

「数学的な見方・考え方」を働かせて

数学の本質にせまる教科書

まつざき あきお
松寄 昭雄

1. 全国学力・学習状況調査（中学校数学）の調査問題の枠組みと「授業アイディア例」

全国学力・学習状況調査は、平成 31（令和元）年度調査より、新学習指導要領における「算数・数学の問題発見・解決の過程」に配慮し、中学校数学科の調査問題の枠組みにおいても、「数学科の内容（領域）」「主たる評価の観点」「文脈や状況」の他に、ある文脈や状況の中で数学的に問題発見・解決する過程を「数学の問題発見・解決における局面」として捉え、「数学的なプロセス」を位置付けている。例えば、平成 31（令和元）年度調査のうち、分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること（図書だより）の設問（2）は、「数学の問題発見・解決における局面」の「Ⅲ 問題解決の過程や結果を振り返って考察すること」と「数学的なプロセス」の「(3) 解決の過程や結果を批判的に考察すること」「(6) 事象を多面的に見ること」が位置付く。本設問に係る「授業アイディア例」（国立教育政策研究所，2019b）では、平均値を用いた説明とヒストグラムの特徴をもとにした説明を対比している。平均値が代表値としてふさわしいかどうか、教師が生徒たちに投げかけ、生徒らが批判的に考察するきっかけづくりをおこなっている。また、代表値や統計的な表現を用いて説明する際、ヒストグラムの階級の位置やその大きさに着目することが大切であることを、生徒とのやりとりで表現している。このように、集団における位置を判断する活動では、「生徒が主体的・対話的に取り組むことができるようにし、深い学びの実現につなげることが大切で」（文部科学省，2018，p.95）ある。

1. 1日あたりの読書時間に注目して、生徒の読書時間の傾向について考える。

教師：1日あたりの読書時間について、どのような特徴があるといえますか。調べたことを基に発表してみましょう。

1日あたりの読書時間について特徴を調べよう

項目	平均値	最大値	最小値
1日あたりの読書時間(分)	26.0	120	0

Aグループの発表
一番読書をしている人は120分で、全く読書をしていない人もいます。平均値が26分だから、1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いといえます。

読書時間についてのヒストグラム

Bグループの発表
ヒストグラムを見ると、読書時間が20分未満の人が多いけれど、90分以上の人もいます。

それでは2つのグループの発表した内容について検討してみましょう。

航平さん：僕はAグループのように、平均値で考えたよ。

結子さん：私はBグループのように、ヒストグラムの階級の度数を見て考えたよ。

航平さん：平均値が26分だから、ほとんどの人が1日に26分ぐらい読書をしていると考えたの？

結子さん：ヒストグラムを見ると26分ぐらいの生徒が多いとはいえないのではないかな。

平均値が26分だから、26分ぐらい読書をしている人が多いと判断してよいでしょうか。

ヒストグラムを見ると、10分以上20分未満の階級の度数が大きいから、26分ぐらい読書をしている人が多いとはいえないと思います。

僕もいえないと思います。なぜなら、ヒストグラムが左側に偏っているからです。

平均値である26分を含んだ階級の位置やその大きさを比較して説明しないといけないんじゃないかな。

そうそうね。ヒストグラムの特徴を基に「1日に26分ぐらい読書をしている人が多い」といえるかどうかという考えが適切ではない理由を、平均値である26分を含んだ階級の位置やその大きさに着目して説明することはできないでしょうか。

10分以上20分未満のところが、ヒストグラムの山の一番高いところから説明できそうです。

平均値の26分が含まれる階級よりも、10分以上20分未満の階級の度数が大きいことから説明できそうです。

それでは、「1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多い」といえる理由について、もう一度まとめてみましょう。

結子さんのノート
1日あたりの読書時間である26分は山の頂上の位置にないで、1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いという考えは適切ではありません。

航平さんのノート
最初は平均値だから26分ぐらいが多いと思っていたが、ヒストグラムを見てみると1日あたりの読書時間である26分が含まれる階級は、度数が最大となる階級ではないので、1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いという考えは適切ではないことがわかりました。

結子さんと航平さんがまとめたことから、データの分布の様子を説明するときには、ヒストグラムの階級の位置やその大きさに着目して考えることが大切であることがわかります。

2. さらなる問題を見いだす。

1日あたりの読書時間の傾向について調べてきました。1日あたりの読書時間について、さらに調べてみたいことはありますか。

中央値や最頻値とヒストグラムを見て調べるといいね。

階級の幅を変えたら、データの分布の様子は変わるのかな。

データを学年ごとに分けて調べてみたら、学年によって何か違いがあるのかな。

データを平日と休日に分けて調べてみるのもいいね。

2. 「数学的な見方・考え方」を働かせた学習活動の場と習得・活用・探究という学びの過程

新学習指導要領では、各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせた学習活動を通して、数学的に考える資質・能力の育成を目指している。「数学的な見方・考え方は、数学的に考える資質・能力を支え、方向付けるものであり、数学の学習が創造的に行われるために欠かせないものである」(文部科学省, 2018, p.21)として、「数学的な見方・考え方を働かせた学習活動は、(中略)、数学や他教科の学習の他、日常や社会において問題を論理的に解決していく場面などでも広く生かされるものである」(同上, p.22)と解説している。

第4章指導計画の作成と内容の取扱いの1(1)主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善において、「特に『深い学び』の視点に関して、各教科等の学びの深まりの鍵となるのが『見方・考え方』である。各教科等の特質に応じた物事を捉える視点や考え方である『見方・考え方』を、習得・活用・探究という学びの過程の中で働かせることを通じて、より質の高い深い学びにつなげることが重要である」(文部科学省, 2018, p.163)として、「これは、目的意識をもって生徒が取り組む営みというこれまで重視してきた数学的活動を学習指導において明確に反映させ、学習活動の質を向上させることを意図している」(同上, p.163)と解説している。

3. 数学の本質にせまる新しい中学校数学科教科書『日々の学びに数学的な見方・考え方をはたらかせる これからの数学』編集方針と四分位範囲や箱ひげ図の扱い

数研出版が、これまで培ってきた信頼と実績を糧に、新たに挑む中学校数学科教科書『日々の学びに数学的な見方・考え方をはたらかせる これからの数学』の編集方針の根幹は、数学の本質である。「数学的な見方・考え方」を働かせた学習活動を実現していくため、「対話の充実」を通して、数学的に問題発見・解決していく過程を重視している。

四分位範囲や箱ひげ図は、第2学年で新規に指導する内容となっている。新しい教科書では、「6章 データの活用」で、四分位範囲や箱ひげ図を扱う。新たな内容を学ぶための準備であるQでは、第1学年の内容のヒストグラムを用いたデータの比較をおこなう。そして、活動を通して解決を目指すTRYでは、まずTRY1で、箱ひげ図の性質を見出す活動を想定している。TRY2「箱ひげ図とヒストグラムの関係について考えよう。」では、Qで取り上げたデータを再び用いて、箱ひげ図とヒストグラムをつくり、2つの統計的な表現の関係を話題にしている。

新学習指導要領では、小学校算数科において、「量的データの散らばりの様子や代表値の意味を捉えやすくするための方法としてドットプロットが導入され、ドットプロットからデータの特徴や傾向を読み取ったり、最頻値や中央値を見付けたりできるようにしている」(文部科学省, 2018, p.10)とある。中学校数学科では、その上で、箱ひげ図を用いると、指標となる中央値と四分位数との差を求める等して、データの散らばり具合を把握しやすくなることを学ぶ。新しい教科書では、小学校算数科で学んだドットプロットと柱状グラフ、中学校第1学年で学んだヒストグラム、そして、箱ひげ図といった統計的な表現を関連づけている。そして、既習事項の習得を確実に押さえた上で、新規の学習内容である箱ひげ図の特徴について考察し、これまで学習してきた統計的な表現の関係を活用しながら、統計的な問題解決による探究をおこなう。

1 データの散らばり

1 四分位数と四分位範囲

データの散らばりを表す数値について学びます。

四分位数



下の表は、ある中学校の2年生2クラスの男子について、ハンドボール投げの記録をまとめたものです。2つのデータを比べる方法を考えましょう。

1組の記録 男子 19人				
11	12	15	15	15
16	17	17	19	20
20	20	22	22	24
25	26	27	30	

単位 (m)

平均値 19.6 m

2組の記録 男子 20人				
11	14	15	16	17
17	18	19	19	19
19	19	20	21	22
22	23	24	26	28

単位 (m)

平均値 19.5 m



平均値はほとんど変わらないね。

みかさん

平均値は小数第2位を四捨五入した値である。



ヒストグラムに整理して、データの分布のようすを比べてみましょう。



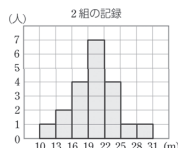
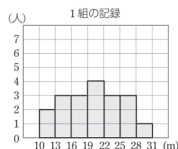
右のようなヒストグラムをつくると、山の頂上はどちらも19 m以上22 m未満のところにあります。



でも、山の形や高さにはちがいがあります。2組の方がデータが真ん中に集まっています。



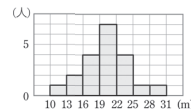
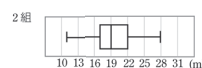
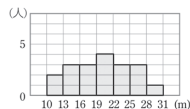
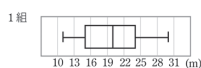
データの中央付近のようすが異なっているようですね。



TRY2 箱ひげ図とヒストグラムの関係について考えよう。

下の図は、172 ページのハンドボール投げのデータについて、箱ひげ図とヒストグラムをつくったものです。

箱ひげ図とヒストグラムの関係について、気づいたことを説明しましょう。



箱ひげ図とヒストグラムのどちらを見ても、1組の方がデータの散らばりの程度が大きいね。



ヒストグラムでデータが集まっている位置と、箱ひげ図の箱の位置は、関係がありそう。



箱ひげ図の箱やひげが、ヒストグラムとどのように対応しているでしょうか。



TRY2 のヒストグラムと箱ひげ図を見ると、ヒストグラムの山の位置と、箱ひげ図の箱の位置がだいたい対応していることがわかる。

また、ヒストグラムのすそにあたる部分が、箱ひげ図のひげに対応している。ヒストグラムのすそが左に伸びていれば、箱ひげ図のひげも左に伸びる。

このように、箱ひげ図からも、データの散らばりの大きさがよくわかる。

新しい教科書には、箱ひげ図に係る統計的表現の習得・活用を通じて学習内容の定着を図り、統計的な問題解決による探究へと導く対話を掲載している。日々の授業において、このような「対話の充実」を通して「数学的な見方・考え方」を働かせて、数学の本質にせまる深い学びを期待したい。

参考・引用文献

文部科学省 (2018) 『中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 数学編』 日本文教出版

国立教育政策研究所 (2019a) 『平成 31 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学 解説資料

－児童生徒一人一人の学力・学習状況に応じた学習指導の改善・充実に向けて－』

https://www.nier.go.jp/19chousa/pdf/19kaisetsu_chuu_suugaku.pdf (2020.3.31 最終確認)

国立教育政策研究所 (2019b) 「読書時間の傾向を捉えて説明しよう」『平成 31 年度 (令和元年度)

全国学力・学習状況調査の結果を踏まえた授業アイディア例』(pp.11-12)

https://www.nier.go.jp/jugyourei/h31/data/19idea-mmath_02.pdf (2020.3.31 最終確認)

(埼玉大学 准教授)

2 箱ひげ図

データの散らばりを図でわかりやすく表す方法について学びます。



下の図は、175 ページ問3のシャトルランのデータについて、散らばりのようすを調べるために、ドットプロットをつくり、中央値、最大値、最小値の位置に線を入れたものです。

それぞれの第1四分位数、第3四分位数の位置にも線を入れましょう。また、散らばりのようすについて、気づいたことを説明しましょう。

