではない立体として三角柱を提示し、「三角柱はなぜ回転体ではないと言えるのだろうか」と問いかけた。ここで三角柱を取り上げたのは、回転体だけを観察するよりも、回転体ではない立体と比較することで、回転体の特徴付ける視点がより明確になると考えたためである。三角柱は円柱と同じ柱体でありながら回転体ではない。そのため、「柱体だから回転体」「曲面があるから回転体」といった表面的な見方では説明できず、回転体の特徴を考える比較対象として適している。

生徒は、円柱や円錐と三角柱を比較しながら、「円がある」「曲面がある」「角がない」「軸がある」「平面図形を一回転させてできる」といった特徴を挙げ、それらを根拠として三角柱が回転体ではない理由を説明した。例えば、「三角柱には曲面がない」「三角形を一回転させても三角柱にはならない」といった考えが出され、回転体の特徴を説明の根拠として利用する姿が見られた。こうした交流を通して、生徒が見いだした特徴

は教室全体で共有され、多様な視点から回転体を捉えることができるようになっていった。

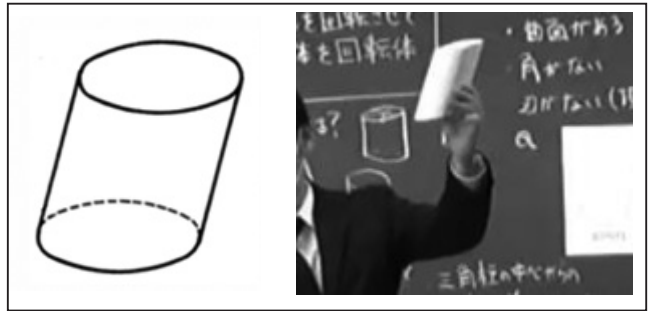
ここで教師は、生徒から挙げられた特徴の一つの正解へと整理することはしなかった。本実践で目指したのは、特徴を覚えることではなく、見いだした特徴を判断や説明に利用できる知識へと育てていくことである。そのため、生徒が見いだした多様な特徴を価値付けながらも、それらが十分な特徴であるかどうかについてはあえて触れず、次の学習へとつないだ。



3. 斜円柱との比較から回転体の特徴を精緻化する

生徒は回転体と三角柱を比較する中で、「円がある」「曲面がある」「角がない」「平面図形を一回転させてできる」など、回転体の特徴を見いだした。次はこれらの特徴を利用して、新たな立体を判断・説明する場面を設定した。

教材として提示したのは斜円柱である。斜円柱は、底面が円であり、曲面

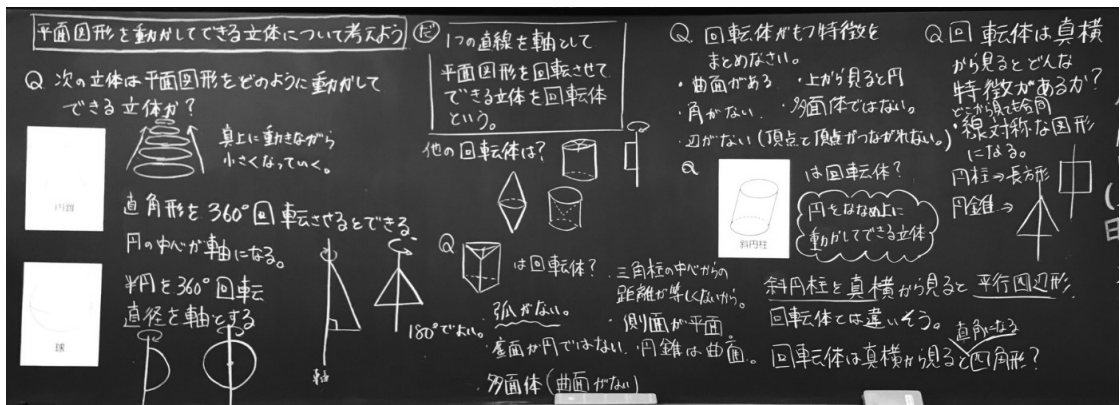


ももつため、生徒が見いだした特徴の多くを満たしている。一方で、回転体とは異なる立体であることから、生徒が見いだした特徴だけで判断できるかを問い直す教材として適していると考えた。まず生徒に斜円柱の模型を提示した。斜円柱は、円をその面に垂直な方向ではなく、斜めの方向へ平行移動させてできる立体である。模型を見せるだけでは立体の構成を捉えにくいいため、底面が円であること、上下の円は合同で平行であること、円が斜め上の方向へ移動してできていることを確認した。

授業では、「この斜円柱は回転体だろうか」と問いかけ、個人で予想させた。授業者は、底面が円で曲面ももつことから、「回転体である」と考える生徒が多いのではないかと予想していた。しかし実際には、「回転体ではない」と考える生徒が大多数を占めた。一方で、「回転体である」と考える生徒や、「判断が難しい」とする生徒も見られ、教室では様々な考えが出された。

そこで、「なぜ回転体ではないと考えたのだろうか」と理由を問い返した。すると、「横から見ると平行四辺形になる」という意見が出された。この考えは、多くの生徒が共有する直感的な見方であったが、それだけでは回転体ではないことを十分に説明したことにはならない。そこで教師は、「では、回転体を真横から見たときには、どのような特徴があるのだろうか」と問い返し、斜円柱だけではなく、円柱や円錐などの回転体にも目を向けさせた。

生徒は、回転体を様々な方向から観察しながら、「真横から見るとどの方向から見ても合同な図形になる」「真横から見ると線対称な図形になる」といった特徴を新たに見いだしていった。そして、これらの特徴を根拠として再び斜円柱を考えることで、「斜円柱は真横から見ると平



行四辺形になる方向があり、線対称にならない」「見る方向によって形が変わる」という理由から、斜円柱は回転体ではないことを説明することができた。

4. 授業改善の視点

(1) 特徴を数学的な表現へと洗練する議論

本実践では、生徒は「真上から見ると円」「真横から見るとどの方向から見ても合同で線対称になる」といった特徴を見いだした。これらは生徒自身が観察を通して獲得した表現であり、学習の出発点として大切にしたい考えである。一方で、「真上」「真横」という表現は、立体の置き方によって意味が変わる可能性がある。そのため、生徒の表現を教師が修正するのではなく、「どの向きを基準に真上と言っているのだろうか」「回転の軸を基準に考えるとどう表現できるだろう」と問い返しなが議論を深めることで、「回転の軸に垂直な方向」「回転の軸を含む方向」といった数学的な表現へと高めていくことができると考える。また、回転体を切断した断面と関連付けて考察することで、観察によって見いだした特徴を、より普遍的な性質として整理することも期待できる。

(2) 多様な考えを比較し、判断の根拠を吟味する議論

斜円柱を提示した場面では、多くの生徒が「回転体ではない」と判断した一方で、「平行四辺形を回転させると斜円柱になるので回転体である」と考えた生徒も見られた。本実践では時間の都合上、この考えを全体で十分に扱うことはできなかったが、こうした異なる考えこそ、回転体の定義や特徴を見直す契機になる。例えば、「本当に平行四辺形を回転させると斜円柱になるのだろうか」「どの軸を中心に回転させることを考えているのだろうか」と問い返しなが議論を進めることで、生徒は回転体の生成の過程を改めて考察することができる。

5. おわりに

本実践では、回転体の特徴を教師が一方的に示すのではなく、生徒が自ら見だし、その特徴を利用して立体を判断し、説明する学習を目指した。本実践において斜円柱を扱った目的は、特殊な立体について学ぶことではない。生徒が一度見いだした特徴だけでは説明しにくい対象と出会わせることで、回転体を捉える視点を広げ、その特徴を判断や説明に利用できる知識へと高めることにある。特徴は、見だして終わるものではなく、利用する中でその意味や価値が明確になっていくのである。本実践では、特徴を利用する必然性のある課題を設定することで、生徒は特徴を単なる知識としてではなく、数学的な判断や説明の根拠として捉え直すことができた。空間図形の学習においても、特徴を見いだすだけでなく、その特徴を利用して判断し説明する学習を位置付けることが、空間図形の見方を深めることにつながると思う。

(東京学芸大学附属世田谷中学校 教諭)

曲面の展開図に注目した 中学校数学の図形領域における定義活動の実践例

こんどう ゆうじ
近藤 裕司

1. はじめに

中学校学習指導要領解説数学編 (2018) の中で図形領域における指導について、「論理的に考察し表現できるようにすることが中学校数学科における指導の大切なねらいの一つである。」(p.45) との記述がある。そしてさらに、図形を直観的に捉え、数学的な推論により考察して表現をするという資質・能力を育てることを目指すとされている。本稿では、これらに注目をして中学校第3学年を対象に、図形領域での定義活動として行った授業実践を紹介する。

この授業では、曲面の展開図を考察対象として取り上げた。展開図は空間図形を理解するための重要な概念であり、さまざまな用いられ方がある。展開図を利用して考える問題として、次のようなものがよく扱われる。

(問) 円錐の底面の円周上の1点から、側面を一周して元の点に戻るようにひもをかける。
ひもの長さが最短になるときのひもの長さを求めよ。

この問題は、側面の展開図であるおうぎ形をかき、中学校第3学年であれば三平方の定理を、高等学校第1学年であれば余弦定理を使って長さを求めることができる。側面上での長さはそのままでは考えにくい、展開図を用いて平面上での長さに置き換えることで考えやすくなるという問題であり、図形を直観的に捉える能力が重要となる一例であると言える。

空間図形の展開図は小学校第4学年において初めて扱うことになっている。そこではまず、直方体と立方体について学ぶ。これらの展開図は「辺に沿って切り開き、平面の上に広げた図」として定義されている。その後、角柱・円柱の展開図を学び、中学校第1学年で円錐の展開図を学ぶ。このようにさまざまな空間図形の展開図を扱ってきてはいるが、教科書の中で定義が書かれているのは直方体と立方体のところのみである。特に円柱や円錐といった辺をもたないものについては、初めの定義では展開図を定義することはできない。しかし生徒たちは、円柱や円錐の展開図を理解することができないということはなく、直観的には考察したり表現したりすることができる。これらのことを踏まえ、図形領域において直観的に考えてきた対象を改めて考え直し、その定義を考えさせるための授業の1つとして曲面の展開図を題材にした。

なお本稿は、近藤 (2025) において執筆した内容を再編したものである。

2. 定義活動について

ここでは定義活動について触れておく。村田 (2020) の中で定義活動とは、「ある目的を達成するために、他者と相互作用しながら、対象の例や性質を検討し、その対象の定義を、数学的定義の要件に基づいて、構成、改訂していく活動」として定められている。なお、数学的定

義とは、考察する対象を識別したり、議論の基盤を確立させたりするためのものであるとされている (Borasi 1992, 村田 2020)。

定義という概念は中学校第2学年の証明する活動の中で導入される。それまでは、具体例で説明ができれば十分ではあるが、一般性を失うことなく証明をする中で必要なものが定義であり、上でも述べた通り、考察対象を識別する物である。教科書の中でよく扱われている題材としては、二等辺三角形の形をした紙を頂角の二等分線を軸に半分に折ると底角が重なるということから、二等辺三角形の底角は等しいという性質を見出すというものがある。具体物としての紙を操作することで二等辺三角形の性質に気づくことはできても、あくまで推測に過ぎない。任意の二等辺三角形に対して成り立つということを証明するためには、一般性を失わずに対象を識別できる定義を用いる必要がある。

上では定義の必要性を述べたが、現状の学校数学における定義に関する問題点として清水 (2000) の中では、生徒が定義の妥当性について吟味する機会が少ないということが指摘されている。この点に注目して、与えた定義を再考察する場面をこの実践で取り入れた。

3. 行った授業実践について

ここでは、実際に行った実践について述べていく。中高の数学では、展開図の文脈で扱われる曲面はすべて展開図がかけるものである。しかし、すべての曲面に対して展開図がかけられるわけではなく、そのようなものの中で最もよく知られているであろう例が球面である。本稿で述べる実践は、球面の展開図を考えさせることをきっかけとし、国立大学附属中学校の第3学年を対象に行ったものである。曲面の展開図がかけるための必要十分条件を考察するという過程の中で、曲面の展開図の定義を考えさせるという場面を設定した。

第一時ではまず、2種類の世界地図として舟型多円錐図法とダイマクション地図によるものを紹介し、それらを組み立てた立体を提示した。その立体を観察させ、元の2種類の地図は地球の表面の展開図と言えるかどうかを考えさせた。どちらの立体についても角ばった部分があり球面ではないということから、元の地図は展開図とは言えないことを確認した。このことを踏まえ、球面の展開図を得るにはどのようにすればよいだろうかということを考えさせた。図1, 2は、生徒たちが考えたアイデアである。どの考え方も「細かく切って開く」という部分が共通していた。そこで「どれくらい細かく切ればよいか？」と問いかけると、「十分細かく」や「限りなく細かく」といったあいまいな回答が返ってきた。ここで、算数の教科書では直方体と立方体の展開図が「辺に沿って切り開き、平面の上に広げた図」として定義されていたことを振り返り、球面の展開図を考えるときに何か困ることはないかと尋ねた。すると生徒は、辺をもたない曲面の場合には同様に定義することができないということに気づいた。そこで、「切り開く」という言葉を用いずに曲面の展開図を定義することはできないかを考えさせた。ごみ取りローラーの転がす様子を見せるなどして、「切り開いたもの」から「転がして写しとったもの」へと発想を転換させ、曲面の展開図を「平面上で滑らずに転がして写しとった平面図形」として定義をした。ただしこの定義は第三時で修正を加えた。

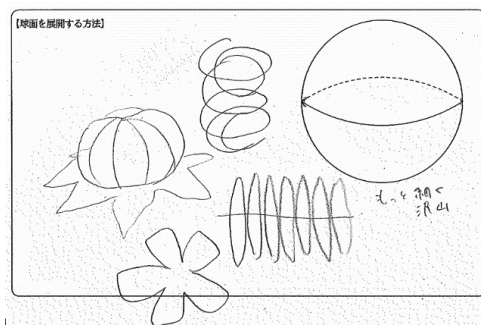


図1 球面を展開する方法案1

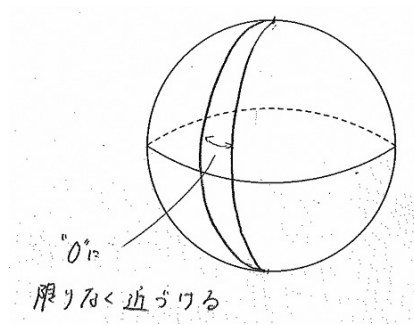


図2 球面を展開する方法案2

第二時は、前時での定義を踏まえ、どのような条件を満たす曲面であれば展開図がかけられるかを考えさせた。展開図がかけるといっていることを知っている円柱・円錐と球面を比較させ、前者の特徴を探らせた。多くの生徒が母線の存在には気づいたが、それだけでは不十分である。実際に、神戸ポートタワーの側面に見られるような一葉双曲面という曲面は、母線は存在するが展開図がかけないことが知られている。タワーの写真を見せさらに観察をさせることで、円柱と円錐は転がしたとき、母線が常に平面に接し続けるということに気づいた。そして、展開図がかけられるための十分条件として「曲面が常に平面と直線的にくっつくことができる」とした。

第三時では、前時の逆として、展開図がかけられるための必要条件を考えさせた。この時点では「球面は平面と点でくっつくから展開図はかけない」という意見が多かった。そこで初回の定義に戻り、球面を平面上で転がすとどのような図形が写しとられるかを考えさせ、線ができるということを確認した。そこで、「球面の展開図は線になるということなのでは？」と問うた。すると生徒たちは以下のような違和感を挙げた：

- ・線を組み立てても元の球面になるのか？
- ・線には太さや面積がない。
- ・展開図の面積がなくなってしまう。

生徒たちは、展開図には面積があるはずだということを根拠にこれらの意見を述べた。そこで、展開図の定義を改めて考えさせ、「平面上で滑らずに転がして写しとった平面図形であって、面積があるもの」と修正した。新しい定義のもと、曲面と平面の接し方に関して場合分けをして考え、前時の条件は曲面の展開図がかけられるための必要十分条件であるとまとめた。

4. 終わりに

今回の実践の狙いは、直観的に考えてきた展開図をとらえ直し、曲面の展開図がかけられるかどうかを調べる中で、そもそも展開図とは何なのかを考えさせることだった。授業後に生徒たちが書いた感想を以下に載せる。図3にあるように、これまで当たり前に感じ直観的に考えていたことを、改めて考え直させることができたように思える。

なるほどと感じたこと、おもしろいと感じたこと、疑問に感じたことなど、感想を自由に書いてください。

自分たちが今まで当たり前のように習っていた物事も、実はあの場面や
世界では成り立たず、非常に成り立たないと感じた。そのうち
根本的やり方と考えるのも大切なのではないか。

図3 生徒の感想1

展開図の解釈はほんとにこれ良いのかな...
→逆に他の定義に解釈を変えると結論も変わるのかな?

図4 生徒の感想2

また、図4は展開図の定義に関して述べたものであるが、それ自体を疑うということをしている。そもそも定義というのは絶対的である必要はなく、満たすべき性質が考慮されていればよい。だからこそ、定義を定めるという行為は難しいのである。今回の授業を通して、普段はなかなか考えさせることができない「数学的概念の定義」を意識させることができた。展開図の定義そのものや展開図がかけられるための必要十分条件およびその証明には、まだ課題が残っており完全なものではない。ただ、定義活動という面においては価値のある実践ができたのではないかと思う。

参考文献

1. R. Borasi: *Learning mathematics through inquiry*, Portsmouth NH: Heinemann, 1992.
2. 近藤裕司: 曲面の展開図がかけられるための必要十分条件を考察する授業実践—定義活動の視点から—, 中等教育研究紀要, 広島大学附属福山中・高等学校, 2025.
3. 文部科学省: 中学校学習指導要領(平成29年告示)解説数学編, 2018.
4. 村田翔吾: 数学的探究における定義活動の方法に関する研究—規範的側面に焦点を当てて— 日本数学教育学会誌数学教育学論究, 2020, 114, 19-38.
5. 清水美憲: 数学的定義の構成活動による定義の役割の理解に関する研究—教授実験を通して— 日本数学教育学会誌数学教育学論究 2000, 73・74, 3-26.

(広島大学附属福山中・高等学校 教諭)

Studyaid D.B. 徹底活用術

～ 簡単！きれいに！空間図形！～

「中学数学デジタルコンテンツ」で簡単！きれいに！空間図形！

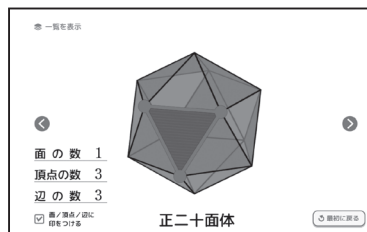
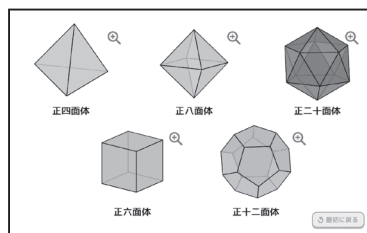
「中学数学デジタルコンテンツ」は、Studyaid D.B. の「中学数学」のデータベース商品に、エスビューアのコンテンツとして搭載されています。

電子黒板やスクリーンに映して使うことで、普通の授業の中で、数学の内容を視覚的に確認する場面をつくることができます。

◆ 正多面体

5つある正多面体を回転させて、色々な角度から見る事ができるコンテンツです。

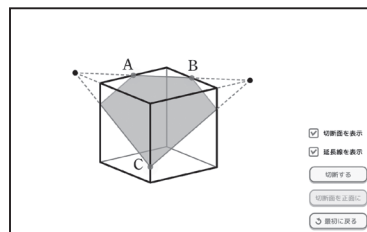
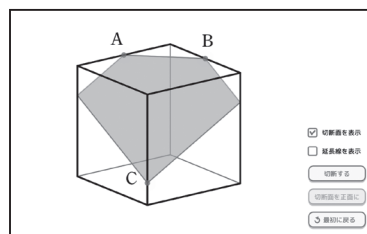
「すべての面が合同な正多角形」で「どの頂点にも同じ数の面が集まる」という正多面体の定義を、実際の正多面体を回転させながら表示することで、視覚的に確認することができます。また、面、頂点、辺をそれぞれクリックすることで、印をつけて数えることもできます。



◆ 立体の切断

私立高校の入試問題でよく目にする、立方体の切断面の問題に関するコンテンツです。

立方体上の点を3点指定することで、その3点を通る切断面を図示することができます。「切断面」と「延長線」の表示を切り替えることができ、なぜ切断面がその形になるのかを、視覚的に確認することができます。



Studyaid D.B. で、簡単！きれいに！空間図形！

Studyaid D.B. を使えば、柱体や錐体も簡単に描くことができます！

日々のプリント作成にお役立てください！

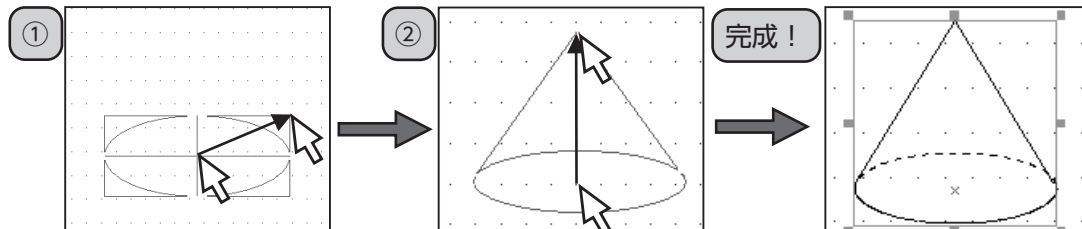
◆ はじめに

上部メニューの「図形」タブから、「立体風」アイコンを選択し、描きたい図形のアイコンを選択します。



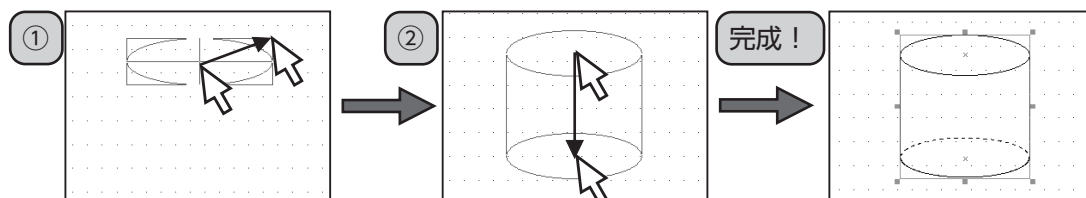
◆ 錐体の描き方（円錐を例に）

- ① 底面とする円の中心で左クリックします。すると円の中心が固定されるので、マウスを動かし、円の大きさを決めて左クリックします。
- ② 円錐の頂点の位置を決めてマウスを動かし、左クリックします。
このとき、「SHIFT キー」を押しながらマウスを動かすと、水平・垂直方向に動かすことができます。



◆ 柱体の描き方（円柱を例に）

- ① 上部の底面とする円の中心で左クリックします。すると円の中心が固定されるので、マウスを動かし、円の大きさを決めて左クリックします。
※錐体のときとは異なり、上部の底面から描き始めます。
- ② 下部の底面の位置を決めてマウスを動かし、左クリックします。
このとき、「SHIFT キー」を押しながらマウスを動かすと、水平・垂直方向に動かすことができます。
※「SHIFT キー」を押さずにマウスを動かすことで、斜円柱を描くこともできます。

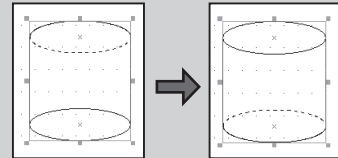
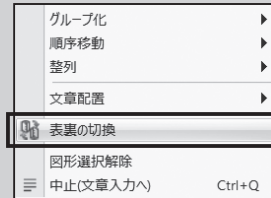




柱体の表と裏が逆になってしまった場合

錐体を描くときと同じように下から上に伸ばして柱体を描くと、柱体の表と裏が逆になってしまいます。

そのようなときは、柱体を選択した状態で、右クリックで表示されるメニューから、「表裏の切り替え」を選択します。すると、表と裏が逆になって、意図した立体にすることができます。



30 周年特設サイトのお知らせ！

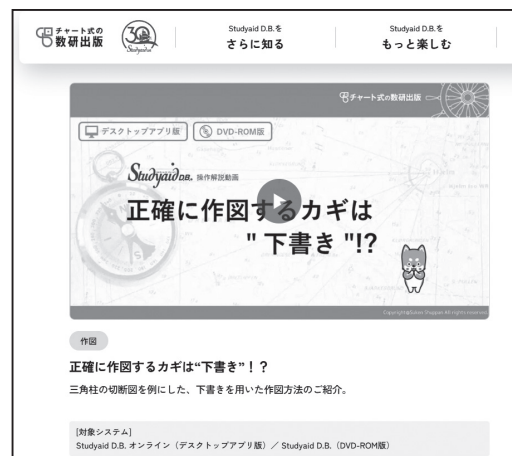
Studyaid D.B. 30 周年を記念した特設サイトを公開しています！
Studyaid D.B. の歴史を振り返るページや、操作の解説動画、さらには開発者が制作秘話を語る Podcast や note など、興味を持っていただけるコンテンツが目白押しのサイトです。



「Studyaid D.B. 操作解説動画」のページでは、今回ご紹介した立体の描き方について、より詳しい方法を解説した動画をご覧ください。

また、Studyaid D.B. でご使用いただける、数犬チャ太郎の「部品データ」を特設サイトにて配布中です。

普段使いのプリントのアクセントに、チャ太郎を使ってみてはいかがでしょうか？
今後も順次更新予定ですので、どうぞご期待ください！



※ 30 周年記念特設サイト (右の QR コードからもアクセスできます)

<https://www.chart.co.jp/stdb/30th/>



Studyaid D.B. に関する「よくある質問とその回答」も公開中！

(右の QR コードからもアクセスできます)

<https://support.chart.co.jp/hc/ja/categories/15072025967769>



※ note は note 株式会社の登録商標です。 ※ QR コードは (株) デンソーウェーブの登録商標です。