

中学第2学年教材 図形の調べ方

～はとめ返しの謎を探れ～

もりわき まさひろ
森脇 正博

1. はじめに

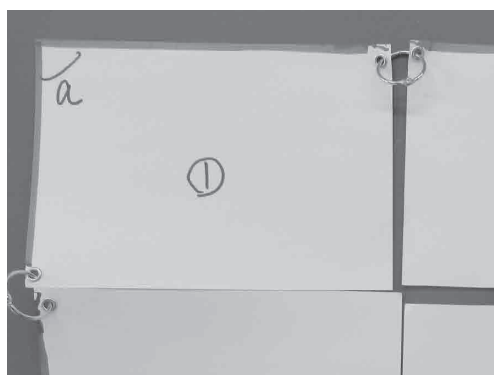
学習指導要領において、第2学年では目標の1つに「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度、多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとする態度を養う」ことが挙げられている。その上で、生徒の数学的活動への取組を促し思考力、判断力、表現力等の育成を図るため、各領域の内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした問題を解決する課題学習を、指導計画に適切に位置付けることが求められる。

そのため、「主体的・対話的で深い学びの実現」に向け、次の3つの視点を重視し、授業を設計している。まず、①生徒にとってワクワクするような課題の提示（着眼：一人では解決できない子もいるだろうが、友だちとの意見交換や教師の助言を得れば、答えにたどり着けるかもしれないと予感できる場面設定）を行うこと。次に、②どのようにして解答を導き出すか対話的な学びの場面（分析：各自の思考や子ども同士の議論を通して芽生えた認知的葛藤を大切にする場面設定）を随所に取り入れること。そして、③学びが深まっていく中で、本時における論理的思考の結果から導き出した自分なりの考えを発言したりまとめたりする活動する場面（一般化：身につけた知識や技能、表現方法や考え方を振り返るプロセス）を大切に授業を意識的に行うこと、である。

そこで、本稿ではその実践の一例として、「ハトメ（紙にあけた穴が破れない様に補強するリング状の金具のこと）による図形の変形」を教材化し、数学的な課題提示を行う。そして、抽象的思考活動といった推論や一部具体的操作活動を織り交ぜながら、仲間と過程や結果を議論し合う中で、統合的・発展的に問題を考察する学習サイクル構築のプロセスを示したい。

2. 教材について

「はとめ返し」とは何か、最初に教材の説明を行っておく。まず、四角形の向かい合う辺の中点どうしを直線で結び4分割する。そして、それぞれがバラバラにならないよう中点付近に「ハトメ」を打ちリングや紐で連結する。その上で、四角形の頂点が中央で集まるようにひっくり返す操作活動のことをいう。中点付近に開けた穴が鳩の目（鳩目）に見えることからそう呼ばれており、書類の整理に用いられたり、パズルや玩具などに応用されたりしてきたものである。



3. 単元間のつながりー義務教育学校として小中の接続を意識してー

本校は2017年度より義務教育学校となり、教員の学校種間の異動も頻繁に行われるようになった。以前より小ー中学校の教科間の連携は大切にされてきたが、より一層教科内における縦の系統性を意識し理解を深めることで、各授業の質も向上してきたように思われる。

ここで、簡単に図形領域におけるつながりを明記しておく、三角形や四角形の性質について、義務教育前期課程（小学校段階）において三角形の内角の和は 180° 、四角形の内角の和は 360° であることを学んでいる。それらを証明するために、角を分度器で実際に測ったり、三角形であれば3つの角の部分を取り取り直線上に並べ調べたりする。このような実測や実験を通した帰納的、直感的な学びが中心である。もちろん、四角形の4つの角の大きさの和については、「三角形で成り立つことをいかせないか」という観点から、四角形を対角線で2つの三角形に分け $180^\circ \times 2 = 360^\circ$ と導いたり、四角形の内部に点を取り、そこから各頂点に直線を引き4つの三角形に分ける中で、4つの三角形の内角の和 720° から中心の 360° を引き去り、 360° と示したりするなど、数式で表しながら演繹的な考えによる説明方法も学習する。

そして、義務教育後期課程（中学校段階）になると、平面上に図形を敷き詰めたり、コンパスや三角定規を使って作図したりといった具体的操作活動だけでなく、図形の性質を調べるために抽象的思考活動など、推論を中心として説明や証明を試みたりする学習を行い論理的に思考・表現する能力を養っていく。その上で、義務教育最終学年では、相似や三平方の定理の学習などで、論理的思考力を高めることはもちろんのこと、日常生活や社会の事象についても、数理的に捉え、数学的に処理し、問題を解決できる力を育成することを目指す単元構成としている。

4. 授業展開例

まず、簡潔に本時の目標と展開例を示す。

○本時の目標

平行線の錯角、同位角や対頂角、多角形の内角の和などの既習事項を課題解決の手段として利用する中で、「はとめ返し」によって、なぜ四角形になるのかを、図形の辺や角の移動に着目して考察することができる

○本時の展開

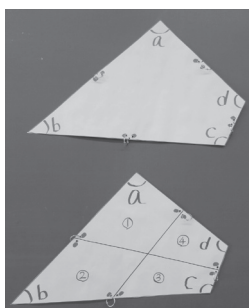
分 節	○生徒の学習活動 ㉒ は「主な見取りのポイント」	◆指導者の支援及び留意点 ㉓ は「主な手立てのポイント」
I 着 眼	○「はとめ返し」を行うことで「平行四辺形」ができるのは偶然なのか、それとも必然なのか、疑問を持ち仕組みを追求したいという気持ちを持つ。	◆「はとめ返し」の仕組みを理解させるため、最初は長方形で教師演示から始める。 ㉔ 両面色違いの画用紙を使用し、最初の四角形の角がどこか、はとめの部分はどこか等、ペンで印を付けさせるなど変化を分かりやすくする。
II 分 析	「はとめ返し」をすることで、必ず平行四辺形ができるのはなぜか。 ○なぜ必ず平行四辺形ができるのか、既習の知識を課題解決の手段として用いつつ、思考を深める。 ㉒ 既習の知識をいかし、「はとめ返し」を行った際の特徴を、図形の性質を指摘しつつ表現することができる。 ㉒ 自らの考えを筋道立てて表現することができる。 ㉒ 発言している友だちの意見を通して、自らの考えをより深めたり、自らの課題解決に生かしたりすることができる。	㉓ なぜ、はとめ返しを行ったときに中央に隙間ができないのかを説明させる。合わせて、周囲にも凹凸ができないことも論理的に説明させる。 ◆自らの推論だけでは、課題解決に至れそうにないと考えている生徒には、適宜具体的な操作活動も取り入れたり、教示したりしながら、全体で課題を解決していこうという雰囲気を作り出す。 ㉔ 黒板で発表した生徒の考えを、別の生徒にも同様に説明させる。 ㉔ 前で板書した生徒に発言させる前に、別の生徒にその生徒の考え方はどういったものかを発言させる。
	平行四辺形ではない特別な四角形ができることはあるか。 ○向かい合う中点を直線で結ぶのではなく、元の四角形の内部の点と結んだ場合でも、四角形となるか。また、その他のパターンで「はとめ返し」をしたら、特別な四角形になる場合もあるのではないかと推論し、思考する。	◆元の図形と事後の図形を比較し、どのような条件を満たすと、特別な四角形になるのかまで思考できる雰囲気を作り出す。 ㉔ 特別な四角形となる拡大図形を準備しておく。生徒から出てきた場合はそちらを使う。
III 一 般 化	○上記に出てきた図形以外の形はできないか、数学的活動と推論を取り合わせながら課題解決する。	◆三角形などの新しい図形を見つけ出した生徒を紹介し、全体の意欲関心をさらに高める。 ㉔ ノートに本時の学びを記載する中で、思考過程や学びを視覚的にも残させる。

5. 授業の実際－授業改善の視点と生徒の変容－

「はとめ返し」という行為が生徒にとっては非日常であるため、その操作活動の理解を図るという観点から、まずは長方形を使って、教室内で共通理解を図った。



その上で、「特別でない四角形」を提示し、中点を通る直線で分割したとき、どのような図形ができるかを問うた(写真上)。生徒には、板書と同じ図形を配布し、線などの書き込みをさせたのだが、図形を回転させるので、両面色違いの画用紙を使用した。切ってしまうと、平行四辺形になったという事実だけを知り、なぜそうなるかという思考を飛ばしてしまう生徒が予想されるため、線を引くだけに留め、はとめ返しによってどのような図形になるかを考えさせた。ただし、最初に提示した長方形においては、実際にハトメをつけ、操作できるように一人ずつ持たせた。少し補足すると、ハトメを付け紐で結ぶとひっくり返す操作が行いづらいため、リングで代用したり、思考時間を増やすため、マジックでハトメの位置を示すだけに留めるなど、教材教具の工夫も行った(写真左)。



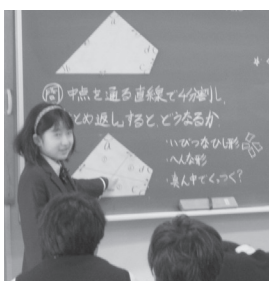
具体的操作活動(切ること)を制限しているため、頂点がどのように動くか折り返して想像してみたり(写真中)、ノートに図形を写し取りどのような図形になるか考えながら作図してみたり(写真右)と、思考を深めていった。以下便宜上、生徒のタイプを次のように分類し示す。

- Aタイプ：(授業中において) 既習の知識と「はとめ返し」の特徴を融合させつつ、他者にも分かりやすく説明できる生徒
- Bタイプ：(授業中において) 対頂角・中点・四角形の内角の特徴から、「はとめ返し」により平行四辺形ができることを説明できる生徒
- Cタイプ：(授業中において) 具体的な操作活動では、対象となる角や辺がどこへ移動するか分かるが、推論は難しい生徒

A・Bタイプは悩みつつも楽しみながら、既習事項である対頂角の特徴や、向かい合う中点どうしを結び分割していることに注目し、内角の和が 360° になることや、辺の中点を取っていることで長さが等しくなる部分があることを見つけ始めた。ただ、図形を回転させる課題であり、空間的な認知に苦手さを持っている生徒がいることは想像に難くなかったため、Cタイ

プの生徒に対しては、ある程度の時間が過ぎた時点で、実際に紙を切らせ、具体的操作活動を通して平行四辺形になることを確認させた上でその理由を考えさせた。

ただ特筆すべきは、本実践にかかわらず日頃の授業において、認知的に上位に位置付く生徒が一方向的に「教える」という関係をできる限り排除している点である。本時の展開にも記したように、全体の議論の場で、Cタイプの生徒にBタイプの生徒の発言をもう一度自身の言葉で表現させてみたり、Aタイプの生徒が板書し具体を発表する前に、B・Cタイプの生徒が板書だけを見て、どのように考えているか推察し説明を試みさせる場を設けていることである。このような取組を続ける中で、主観的な思考だけでなく、より多様性のある客観的な思考活動の重要性に気付くことができ（メタ認知）、学級全体としての思考の高まりが期待できるようになってきたことが成果として挙げられる。



以上のように、個人の学びから、次第にペアの学び、全体の学びに高めていくスタイルを継続している。このような実践を積み重ねる中で、経験則の限りではあるが、Cタイプの生徒もB・Aタイプに変容することを実感している。その証左は、本時でいえば、「線の引き方を変えてはとめ返しをすれば、平行四辺形ではなく、台形やひし形、正方形などといった、別の図形もできるのではないか」という新たな発想が子どもたちの中から生まれたことではないだろうか。そして、自発的に立てられた問いに対し、また新たに具体的操作活動も取り入れつつ、抽象的思考活動を積み重ねていく中で、生徒は自ら論理的思考力を鍛え、問題解決能力を高めていったといえよう。



このように、数学的活動や推論などを通して問題を解決し、その過程や結果を学び合う仲間と議論し合う中で、統合的・発展的に問題を考察する学習サイクルを積み重ねていくことで、日常における様々な事象を数理的に捉え、そこから数学の問題を自ら見だし、自立的、共同的に解決する生徒が育成できると思う。今後、本実践を他校でも追試する中で、汎用可能性がある教材かどうかを検討していくことが求められる。

*本実践は、京都教育大学附属京都小中学校における 2019 年度 教育実践研究協議会における第 8 学年数学の授業公開における成果と課題をまとめたものである。

(京都教育大学附属京都小中学校)