

生徒の多様な見方・考え方を引き出す授業の在り方に関する一考察

いしぐる ゆういち
石黒 友一

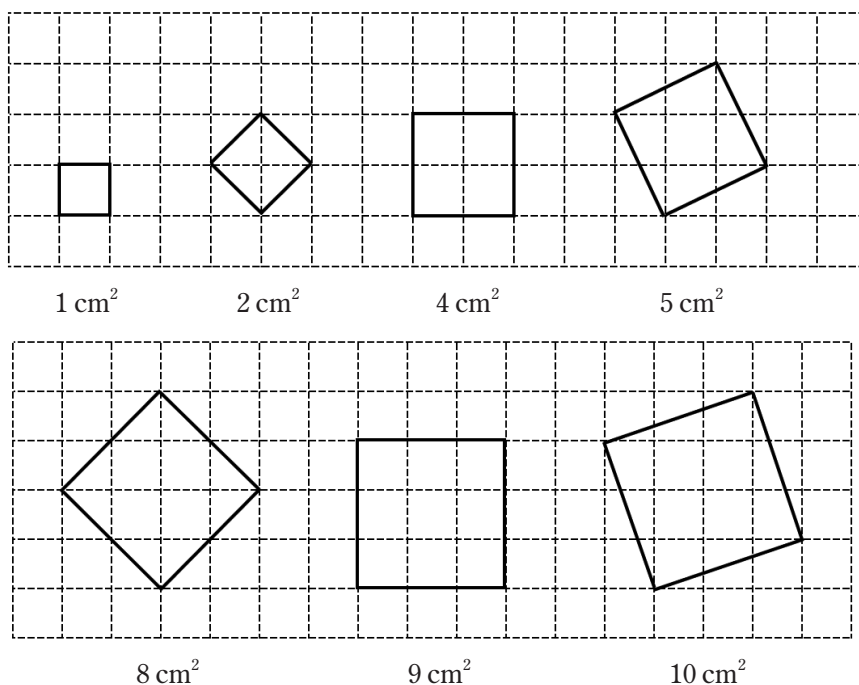
1. はじめに

現行の学習指導要領において、数学的な見方・考え方は「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」と示され、数学的な見方・考え方を働かせながら、習得した知識及び技能を活用して探究することにより生きて働く知識を生徒に育成することが求められている。本稿では、中学3年の数と式領域「平方根」の授業実践を取り上げ、生徒の多様な数学的な見方・考え方を育成する指導の在り方について提案する。

2. 「面積が $a\text{ cm}^2$ になる正方形」を通して、数学的な見方・考え方を広げる

(1) 面積が $1\text{ cm}^2 \sim 10\text{ cm}^2$ となる正方形を方眼上にかく活動

中学3年の数と式領域「平方根」の指導では、教科書等においても方眼上に様々な面積の正方形をかく活動を通して、平方根の学習の導入を行うことが多い。本実践では、まず単元の導入として、「面積が $1\text{ cm}^2 \sim 10\text{ cm}^2$ となる正方形を方眼上にかいてみよう。」という問いかけから、幅が1 cmの方眼を使って、それぞれの大きさになるような正方形をどのようにかくことができるのかを考える活動を行った。

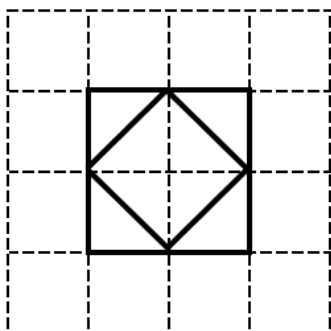


多くの生徒は、上記のように方眼を利用して、面積が 1 cm^2 、 2 cm^2 、 4 cm^2 、 5 cm^2 、 8 cm^2 、 9 cm^2 、 10 cm^2 となる正方形をかくことができたが、その一方で、面積が 3 cm^2 、 6 cm^2 、 7 cm^2 の正方形については方眼にかくことができなかった。(面積が 3 cm^2 の正方形のかき方について、数人の生徒が自力解決していたため、考え方を学級全体場で説明してもらったが、他の生徒には理解が難しいようであった。)

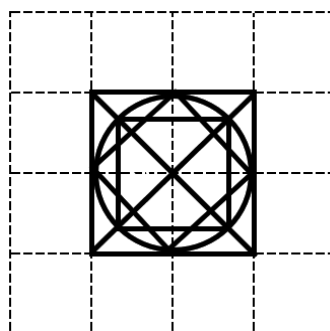
(2) 教師による数学的な見方・考え方の実演と類推的な考え方の育成

そこで、面積が 3 cm^2 となる正方形をかくための考え方を実演して生徒に提示した。

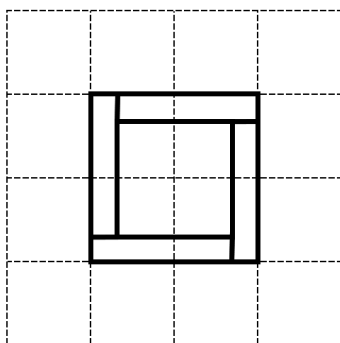
- ① 面積 2 cm^2 と 4 cm^2 の正方形を重ねてかく。



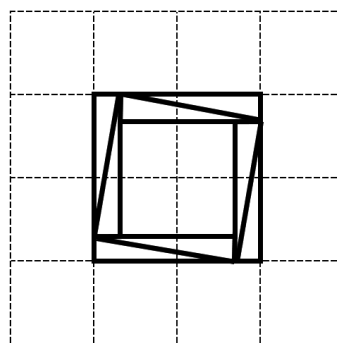
- ② 半径 1 cm の円と面積 4 cm^2 の正方形の対角線との交点を結ぶ。



- ③ 内側の面積 2 cm^2 の一边を図のように延長する。



- ④ できた4つの長方形の対角線を結ぶ。

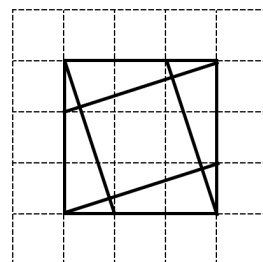


面積が 2 cm^2 と 4 cm^2 の正方形を用いて 3 cm^2 の正方形をかく方法を示した後、「どのような理由で、このような方法で正方形をかくことができたのか？」と生徒に問うと、生徒からは、「2つの正方形の向きを揃えたことで、 2 cm^2 の正方形のまわりにできた長方形4つ分の面積が 2 cm^2 となるので、 5 cm^2 の正方形のときと同じようにまわりの4つの長方形の対角線を引いて結べばよいと思います。」という考えが述べられた。 3 cm^2 の正方形のかき方を教師が単に提示するだけでなく、その方法でかける理由を生徒に問うことで、既習の内容を、解決するために用いた数学的な見方・考え方と関連づけることが重要である。

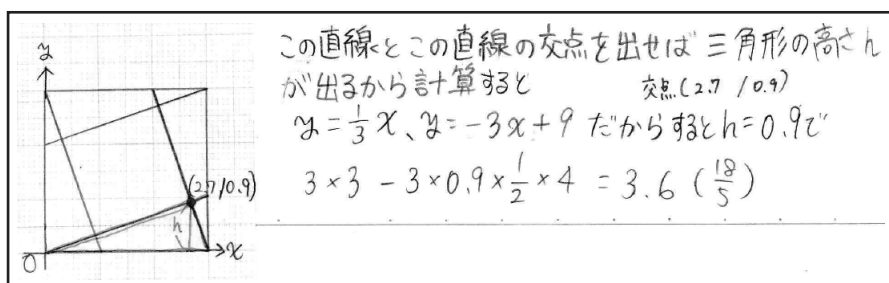
その後、生徒に「面積 6 cm^2 、 7 cm^2 の正方形も、方眼を用いてかくことはできないか？」と改めて問い、かき方を考えてもらった。生徒に考え方を問うと、「面積 3 cm^2 の正方形では、面積 2 cm^2 、 4 cm^2 の正方形をもとにして考えたので、面積 6 cm^2 の正方形は、面積 4 cm^2 、 8 cm^2 の正方形をもとにしてかくことができないかと考えました。」という説明がなされ、類推的な考え方によって面積が 6 cm^2 、 7 cm^2 の正方形を考えている過程を見ることができた。また、「面積 6 cm^2 の正方形は、面積 2 cm^2 、 10 cm^2 の正方形をもとにしてもかくことができるのではないか？」といった考えも発表され、より深い考察へとつながった。

(3) 生徒の考えを基にして多様な見方・考え方を見いだす活動

面積が 3 cm^2 の正方形を考える課題では、何人かの生徒に右の図のような解答が見られた。授業では、この生徒の考えを取り上げ、「この図の真ん中にできる正方形の面積は 3 cm^2 だろうか？」という新たな課題を設定した。生徒からは、様々な考え方が示されたが、その中のいくつかを以下に紹介することとする。



【図形を関数の視点で捉える】



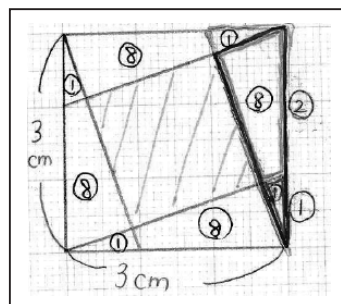
この生徒の記述からは、与えられた図形の課題を解決するための方法として、図形を座標平面上で捉え直し関数を用いていることがわかる。授業中の生徒の説明では、最初に「真ん中の正方形の面積を求めるために、大きな正方形から4つの相似な三角形の面積を引けばよい」という説明がされ、課題である図の真ん中部分の正方形の面積を求めるための方針が示された。次に、「大きい正方形は1辺の長さが 3 cm とわかっているが、まわりの相似な4つの三角形の高さ h が分からないので、図形を座標平面において、三角形の高さである図の h の値を2つの直線の交点を基に考えれば、2直線の交点の y 座標が三角形の高さ h と等しくなるので、高さを求めることができる」という最初の方針のもとに具体的に課題を解決するための方法が付け加えられた。その後、発表した生徒が示した方針と方法を実際に用いて生徒一人ひとりが課題解決をする時間を設けた。解決を進める過程の中では、「2直線が比例と一次関数の式で表せること」や「2直線の交点の座標は2つの関数の式の連立方程式の解で求めること」等を順に確認していった。このような生徒の発言や活動により、学級全体で、与えられた課題に関数を用いて解決していくという方針を確認するだけでなく、その解決過程において、既習の内

容をどのようにして活用できるかという点についても確認することができ、数学的な見方・考え方を共有し価値づける指導につながったのではないかと考えられる。

【相似な図形の面積比という視点で捉える】

図の真ん中部分の正方形の面積を求める方法として、右の図が示すように、求める正方形以外の部分の面積を相似な三角形の面積比を用いて考える方法も生徒から示された。

ここでは、まず、図形を関数の視点で捉える考え方のとくと同様に、まわりの4つの合同な三角形に着目した。生徒は、合同な三角形の1つの中にさらに相似比が1:3となる2つの三角形があることを見だし、その面積比が1:9の関係になることから、まわりの三角形や台形の面積比を図のように次々と書きこんでいった。そして、面積比が1の三角形を2つ、面積比が8の台形を1つ合わせて、底辺3cm、高さ1cmの直角三角形を作り、直角三角形の実際の面積との関係から、面積比が1の三角形の面積を具体的に求め、もとの大きな正方形から取り除く部分の面積の合計を求めて最終的な解決へとつながっていった。実際の授業では、「どういった点に着目したのか?」、「なぜ、相似な図形という視点で捉えると正方形の面積を求めることができるのか?」という発問をすることで、既習である相似な図形の性質に着目した視点、課題解決に至る過程で相似な図形の性質をどのような根拠のもとに具体的に用いたのかを一つずつ丁寧に確認しながら授業を展開した。(なお、生徒が示したこの考え方は、中学3年「相似な図形」の学習が前提となっている。本実践を行った中学校では、中学3年「平方根」の学習の前に、「相似な図形」の学習を行っていたため、このような考え方が授業の中で生徒から出てきたと考えられる。)



3. 終わりに

数学的な見方・考え方はすぐに生徒に定着するものではない。教師が一方向的に解法などを与えるのではなく、まずは生徒がじっくりと課題等に向き合う時間を作りながら、「どのような視点で捉えたら解決できそうか?」、「なぜこの性質や方法を用いると解決することができるのだろうか?」といった生徒の着想や気づき、「なぜこの性質が使えるのだろうか?」といった根拠を確認する活動を教師の意図的な発問などにより積極的に授業の中で取り入れ、学級全体で議論することを通して、生徒が数学的な見方・考え方を働かせたり、働かせようとしたりする活動を継続的に価値づけし、共有していくことが重要であると考えられる。また時には、面積が 3 cm^2 の正方形の事例のように教師が実演することも重要である。これらのことを踏まえ、生徒に資質・能力を育成するために、授業の中でいかに生徒が見方・考え方を働かせる場面や多様な見方・考え方に触れる場面を作るのか。数学的な見方・考え方を働かせる視点で指導内容や一つひとつの授業を捉え直していくことを通して、教師としての授業改善の視点を養っていくことを大切にしたい。

(帝京大学 専任講師)