

全国学力・学習状況調査を踏まえて考える 中学生の数学活用

たがみ とみお
田上 富男

1. はじめに

現行の学習指導要領では、基礎的・基本的な知識及び技能の確実な習得と、これらを活用して課題を解決するための思考力・判断力・表現力等を育成することが重視され、習得、活用、探究型の授業が求められています。活用力とは、ご承知の通り、この「思考力・判断力・表現力等」の育成すべき資質・能力のことです。

平成 29 年 3 月の「全国的な学力調査の今後の改善方策について（まとめ）」には、「全国学力・学習状況調査の調査問題については、新しい学習指導要領が求める育成を目指す資質・能力を踏まえ、それを教育委員会や学校に対して、具体的なメッセージとして示すものとなるよう検討を進める」とあります。「新しい学習指導要領」とは現行の学習指導要領を指しますので、現在行われている全国学力・学習状況調査の調査問題には、学習指導要領が求めている育成すべき「思考力・判断力・表現力等」、つまり活用力についても問題の形で具体的に示されているということになります。

そこで本稿では、全国学力・学習状況調査中学校数学の調査問題の中から、特徴的な 2 つの設問を取り上げ、それらの設問が意味する数学の活用力について考察するとともに、数学の指導において重視すべきことを述べたいと思います。

2. 令和 6 年度 **8** 設問 (2) について

本年度の中学校数学では、関数領域において、体育館で使用するストーブに関する問題が出題されています。そのストーブは、灯油を 1 時間当たり 4.0 L 使う「強」と 1 時間当たり 2.5 L 使う「弱」の切り替えができ、ストーブには灯油 18 L が入っているという設定になっています。また、ストーブを使用し始めてから x 時間経過したときの灯油の残量を y L として、「強」の場合と「弱」の場合の x と y の関係をそれぞれ表す式 $y = -4x + 18$ と $y = -2.5x + 18$ が与えられ、ストーブの使用時間と灯油の残量の関係を表すグラフも次のページのように与えられています。

設問 (2) では、ストーブの「強」を使った場合と「弱」を使った場合で、18 L の灯油を全部使い切るまでの時間が変わりますので、その違いを求める方法を記述させています。ただし、実際に何時間違うかは求めていません。

〔1〕問題解決の見通しや構想を重視

本年度に限らず、全国学力・学習状況調査では解くための方法を記述させ、その答えは求めない問題が毎年のように出題されています。にもかかわらず、本年度の正答率は 17.7% と低く、

課題があることが指摘されています。

数学の指導ではこれまで答えを求めることに力点が置かれ、もしかしたら現在もその傾向は変わっていないのかもしれませんが。しかし問題を確実に解くためには、解き始める前にどのように解いたらよいか、その見通しや構想を立てることも重要になります。設問(2)はそれを意味しています。したがって数学の指導においても、問題を解くことと同様に、問題を解く方法を考え話し合うなど、解決の見通しや構想を立てることを重視する必要があります。

[2] 方法や手順の数学的な記述

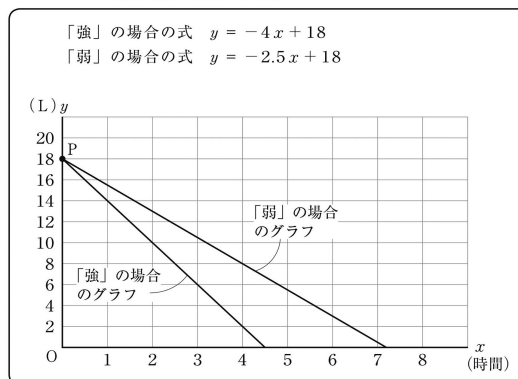
そして、その見通しや構想を書かせることが必要です。全国学力・学習状況調査においては記述式の問題が出題され、事柄・事実の記述、方法・手順の記述、理由の記述の三種類が毎年出題されています。設問(2)は方法・手順の記述問題です。「書く」という行為はそれ自体に論理的思考を伴い、方法や手順は書くことによって曖昧さが消え、解き方が明確になります。しかも、出題の趣旨には「問題解決の方法を数学的に説明すること」とありますので、この設問は数学的な表現も求めています。したがって、単に書かせるだけでなく、生徒の表現を数学的な表現に変える指導や模範解答等で数学的な表現を確認する指導が必要です。また、表現力は段階を経て洗練されていきますので、書かせる指導を継続的に行うことも大切になります。

[3] 表、式、グラフの3つの表現方法の理解

この設問では、「強」と「弱」の場合の x と y の関係式を使って説明するか、「強」と「弱」の場合のグラフを使って説明するか、2つの選択肢が用意され、どちらかを選んで解答することになっています。昨年も同様に、式を用いた場合とグラフを用いた場合のどちらか一方を選択して求め方を説明する問題が出題されています。〔令和5年度8設問(3)〕

選択肢には表を用いた場合はありませんが、関数領域では2つの数量の関係を表、式、グラフに表して考察します。それによって身の回りの様々な事象を的確に捉えることができ、問題解決に効果的に働きます。そのため関数指導においては、表、式、グラフの3つの表現方法の理解が不可欠で、それらの特徴や相互関係の理解はもとより、積極的に活用することも大切になります。

ストーブの使用時間と灯油の残量



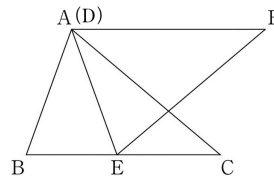
(2) 前ページのストーブの使用時間と灯油の残量から、ストーブを使用し始めてから18 Lの灯油を使い切るまでの「強」の場合と「弱」の場合の使用時間の違いがおよそ何時間になるかを考えます。下のア、イのどちらかを選び、それを用いて「強」の場合と「弱」の場合のストーブの使用時間の違いがおよそ何時間になるかを求める方法を説明しなさい。ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。また、実際に何時間かを求める必要はありません。

ア 「強」の場合の式 $y = -4x + 18$ と「弱」の場合の式 $y = -2.5x + 18$

イ 「強」の場合のグラフと「弱」の場合のグラフ

3. 令和5年度[9]設問(2)について

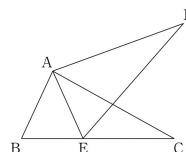
令和5年度の図形問題の設問(2)では、次のような問題が出題されています。実際の問題はかなりの分量ですので、概略を説明しますと、2つの合同な二等辺三角形 $\triangle ABC$ ($CA = CB$) と $\triangle DEF$ ($FD = FE$) を、右の図のように、 $\triangle DEF$ の頂点Dを $\triangle ABC$ の頂点Aと重ね、頂点Eが辺BC上にあるように置きます。ただし、頂点Eは頂点Bとは重ならないようにします。このように置くと、常に $BC \parallel AF$ となります。それを証明したのが右の証明1です。



証明1

$\triangle ABC \equiv \triangle AEF$ より、合同な図形の対応する辺と角はそれぞれ等しいから、
 $AB = AE$ ……①
 $\angle ABC = \angle AEF$ ……②
 $\triangle AEF$ において、二等辺三角形の底角は等しいから、
 $\angle EAF = \angle AEF$ ……③
 ②、③より、
 $\angle ABC = \angle EAF$ ……④
 また、①より、 $\triangle ABE$ は二等辺三角形である。
 二等辺三角形の底角は等しいから、
 $\angle ABE = \angle AEB$ ……⑤
 $\angle ABE = \angle ABC$ だから、④、⑤より、
 $\angle EAF = \angle AEB$
 よって、錯角が等しいから、
 $BC \parallel AF$

図8



優奈さんは、図8で $BC \parallel AF$ とならないのは、前ページの証明1の①から⑤のどれかが成り立たないからだと考えました。

図8のような二等辺三角形ではない合同な2つの三角形の場合には、 $\angle EAF = \angle AEB$ とならないため、 $BC \parallel AF$ となりません。このことは、証明1をもとに、次のように説明することができます。

二等辺三角形ではない合同な2つの三角形の場合には、証明1の Ⅰ が成り立たないから、Ⅱ が成り立たない。よって、 $\angle EAF = \angle AEB$ とならないから、 $BC \parallel AF$ とならない。

上の Ⅰ には証明1の①、②、③のどれか1つが、Ⅱ には証明1の④、⑤のどちらか1つが当てはまります。Ⅰ、Ⅱ に当てはまるものをそれぞれ書きなさい。

次に、この2つの三角形を「合同ではあるが二等辺三角形ではない」という条件に変えて、同様に2つの三角形を置くと、図8のようになります。この場合には、 $BC \parallel AF$ とはなりません。

なぜ、平行にならないのか。それは「合同な二等辺三角形」で成り立っていたことの中に、「合同ではあるが二等辺三角形ではない」と条件を変えたことによって成り立たなくなったことがあるからです。それを証明1の①～⑤の中から選択するという問題です。

[1] 証明を読むこと

この問題の特徴は、条件を変えたことによって平行にはならなくなった理由を、条件を変える前の証明1を読み取り、明らかにしようとしているところです。

図形の証明は、これまで「証明すること」、つまり証明を書くことに重点が置かれてきました。教科書においても、「～を証明しなさい」という問題はありますが、証明が書かれていて、それを読み取って答えるような問題はあまりありません。しかし、この問題が示唆しているのは、証明を書くことはもちろん大切〔9〕設問(1)は証明を書く問題〕なのですが、それと併せて、証明を読むことも重要で、適切に指導しなければならないということです。

「適切に」としたのは、数学的に表現された証明の読み取りは、字面を読めば理解できるということではなく、相当の力量を要しますので、単に「証明を読みなさい」という指導では、到底読み取る力は身に付かないからです。

例えば、証明1の①と②の式が成り立つのは、「合同な三角形の対応する辺と角はそれぞれ等しい」という合同な図形の性質があるからです。それを生徒は、 $\triangle ABC \equiv \triangle AEF$ ならば、ABとAEは対応する辺だから $AB = AE$ 、 $\angle ABC$ と $\angle AEF$ は対応する角だから $\angle ABC = \angle AEF$ と、言葉と式と記号で表し、図と対応させて学んでいます。実際に証明を読むときには、与えられた条件や性質を基に、言葉と式と記号で表された証明を図と対応させながら読むことになります。ですから、文面の読み取り以上に数学の知識や技能が求められるのです。そこで、授業で扱う際には、次のような丁寧な指導や読み取り問題の工夫が必要になります。

- ① 与えられた条件や性質を図にかき入れたり、証明の中の言葉や式や記号が意味していることを図に示したりして、図と対応させながら証明を読むようにする。
- ② 生徒に証明を板書させて全体で検討するなど、証明を読み取る活動を取り入れる。
- ③ 証明の中に空欄を設けたり、敢えて証明の一部に間違った式や記号を入れたりするなど、読み取り問題の工夫をする。

〔2〕過程を振り返り評価・改善する力

設問(2)では、再度証明1に戻って検証するという「振り返り」の作業を求めています。出題の趣旨には「問題解決の過程や結果を振り返り評価・改善すること」とあります。

問題を解決するためには、見通しを立てて解決する方法を考え、その方法で実行して、結果を振り返るという一連の活動が必要になります。これまでの授業では、2. [1] で述べたように問題を解決したり答えを求めたりすることに重点が置かれ、方法を考えたり結果を振り返ったりすることはあまり行われていませんでした。しかし、数学活用ではこの部分も重要で、設問(2)が示すように、自ら実行したことを評価・改善するために、問題解決の過程を振り返ることが大切になります。したがって、授業においては、友達の解答や発表を評価したり修正したりする活動を取り入れるなど、結果を振り返る場面を重視した指導も大切になります。

4. おわりに

得てしてテストとなると、結果の良し悪しだけに関心が集まり、テスト問題が示すメッセージ性に目が向けられることはあまりありませんでした。しかし冒頭で述べましたように、全国学力・学習状況調査においては、調査問題自体が「活用力とは何か」を一つのモデルとして示していると言えるのです。それを踏まえてここでは、2つの調査問題から考えられる数学活用について述べてきましたが、全国学力・学習状況調査は平成19年度から実施されていますので、これまで相当数の活用問題が作成されていることになります。現行の学習指導要領が求めている活用力の育成には、それらの問題に込められている数学活用の具体的なメッセージを読み取り、指導に活かしていくことが大切と考えます。

【引用文献】

全国的な学力調査に関する専門家会議「全国的な学力調査の今後の改善方策について（まとめ）」平成29年3月

文部科学省 国立教育政策研究所「令和6年度全国学力・学習状況調査 中学校数学問題及び解説資料」

文部科学省 国立教育政策研究所「令和5年度全国学力・学習状況調査 中学校数学問題及び解説資料」

（宇都宮共和大学 教授）