

# 数学の楽しさ、を伝える

岡部 恒治

現行の学習指導要領には、中学校数学の目標が次のように示されています。

「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」

このうち、「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感」の部分を考えてみたいと思います。

今の学習指導要領は、平成 20 年の中央教育審議会答申に従って改訂の方向性が定められました。基本方針の文面には直接表れていませんが、直前の PISA や TIMSS におけるアンケートで、日本の子どもたちの結果が良くなかったことにも影響を受けています。

たとえば PISA (2003) の調査では、順位の低下に加えて「数学の勉強への動機付け」に関する設問への結果が思わしくありませんでした。数値は、いずれも肯定的な回答の比率です。

①「将来就きたい仕事に役立ちそうだから、数学はがんばる価値がある」

日本 49.4 % (OECD 平均 75.3 %)

②「将来の仕事の可能性を広げてくれるから、数学は学びがいがある」

日本 42.9 % (OECD 平均 77.9 %)

③「自分にとって数学が重要な科目なのは、これから勉強したいことに必要だからである」

日本 41.4 % (OECD 平均 66.2 %)

④「これから数学でたくさんのことを学んで、仕事につく時に役立てたい」

日本 47.1 % (OECD 平均 70.5 %)

この 4 つの設問に対して肯定的な回答があまりに少なかったこともあって、結果はセンセーショナルに取り上げられることとなりました。TIMSS の調査でも同様の結果が出ていましたし、ショックを受けた教育関係者も多くいたことでしょう。

アンケート結果をそのまま鵜呑みにすることはできないはずですが\*1、これを受けて、「日本の生徒は数学の成績が良いが、その意欲では劣る」などとされてきました。

---

\*1 TIMSS で「あなたの数学の成績はどうですか？」というアンケートがとられたとき、日本の「大変悪い」と答えた生徒のほうが、アメリカの「良い」と答えた生徒よりも成績が上位で、日本の多数を占めていた「悪い」と答えた生徒のほうが、アメリカの「大変良い」と答えた生徒よりも成績が上位だった。

こうした経緯から、中学校数学の目標につながっていくわけですが、それでは「数学的活動の楽しさや数学のよさ」とはいったい何なのでしょう。

先述の PISA の調査項目では、「数学の勉強への動機付け」を進学や就職というキャリアに直結させて捉えています。確かに、専門的な研究をするには、数学が必要となることがあります。私の所属していた経済学部においてもそうです。仕事に数学を使っている業種・職種も数多くありますし、単純に、大学で学ぶために入試科目として数学に取り組まなければならないという場合もあります。

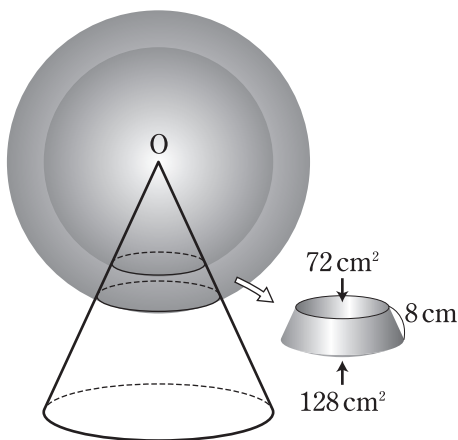
それらが数学を学ぶ動機として成り立つのはわかりますが、その生徒は「数学的活動の楽しさや数学のよさ」を感じているといえるのでしょうか。また、先のキャリアにおいて数学を必要としない生徒には、楽しさやよさを伝えることはできないのでしょうか。

ここで、例をひとつ紹介したいと思います。下は私が今年の年賀状で出した問題です。本稿用に、表現や数値は一部変更してあります。

### 問題 1 不安定な猫の餌の皿

図のように、 $O$  を中心とする 2 つの球面と、 $O$  を頂点とする円錐があります。大小 2 つの球面が円錐によって切り取られる曲面の面積はそれぞれ  $128\text{ cm}^2$  と  $72\text{ cm}^2$  で、その間の円錐の母線の長さは  $8\text{ cm}$  です。

このとき、この 2 つの曲面と円錐で囲まれる猫の餌皿のような立体(図の右下)の体積を求めなさい。なお、図は正確とは限りません。

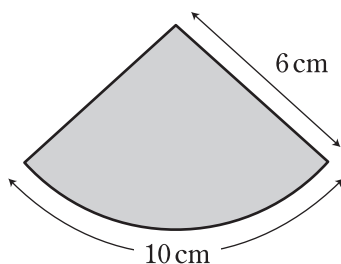


一見かなり面倒な問題に見えますが、数学の類推法を用いると、中学生の知識でも解くことができます。類推の原点は扇形の面積の捉え方です。

中学 1 年で、次のような問題を考えます。

### 問題 2

次の扇形の面積を求めなさい。



この扇形の面積は、「扇形の弧と面積の関係の公式

$S = \frac{1}{2}lr$ 」を使えば、中心角がわからないままでも求められます。でも、私は図1のように、扇形をバウムクーヘンのように切って重ね直す方法を勧めています(この見方が「積分的」なのです)。

こうすると、扇形が三角形になりますから、その面積は、 $\frac{10 \times 6}{2} = 30 \text{ cm}^2$  と求められます。

さて、問題1の猫の餌の皿の立体に戻りましょう。

扇形では、薄く帯状に切ってから、曲線を直線に近似しました。これも、立体を薄い玉ねぎの皮状に切ってから曲面を平面にすればよいのです。

そうすると、大きい円錐から、上の部分を切ってできる円錐台の体積になります(図2・下)。

この体積の計算には、中3の「相似比と面積比」の関係が必要です。

$$x^2 : (x+8)^2 = 72 : 128 = 9 : 16 \quad \text{より}$$

$$x : (x+8) = 3 : 4$$

これを解いて  $x = 24$

ここから、餌の皿(円錐台)の体積は

$$\frac{128 \times 32}{3} - \frac{72 \times 24}{3} = \frac{2368}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

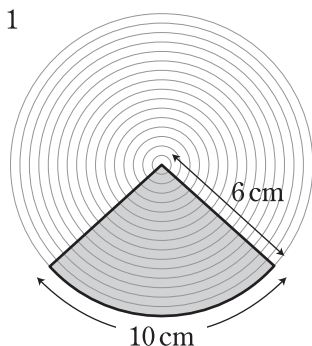
と求められます。

このように、数学の思考法によって、2次元の考え方を3次元の面倒な問題に応用して解決することができます。数学的活動の「見いだす活動」につながるこの「一を聞いて十を知る」という思考法で取り組みば、数学が楽しくなること間違いありません。

中学校数学で学ぶのは数学のほんの基礎ですが、数学において重要な内容が多く登場する大事な時期にあたります。抽象化の進むこの先においても数学を「楽しい」と感じられる生徒を育てるために、中学校数学に関わる者が取り組む価値のあるテーマだろうと思います。

「本稿に掲載した題材は、2015年6月1日に刊行される祥伝社新書(タイトル未定)で詳しく扱っています。」

図1



↓ バサッ！

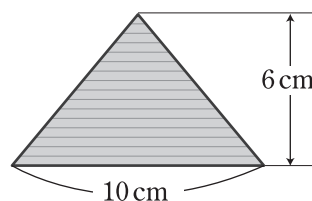
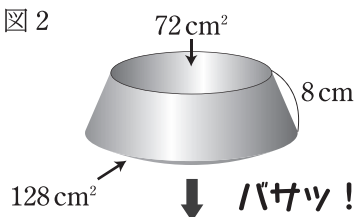


図2



↓ バサッ！

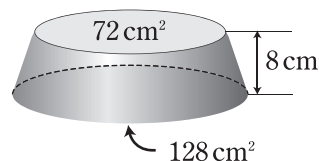
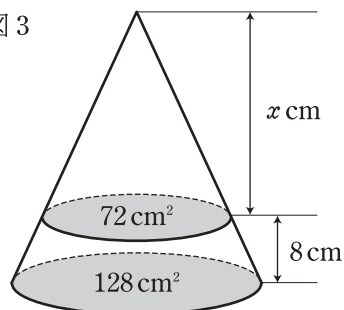


図3



(埼玉大学 名誉教授)