

回転体の特徴を「利用する」授業

—特徴を精緻化し、空間図形の見方を深める—

なかやま ゆう
中山 優

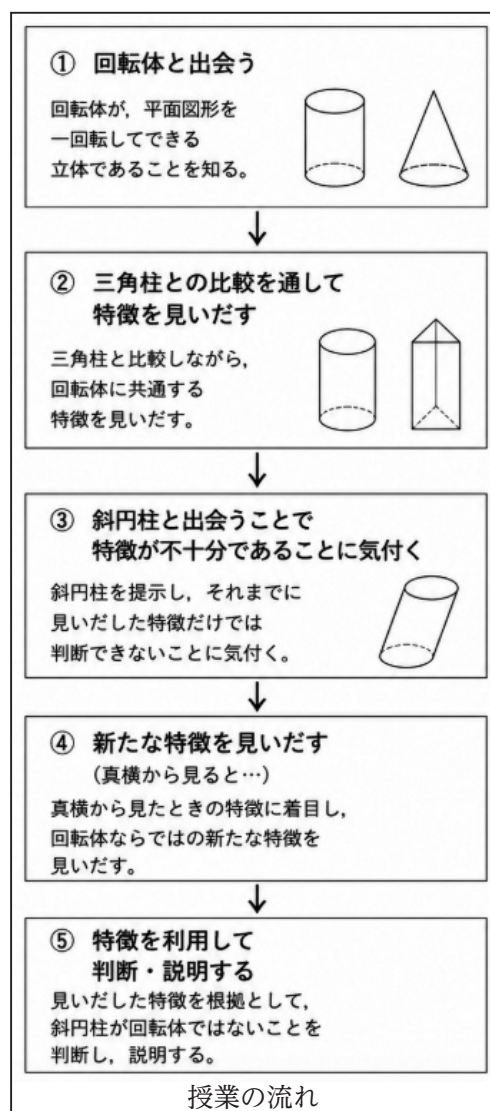
1. はじめに

数学の学習では、対象の特徴や性質を学ぶ場面が数多くある。しかし、それらの特徴は最初から完成されたものとして教師が与えるだけでよいのだろうか。

生徒は対象を観察し、自分なりに特徴を見いだしていく。しかし、新たな対象に出会うと、それまで考えていた特徴だけでは説明できないことがある。そのとき初めて、「この特徴では不十分なのではないか」という気付きが生まれ、特徴を見直し、より本質的なものへと精緻化していく。このような過程を通して、生徒の数学的な見方・考え方は深まっていくと考えている。

中学校第1学年「空間図形」における回転体の学習も、同様である。教科書では、回転体の特徴として「軸に垂直な平面で切ると断面は円になること」や「軸を含む平面で切ると線対称な図形になること」などが扱われている。しかし、これらの特徴は教師から示されたり、図や模型を用いて確認したりする形で扱われることが多く、生徒自身がその必要性を感じながら見いだす場面は必ずしも多くない。また、学習した特徴を新たな立体の判断や説明に活用する機会も限られている。

そこで本実践では、「回転体の特徴をまとめること」を目標とするのではなく、「回転体の特徴を根拠として立体を判断し、説明すること」を目標に据えた。そのために、生徒が見いだした特徴だけでは判断に迷う立体として斜円柱を取り上げた。斜円柱との出会いを通して、生徒は自ら見いだした特徴では十分に判断できないことに気づき、特徴をより本質的なものへと精緻化していく。そして、精緻化された特徴を用いて、斜円柱が回転体ではないことを説明することを目指した。



本稿では、生徒が特徴を見だし、精緻化し、利用する過程に着目しながら、空間図形の見方を深める授業について紹介したい。

2. 回転体の特徴を見出す

本実践では、回転体の特徴を教師が提示するのではなく、生徒が対象を比較しながら自ら見出すことを重視した。そのため、授業ではまず、円柱や円錐、球などの回転体を提示し、「これらの図形は、どのような平面図形を、どのように動かしてできたものだろうか」と問いかけた。

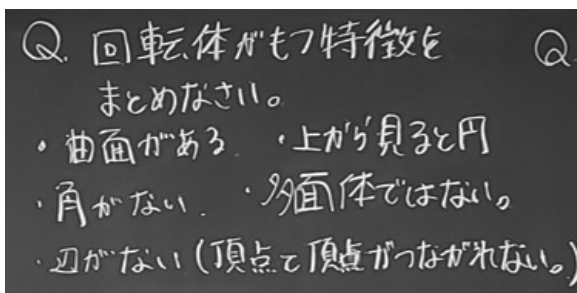
生徒は、長方形や直角三角形、半円などを挙げながら、回転体とは平面図形を軸のまわりに一回転させてできる立体であることを理解していった。その後、長方形や直角三角形、半円を割り箸に取り付けた教材を実際に回転させ、円柱や円錐、球が生成される様子を観察した。これにより、生徒は回転体の定義を、立体のでき方と結び付けながら理解していった。

続いて、回転体ではない立体として三角柱を提示し、「三角柱はなぜ回転体ではないと言えるのだろうか」と問いかけた。ここで三角柱を取り上げたのは、回転体だけを観察するよりも、回転体ではない立体と比較することで、回転体の特徴付ける視点がより明確になると考えたためである。三角柱は円柱と同じ柱体でありながら回転体ではない。そのため、「柱体だから回転体」「曲面があるから回転体」といった表面的な見方では説明できず、回転体の特徴を考える比較対象として適している。

生徒は、円柱や円錐と三角柱を比較しながら、「円がある」「曲面がある」「角がない」「軸がある」「平面図形を一回転させてできる」といった特徴を挙げ、それらを根拠として三角柱が回転体ではない理由を説明した。例えば、「三角柱には曲面がない」「三角形を一回転させても三角柱にはならない」といった考えが出され、回転体の特徴を説明の根拠として利用する姿が見られた。こうした交流を通して、生徒が見いだした特徴

は教室全体で共有され、多様な視点から回転体を捉えることができるようになっていった。

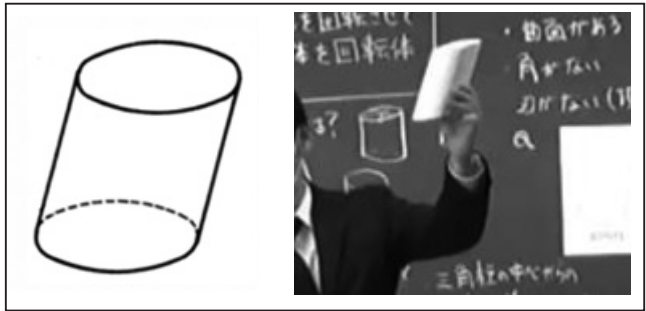
ここで教師は、生徒から挙げられた特徴を一つの正解へと整理することはしなかった。本実践で目指したのは、特徴を覚えることではなく、見いだした特徴を判断や説明に利用できる知識へと育てていくことである。そのため、生徒が見いだした多様な特徴を価値付けながらも、それらが十分な特徴であるかどうかについてはあえて触れず、次の学習へとつないだ。



3. 斜円柱との比較から回転体の特徴を精緻化する

生徒は回転体と三角柱を比較する中で、「円がある」「曲面がある」「角がない」「平面図形を一回転させてできる」など、回転体の特徴を見いだした。次はこれらの特徴を利用して、新たな立体を判断・説明する場面を設定した。

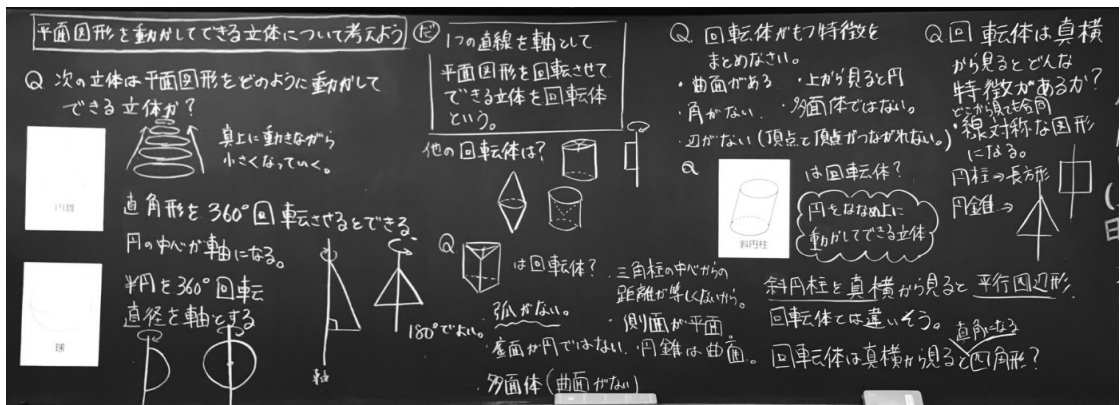
教材として提示したのは斜円柱である。斜円柱は、底面が円であり、曲面ももつため、生徒が見いだした特徴の多くを満たしている。一方で、回転体とは異なる立体であることから、生徒が見いだした特徴だけで判断できるかを問い直す教材として適していると考えた。まず生徒に斜円柱の模型を提示した。斜円柱は、円をその面に垂直な方向ではなく、斜めの方へ平行移動させてできる立体である。模型を見せるだけでは立体の構成を捉えにくいいため、底面が円であること、上下の円は合同で平行であること、円が斜め上の方へ移動してできていることを確認した。



授業では、「この斜円柱は回転体だろうか」と問いかけ、個人で予想させた。授業者は、底面が円で曲面ももつことから、「回転体である」と考える生徒が多いのではないかと予想していた。しかし実際には、「回転体ではない」と考える生徒が大多数を占めた。一方で、「回転体である」と考える生徒や、「判断が難しい」とする生徒も見られ、教室では様々な考えが出された。

そこで、「なぜ回転体ではないと考えたのだろうか」と理由を問い返した。すると、「横から見ると平行四辺形になる」という意見が出された。この考えは、多くの生徒が共有する直感的な見方であったが、それだけでは回転体ではないことを十分に説明したことにはならない。そこで教師は、「では、回転体を真横から見たときには、どのような特徴があるのだろうか」と問い返し、斜円柱だけではなく、円柱や円錐などの回転体にも目を向けさせた。

生徒は、回転体を様々な方向から観察しながら、「真横から見るとどの方向から見ても合同な図形になる」「真横から見ると線対称な図形になる」といった特徴を新たに見いだしていった。そして、これらの特徴を根拠として再び斜円柱を考えることで、「斜円柱は真横から見ると平



行四辺形になる方向があり、線対称にならない」「見る方向によって形が変わる」という理由から、斜円柱は回転体ではないことを説明することができた。

4. 授業改善の視点

(1) 特徴を数学的な表現へと洗練する議論

本実践では、生徒は「真上から見ると円」「真横から見るとどの方向から見ても合同で線対称になる」といった特徴を見いだした。これらは生徒自身が観察を通して獲得した表現であり、学習の出発点として大切にしたい考えである。一方で、「真上」「真横」という表現は、立体の置き方によって意味が変わる可能性がある。そのため、生徒の表現を教師が修正するのではなく、「どの向きを基準に真上と言っているのだろうか」「回転の軸を基準に考えるとどう表現できるだろう」と問い返しなが議論を深めることで、「回転の軸に垂直な方向」「回転の軸を含む方向」といった数学的な表現へと高めていくことができると考える。また、回転体を切断した断面と関連付けて考察することで、観察によって見いだした特徴を、より普遍的な性質として整理することも期待できる。

(2) 多様な考えを比較し、判断の根拠を吟味する議論

斜円柱を提示した場面では、多くの生徒が「回転体ではない」と判断した一方で、「平行四辺形を回転させると斜円柱になるので回転体である」と考えた生徒も見られた。本実践では時間の都合上、この考えを全体で十分に扱うことはできなかったが、こうした異なる考えこそ、回転体の定義や特徴を見直す契機になる。例えば、「本当に平行四辺形を回転させると斜円柱になるのだろうか」「どの軸を中心に回転させることを考えているのだろうか」と問い返しなが議論を進めることで、生徒は回転体の生成の過程を改めて考察することができる。

5. おわりに

本実践では、回転体の特徴を教師が一方的に示すのではなく、生徒が自ら見だし、その特徴を利用して立体を判断し、説明する学習を目指した。本実践において斜円柱を扱った目的は、特殊な立体について学ぶことではない。生徒が一度見いだした特徴だけでは説明しにくい対象と出会わせることで、回転体を捉える視点を広げ、その特徴を判断や説明に利用できる知識へと高めることにある。特徴は、見だして終わるものではなく、利用する中でその意味や価値が明確になっていくのである。本実践では、特徴を利用する必然性のある課題を設定することで、生徒は特徴を単なる知識としてではなく、数学的な判断や説明の根拠として捉え直すことができた。空間図形の学習においても、特徴を見いだすだけでなく、その特徴を利用して判断し説明する学習を位置付けることが、空間図形の見方を深めることにつながると思う。

(東京学芸大学附属世田谷中学校 教諭)