

中学校 1 学年単元「文字と式」での小中連携の視点と導入時の注意点について

ほしの まさなお
星野 将直

1. 「文字と式」についての小中連携の視点

どの単元・題材であっても、児童・生徒にとっては学年間や校種間で認識ギャップがある。算数科・数学科教員として、それらの認識ギャップを小さくする手立てを講じ、児童・生徒が認識ギャップを自ら乗り越えることができるように支援することが必要である。そのためには、教材解釈を行い、図1のように各単元間の認識ギャップを明確にし、特に大きな認識ギャップについては、変容プロセスを想定し適切な支援を構想することが小中連携の視点である。

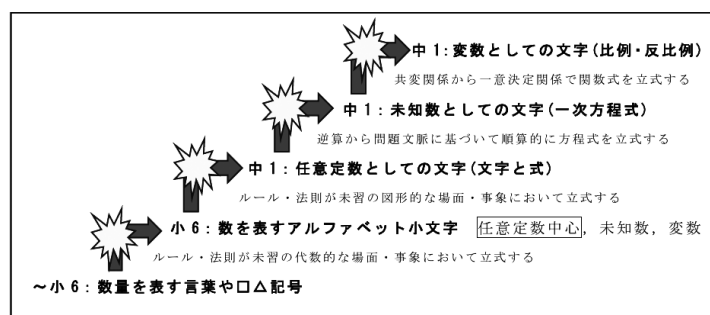


図1 文字の意味理解の認識ギャップについて

小学校6学年の単元「文字と式」では、「数量を表す言葉や□、△などの代わりに、 a , x などの文字を用いて式に表したり、文字に数を当てはめて調べたりする」¹⁾と小学校学習指導要領解説算数編にある。この「数量を表す言葉や□、△など」について小学校5学年までは、「変わり方や計算法則などを式に表す場面」¹⁾とあるので、変数としての意味で用いた数量や数量関係を表す学習であると捉えることができる。小学校6学年では、「これまで学習してきたことを基に、 a , x などの文字を使って未知の数量や任意の数を表す」¹⁾とあるので、変数に加えて未知数や任意定数としての意味の a , x などの文字を用いた数量や数量関係を表す学習であると捉えることができる。つまり、小学校6学年の単元「文字と式」においては、変数、未知数、任意定数としての意味の文字を用いて数量や数量関係を表し問題解決を行うことになる。この過程では「問題解決に文字を用いた式を活用することで、数量の関係や自分の思考過程を簡潔に表現できるよさに気づき、進んで生活や学習に活用できるようにする。」¹⁾というように a , x などの文字を用いた式が「簡潔かつ一般的」であることを認識することが目標である。

中学校1学年の単元「文字と式」では、「数量の関係や法則などを、文字を用いて式に表したり、式の意味を読み取ったり、文字を用いた式の計算をしたりして、文字を用いることのよさについて学習する。」²⁾と中学校学習指導要領解説数学編にある。また、数の代わりに a , x

などの文字について「文字を用いることの必要性和意味を理解すること」²⁾とあり、文字式の導入段階においても文字を用いることのよさを認識することが目標である。

すると、著者の教材解釈では、 a 、 x などの文字の意味についての大きな認識ギャップが小学校5・6学年間と小学校6学年・中学校1学年間には存在する。

前者について、 a 、 x などの文字はあくまで数の代わりであり、「数量を表す言葉」や「数量を表す□△記号」の代わりではない。数の代わりであれば計算対象の式としての発展性がある³⁾。例えば、1本50円の鉛筆を何本か買うというような日常場面で代金を求める式は「 $50 \times (\text{個数}) = (\text{代金})$ 」である。それを(個数)と(代金)の代わりに x と y という文字を用いれば「 $50 \times x = y$ 」と立式できる。しかし、児童にとっては「 $50 \times x = y$ 」という式は日常的な用語の(個数)と(代金)の代わりとして、 x と y を用いているだけであり、その意味では計算対象にはならない。つまり、児童にとって言葉の代わりの式というのは「 $50 \times x = y$ 」のままであり、「 $y = 50 \times x$ 」「 $x = y \div 50$ 」のように計算対象としての式には発展しにくいと考える。では、「 $50 \times \square = \triangle$ 」という□△記号の式で□と△の代わりに x と y という文字を用い「 $50 \times x = y$ 」と立式した場合はどうか。この場合、□と△を用いた式では、□と△がプレースホルダーとしての役割を果たすのと同様に x と y に数は代入しやすくなるが、児童にとっては「 $50 \times x = y$ 」という式のままであり、計算対象としての式には発展しにくいと考える。図2のように数を入れる箱のラベルを「言葉」から「□△記号」に、次に「□△記号」から「 a 、 x などの文字」に変更しただけでは表面的な違いであり慣れによる学習を進めるだけである。これでは算数科で目標とされる a 、 x などの文字を用いた式について「簡潔かつ一般的」であることを認識することは難しいのではないか。

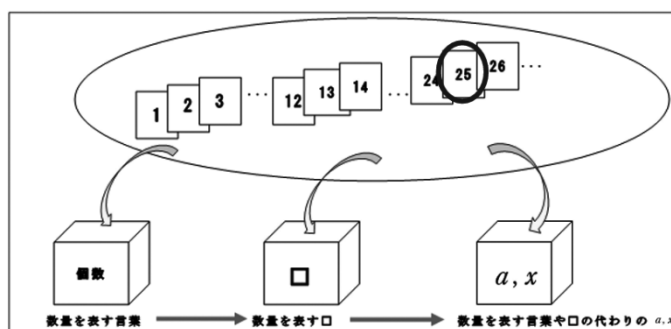


図2 数量を表す言葉や数量を表す□△記号の代わりに a 、 x などの文字を導入した場合の意味

後者について、図2のような認識のまま中学校1学年で a 、 x などの文字を導入した場合、文字の必要性和意味を理解することや文字のよさを学習することは難しい。「言葉」や「□△記号」の代わりでなく、初めから数の式を立式した上でその数の代わりに a 、 x などの文字を任意定数としての意味で用いることにより、文字の必要性和意味の理解と文字のよさについて学習できると考えるからである。そのためには数の役割について「具体数→準一般数→一般数(任意定数)」というように準一般数の役割を持つ数の式を立式することが必要である⁴⁾。

例えば、1001 を素因数分解すると $1001 = 7 \times 11 \times 13$ になる。このことを利用した数当てゲームがある。① 1 ～ 99 から整数を 1 つ選ぶ②その数に 13 をかける③その答えに 11 をかける④その答えに 7 をかける⑤その答えが 25025 だとすると選んだ数は「25」だとわかる。思い浮かべた 25 で計算すると、 $25 \times 13 \times 11 \times 7 = 325 \times 11 \times 7 = 3575 \times 7 = 25025$ となり、具体数での 25 の計算は大変である。そこで、式「 $25 \times 13 \times 11 \times 7 =$ 」での 25 の部分をなるべく計算しないで式を表すことを考えさせると結合法則より「 $25 \times (13 \times 11 \times 7)$ 」と変形し $13 \times 11 \times 7$ の部分を先に計算すればよいことに気がつくので、 $25 \times 1001 = 25 \times (1000 + 1)$ のように数当てゲームの法則が明らかになる。これが準一般数としての「25」の使い方である。結果、どのような数であっても 1000 をかけてその数をたせばよいということがわかる。このように「25」を使えるようになれば一般数（任意定数）として a を $a \times 13 \times 11 \times 7 = a \times 1001 = a \times (1000 + 1)$ のように変形し計算ができる。さらに準一般数の数の意味理解にはイメージモデルによる支援が必要になる。

例えば、1 本 50 円の鉛筆を a 本買い代金を求める場面で鉛筆を a 本買うということの意味は、「 a 」とラベルがある箱からカード「25」を取り出すという意味ではない（図 2 参照）。これでは箱のラベルを個数から「 a 」に代えただけである。そこで、図 3 のように箱のラベルは個数や□△などのままにする。数が表示されたカードを複数枚用意し「25」が準一般数としての役割を持つことを理解させた上でその裏に「 a 」を表示することで a 、 x などの文字を数と同じように扱い計算対象として認識するとき、一般数（任意定数）としての文字の意味を理解する。変数、任意定数、未知数の意味の違いを認識するには、箱には何というラベルが表示してあるか、その箱の中にどのような数のカードが入っているかを区別するイメージモデルが重要である⁵⁾。

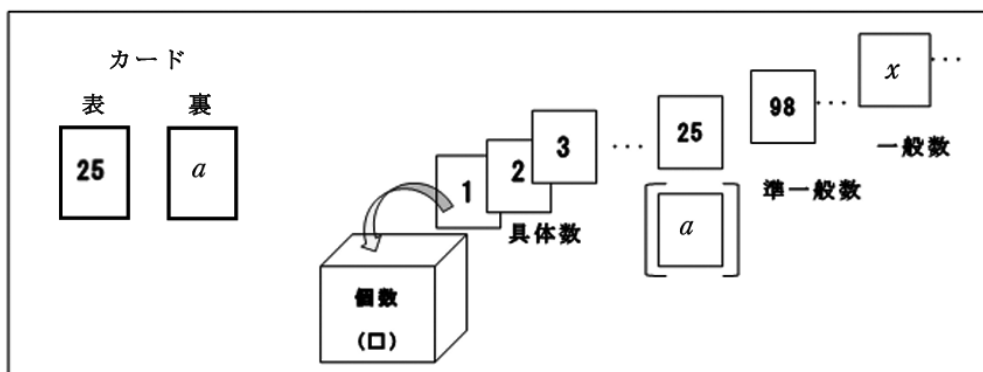


図 3 任意定数としての a 、 x などの文字の意味

関数単元で扱う変数であれば、関数の文脈では独立変数 x を決めると従属変数 y が一つに決まる。そのため、「 x 」「 y 」と表した 2 つの箱と変換装置を用いて、関数 $y = 2x$ であれば図 4 のように 2 変数を対にして表現する。箱「 x 」に入る数のカードの裏に「 n 」などの文字が入っていればそれは任意定数であるので変数と任意定数の区別が可能となる。

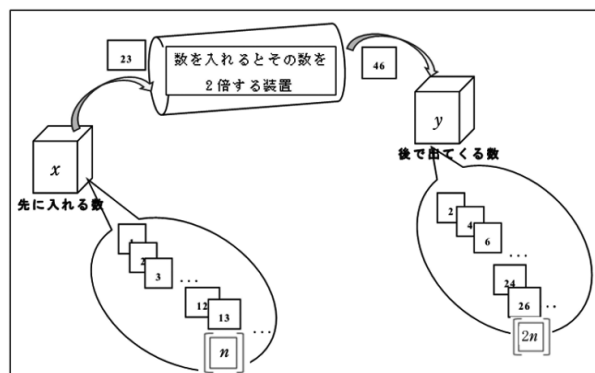


図4 変数としての a , x などの文字の意味 (x : 独立変数 $\rightarrow$ y : 従属変数, 関数の文脈)

方程式単元で扱う未知数であれば, 「解 x 」が代入されるとき等号が成立し「解 x 」でない数が代入されるとき等号や不等号が成立することを認識する必要がある。「 $5x+4=2x+10$ 」であれば図5のように, 天秤モデルを用いて, 箱は□のままで, 解になる数カードの裏側に「 x 」と書く。

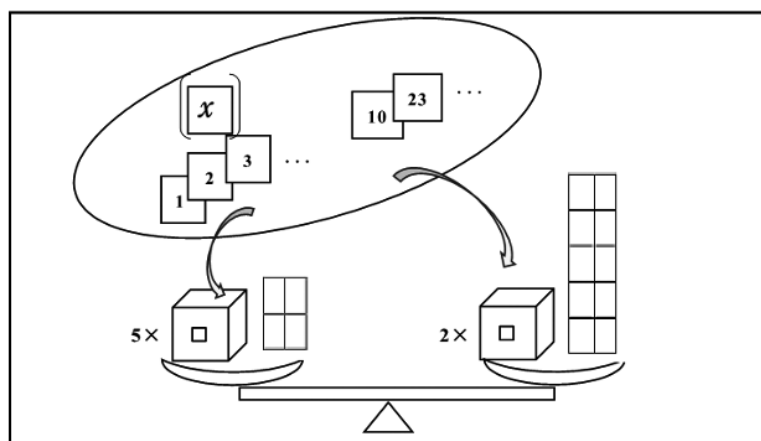


図5 未知数としての a , x などの文字の意味 (文章題から順算文脈で等式を立式する)

2. 中学校1学年単元「文字と式」での導入時の注意点について

最後に, 中学校1学年単元「文字と式」での導入時の注意点を述べる。前述したように数を準一般数として使って計算をすることが任意定数としての文字の意味理解につながる。準一般数として使えるかどうかは, 題材の場面・事象のルール・法則について未習か既習かが単元構成上重要である (図6参照)。例えば, 「1本50円の鉛筆を買い代金を求める (M_{12})」「高さが底辺より2cm長い三角形の面積を求める (M_{22})」などの問題は, (単価) $\times$ (個数) = (代金), (底辺) $\times$ (高さ) $\div 2$ = (面積) というルール・法則が既習であるので数を準一般数として使う必要がない。しかし, 「連続する3つの整数の和の性質にはどんな性質があるか (M_{11})」「生徒の絵 (長方形) を画鋏で4カ所留めて連続的に並べていくとき画鋏は何本必要か (M_{21})」

などの問題はルール・法則が未習である。そのため、 M_{11} か M_{21} の場面・事象を初発に扱うことにより文字の必要性和意味の理解や文字のよさを認識することが可能である。 M_{11} であれば、最初に具体数を計算して $1 + 2 + 3 = 6$, $7 + 8 + 9 = 24$, $24 + 25 + 26 = 75 \cdots$ というように直接答えを計算する。答えは「真ん中の数の3倍」「最初の数を3倍して3をたす」「最後の数を3倍して3をひく」に気がつく。その理由について「25」「24」「26」を準一般数として使い説明させると「 $25 - 1 + 25 + 25 + 1 = 25 \times 3$ 」「 $24 + 24 + 1 + 24 + 2 = 24 \times 3 + 3$ 」「 $26 - 2 + 26 - 1 + 26 = 26 \times 3 - 3$ 」と計算できるので、「25」であればそれを文字だと思って a を用いて $(a - 1) + (a) + (a + 1) = a \times 3$ のように計算できれば任意定数としての使い方になる。 M_{21} であれば、絵が1枚のとき4個、絵が2枚のとき6個、絵が3枚のとき8個、 $\cdots$ のように計算する。絵が34枚のとき画鋏が何個必要かと問えば、70個と計算するので「34」を使い理由の式を表す。「(2個固定, 2個ずつ増加): $2 + 2 \times 34$ 」「(上+下): $34 + 1 + 34 + 1$ 」「(4個ずつ増加 - 2個ずつの重なり): $34 \times 4 - (34 - 1) \times 2$ 」が出てくる。「34」を文字だと思って a を用いて表すと「 $2 + a \times 2$ 」「 $a \times 2 + 2$ 」だとわかるので、これも任意定数としての使い方になる。注意点は任意定数としての文字にすぐに移行せずに、準一般数として「25」や「34」を使うことと、「25」や「34」のまま計算することである。

	代数的な場面・事象	図形的な場面・事象
場面・事象のルール・法則が未習	M_{11} 例：数当てゲーム、連続整数の性質	M_{21} 例：点や図形を規則的に並べる図形
場面・事象のルール・法則が既習	M_{12} 例：買い物の代金、割合の問題	M_{22} 例：三角形の面積、直方体・立方体の体積

図 6 題材の場面・事象のルール法則が未習か既習か

題材の配置としては、 M_{21} (または M_{11}) がスタート (導入題材) であれば、次に M_{12} ・ M_{22} を扱い文字式に表す学習と表現ルールや計算の学習を行う。その後に、 M_{11} (または M_{21}) (利用題材) を扱い再度文字式のよさについて学習する流れが導入時のメタ認知を適用できるため好ましい。

引用文献・参考文献

- 1) 文部科学省 (2018) 『小学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 算数編』 日本文教出版
- 2) 文部科学省 (2018) 『中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 数学編』 日本文教出版
- 3) 星野将直 (2002) 『「文字の式」の使用の意味や意義の指導について』 数学教育論文発表会論文集 (公益社団法人日本数学教育学会) 35, 217-222 頁
- 4) 井口浩・神林信之・星野将直 (2018) 『学校数学における「深い学び」概念の考察』 新潟大学教育学部研究紀要 10(2), 341-361 頁
- 5) 星野将直 (2025) 『文字と式の意味理解と小・中連携の在り方』 学び舎：教職課程研究 (愛知淑徳大学教育学会) 第 20 号, 49-63 頁 (愛知淑徳大学 教授)