

主体的・対話的な学びを通して

深い学びを実現するための授業展開の工夫

いしぐろ ゆういち
石黒 友一

1. はじめに

平成 29 年度改訂の中学校学習指導要領において、その基本方針の 1 つに「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の推進が挙げられており、中学校数学科学習指導要領解説においても、その実現に向けて数学的な見方・考え方を働かせることの重要性が述べられている。

本稿では、中学校第 1 学年正負の数「累乗」の学習に焦点をあて、「 2^0 はいくつなのだろうか？」という課題を取り上げ、生徒が数学的な見方・考え方を働かせながら対話的な学びを行い、深い学びへとつなげていく授業展開の在り方について提案したい。

2. 授業展開について

本時の授業は、累乗の学習を一通り終えた後の発展的な課題として、先に述べた、 2^0 について考える課題を扱う。

実際の授業では、まず、これまでの累乗の学習を振り返り、累乗 a^n の底は正の数、負の数、小数、分数をとることができたこと、また、 $(-3)^2$ や -3^2 などのように、かつこの有無によって計算方法がどのように異なっていたのかを確認した。その後、「累乗の指数については、これまでは正の数を扱ってきたが、正の数以外、例えば 2^0 はいくつになるのだろうか？」と生徒に問うた。この課題について、まずは白紙の用紙を生徒に一枚ずつ配付し、 2^0 はいくつになるのか、また、なぜそのように考えたのか、その理由について個人で考えさせ自分の考えを記述させた。

<u>課題</u> 2^0 を計算すると？ 0 ⇒ ① もともと 2 を 1 度もかけないのだから、0 になると思う。 1 ⇒ ② $2^1 = 2 \Rightarrow 2$ $2^2 = 2 \times 2 \Rightarrow 4$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow 8$ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow 16$ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow 32$ どんどん 2 でわられているから、2^0 は、$2 \div 2 = 1$ になると思う。	「私の考え」 A. 1 (理由) $2^0 \quad 2^1 \quad 2^2 \quad 2^3 \quad 2^4 \quad 2^5 \quad 2^6 \quad 2^7$ $\frac{1}{2} \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16 \quad 32 \quad 64 \quad 128$ $\div 2 \quad \div 2 \quad \div 2 \quad \div 2 \quad \div 2 \quad \div 2 \quad \div 2$ この表を参考にすると $x = 2^0$ は $2 \div 2 = 1$ になる。 また、 2^1 も 2 が 1 回かけられているだけでは $\times 2$ となり 2 とは別のものになってしまうので累乗は全部 $\times 1$ が入っていると思う。 そう考えると $2^1 = 2 \times 1 = 2$ になる。したがって 2^0 は 1 に何もかけないから 1 になると思う。
--	--

生徒の記述

次に、 2^0 がいくつになったか、その結果を全体場で生徒に聞いていくと、0 と答えた生徒、1 と答えた生徒、2 と答えた生徒がそれぞれおり、その中でも 0 と答えた生徒がクラス全体の約半数いた。また、定義できないと考えた生徒も少数いた。そこで、そのように計算できる理由を発表させ、それぞれの考えをつないでいくことを通して、課題の核心に迫っていった。(以下にそのときのプロトコルの一部を示す。)

T : 他の考えの人はいますか？はい、S1 さん。

S1 : 0 だと思います。指数が表すのは、その数は何乗したかを表しているから 0 です。

T : S2 さんはどう？

S2 : 0 です。0 回かけるので何も残らないからです。

T : S3 さんはどう？

S3 : 0 です。 2^2 は 2×2 、 2^1 は 2 じゃないですか。だから、 2^0 は何もないから、0 だと思います。

T : S4 さんはどうですか？

S4 : 2^3 から考えると、 2^2 は 2^3 から指数が 1 減るごとに $\div 2$ されているから、 2^2 から 2^1 、 2^1 から 2^0 へも $\div 2$ されるので、法則にならって 1 だと思います。

(※多くの生徒が納得の表情を見せる。)

T : 反論のある人はいますか？S5 さん。

S5 : 法則っていうことは最後の数までそうなるってことだから、1 になるとは限らない。

S6 : $\div 2$ の法則をやれば、 2^0 は 1 になるはず。

T : 他に考えはありますか？S7 さん。

S7 : (指数が)1 ずれたら $\div 2$ って言っていたじゃないですか。ということは 2^{-1} の場合、それも $\div 2$ になるんですか？

S8 : 私は 1 か 0 か迷って 1 にしました。 2^0 に $\times 2$ をしたら 2 です。だから、そこに 1 が隠れているというか、だから、(2^1 から 2^0 では) 1×2 から 2 が消えるので 1 になるのではないかと思います。

S9 : 私も S8 さんと同じ 1 なんですけど、私も 1 が隠れていると思います。

授業のプロトコル (一部抜粋)

2^0 を 0 になると考えた生徒の理由を見てみると、「2 を 0 回かけるから 2^0 は 0 になる」とその理由を記述した生徒がほとんどであった。実際の授業においても、そのような理由をもとに 2^0 は 0 になるという考えを発表する生徒が多かった。しかし、生徒 S4 の発言により 2^0 を 2^3 、 2^2 、……と帰納的に考察する視点、また、生徒 S8、S9 の発言により式の中に「 $1 \times$ 」を加えて演繹的に考察する視点が新たにクラス全体で共有されたことにより、生徒は 2^0 が 1 となることを納得したようであった。このように課題に対してまず個人で考えさせ、それぞれ違う考えを伝えあい議論を重ねていく授業の展開によって、生徒の間に数学的な見方・考え方を働かせ、

学習指導要領が示す「事象を数学的な表現を用いて論理的に説明したり，よりよい考えや事柄の本質について話し合い，よりよい考えに高めたり事柄の本質を明らかにしたりするなど」の対話的な学びが実現され，この対話的な学びが深い学びへとつながっていったのではないかと考える。

また，本校では記録ノートというものがあり，生徒が交代で授業の記録を毎時間取ることとなっている。その記録ノートの感想では，担当生徒が本授業で扱った $2^0=1$ となる分かりやすい説明として，次の図のように，紙を折るときの回数と折り目によって分けられた空間の数に着目して考えることを調べてきた。この考えも次の授業で紹介し，授業中には出てこなかった新たな考え方を共有することもできた。

$2^0=1$ の分かりやすい説明

$2^0 = 2$ ← 紙を折る回数

折り目によって分けられた空間の数

α) $2^1 \rightarrow$ 1回折るので
空間は2つ

1

1

→ 2

$2^2 \rightarrow$ 2回折るので
空間は4つ

1

1

1

1

→ 4

$2^3 \rightarrow$ 3回折るので
空間は8つ

1

1

1

1

1

1

1

1

→ 8

ということは 2^0 は……

$2^0 \rightarrow$ 0回(つまり折らない)
空間は1つ

1

→ 1

a^m とすると

a^m とは，1に a を m 回掛けたもの

↳ 2 の 0 乗とは，1に 2 を 0 回掛けたもの

また

一乗について

x が負の整数 n のとき， $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

α)

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

生徒の記録ノートの記述

さらに，S5の発言「法則っていうことは最後の数までそうなるってことだから，1になるとは限らない。」は，帰納的な考え方だけではなく演繹的に考えていくことの必要性に迫るものであり，S7の発言「(指数が)1ずれたら $\div 2$ って言っていたじゃないですか。ということは， 2^{-1} の場合，それも $\div 2$ になるんですか？」は，「累乗の指数が負の数だったら？」という新たな発展的な問いであり，これらの発言や問いが生徒の中から生まれたことはとても価値のあることである。このような生徒の発言や問いに価値づけを行なっていくことを通して，生徒の主体的な学びや数学教育における統合的・発展的な考え方の視点も生徒に育んでいくことが大切であると考ええる。

参考・引用文献

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編

藤原大樹（2018）『「単元を貫く数学的活動」でつくる中学校数学の新授業プラン』，明治図書

（筑波大学附属中学校）