

数学の面白さを伝える試み ～直観幾何学と発見的学習～

伊藤 仁一

1. 数学の面白さとは？

数学者として数学が面白いと思える瞬間は、やはり自分で新たな定理を発見したときではないでしょうか。もちろん、すべての数学者が数学を面白いと思っているわけではないでしょう。しかし、小中学校および高校の先生方には、真に数学を面白いと思ってもらい、生徒にその素晴らしさや面白さを伝えてほしい。少なくとも生徒が「数学ってすごい」という体験をする教育をしてほしいものです。

最近では、自分の頭で数学を考えて、「分かった」とか「ああそういうことなのか」と納得する経験をしたことがないまま、教育学部数学科に入学してきている学生が大変増えたように思えます。ですから、大学でこそそのような体験をして先生にならなくてはなりません。そこで、少しでもそのような体験を学生にしてもらいたいと思って実践している事例をいくつか紹介します。

2. 直観幾何学とは？

幾何学の学問分野に直観幾何学という分野はありません。ヒルベルトとコーン・フォッセンの書いた『直観幾何学(Anschauliche Geometrie)』という本があるだけです。この本は、幾何学の幅広い分野(2次曲線, 2次曲面, 配置の幾何, 微分幾何, 位相幾何)の初等的なことに関して、特に図や絵を多用することによってバランスよく書かれています。おそらくドイツに留学してこの本を読んだであろう Laszlo Fejes-Toth はハンガリーに帰ってから、同じく直観幾何学を意味する Intuitive Geometry という研究会を4, 5年に一度のペースで開催しています。2015年の6月には、彼の生誕100年記念の研究会がありました。その息子で、研究会のオーガナイザーである Gabor Fejes-Toth によると、Intuitive Geometry とは、道行く人にも説明して分かってもらえるような幾何学の問題を扱う研究だとのこと。もちろん、証明を分かってもらうことはできないのですが。

私もこの7年間、毎年2月頃に直観幾何学というタイトルの研究会を熊本大学で開催しています。抽象的な問題ではなく具体的に初等的な幾何の問題を、図や絵を多用して考える幾何学で、解析幾何、微分幾何、位相幾何、離散幾何、凸体の幾何、初等幾何、射影幾何のどの分野でも扱おうとしています。ただそのためには、多くの人に興味を持ってもらえる良い問題を見つけ出すことが重要になります。

ちなみに、『直観幾何学(Anschauliche Geometrie)』における Anschauliche は、「見え

る」とか「ビジュアル」というような意味ですが、それを「直観」と訳したことによって、更に、内面から出てくるものという意味が付加され、例えば、補助線を発見するというような作業も含まれるので、意識的に直観幾何学(Intuitive Geometry)という言葉を使っています。

3. 算数・数学サロン

秋山仁先生がこの研究会「直観幾何学」に興味をお持ちになり、最近3回ほど参加されています。秋山先生にお願いし、大学生や小中高の先生方を対象に特別講演を行っていただき、2015年の3月には、附属中学生や高校生を対象の特別講演も行っていました。如何に数学に興味を引くかという点で、秋山先生の講演は大変参考になるのですが、あのキャラクターを真似ることは容易ではないと思えます。

一方、数学科の学生たちには、集まった中高生を対象に、算数・数学サロンを開催してもらいました。どのようなものかという点、15くらいのテーマごとのブースを学生たちが設けて、参加した中高生が、関心のあるブースを順に訪問し、そこで数学科の学生が用意したパズル、演習、実験等を体験し、説明を受けるというものです。

ブースの一例を紹介します。ある形の板を作ってその上に塩をかけると塩山に稜線が現れます。例えば、三角形の台の上に塩をまくと内角の二等分線上に3本の稜線が現れ、内心の上が頂上となります。台の境界からの距離が一定のところに稜線が現れ、境界の最小跡となります。このような実験を集まった中高生にさせて、その理由を考えさせるというものです。一般の多角形ならどのようになるか等も考えてもらいます。また、詳しくは書きませんが、箱の底にいくつかの穴をあけた場合は、ボロノイ領域の境界に稜線が現れます。

秋山仁教授特別講演と同日開催！

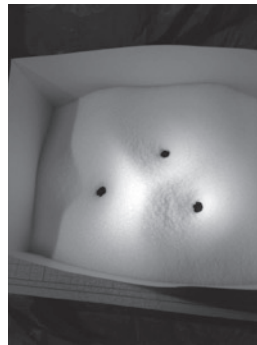
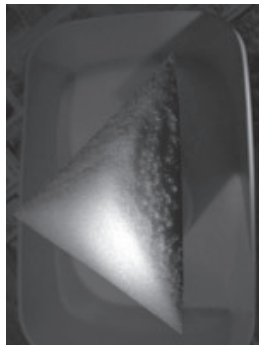
算数・数学サロン

日時: 2015年3月8日(日) 14:30~17:00
場所: 熊本大学教育学部
3-A講義室、3-B講義室
対象: 小学生、中学生、高校生、一般

内容: 教育学部数学科の学生が用意した数学の考え方を使った問題やパズル、ゲームに挑戦してもらいます。
福井先生(元中学校校長)のパズルもあります。
一緒に楽しく算数・数学を学びましょう！

予約不要！入場無料！
ぜひお越しください！

【主催】
熊本大学教育学部附属中学校 数学科
TEL: 096-822-0442



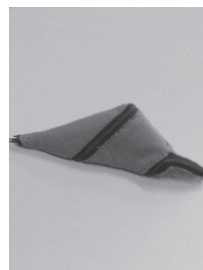
4. 直観幾何学を用いた発見的学习の事例

サロンでの塩の稜線の問題においても、大学生には、稜線が曲線となるようにするにはどのようにしたらよいかを考えてもらいました。知っている曲線の例として放物線、楕円、双曲線が稜線となるように台が作れました。

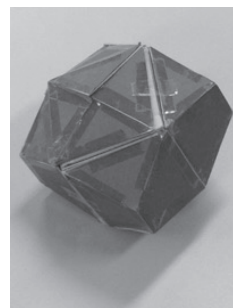
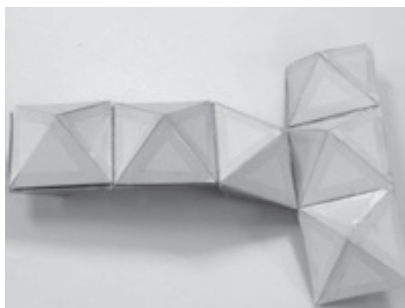
他にも直観幾何学を用いた発見的学习の事例を紹介します。

学部生の授業で行ったもので、立方体を辺に沿って切り開く展開図は11通りで、その境界を張り合わせて別の凸多面体を作ることができる。その全ての可能性を調べてもらいました。更

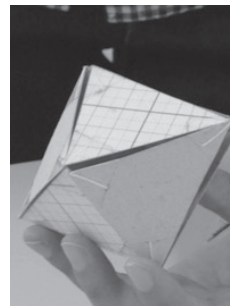
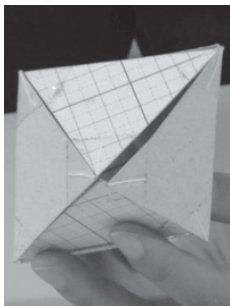
に、展開も再折りもジッパーのみで出来る例がいくつかありその一例を学生が作ってくれました。



また、秋山先生がよく使われる教具に、豚が描かれている接頭八面体が切り開かれて内側と外側が入れ替わり、ハムが描かれている直方体に代わるというものがあります。動きを伴って思わぬ形に変わるということに興味を引くところがあります。少し違ったもの例を学生に作ってもらったものを写真に示します。



さらに、思わぬ動きをする教具として、Jitterbug が知られていますが、数学的に深く調べられたことは少なく、今後研究の余地があると思われます。正八面体の辺が切り離された頂点で2つの三角形面だけを繋げると正方形の面のない立方八面体になります。また、存在しない正方形の境界の張り合わせ方を変えて別の正八面体にできます。正三角形の面でない八面体での例を学生に作ってもらったものを写真に示します。



(熊本大学 教授)