

高校数学を見据えた中学校数学の指導

竺沙 敏彦

1. はじめに

日本の場合，多くの生徒が義務教育を終えた後も数学を学習する。にもかかわらず，中学校で教える教員の側では，今教えようとしている内容がこの先どのような内容につながっていくのか，強く意識できていないのではないだろうか。

本稿では，中高一貫校に勤務した経験をもとに，中高のつながりや違いについて中学校段階で教師が意識しておきたいことを取り上げる。先生方の教材研究に少しでも役立つことを願っている。

2. 中高のつながり

まずは，中高のつながりについて具体的事例を挙げてみたい。

(1) グラフの意味するところ

$y=3x$ のグラフをかくときに，どのように教えるか。例えば， $(0, 0)$ と $(1, 3)$ の2点を座標平面上にとって，「あとはそれを『直線』で結ぶ」とだけ教えてしまうのは疑問である。反比例や2次関数ではどう考えればよいのか。

私は，1次関数のグラフをあえて上記のように指導したあとで，2次関数のグラフをかかせることがある。そうすると生徒の何人かは，点をとったあとに同じように直線（線分）で結ぼうとする。折れ線グラフにしてしまう生徒もいる。実は，多くの生徒は2次関数のときにはさすがに直線（線分）で結ぶのはまずいと感じているのだが，どうしていいかわからないのだ。

授業では，そういった「ゆさぶり」を通して深い理解につなげようとしている。つまり，「グラフが直線になることや曲線になること」を機械的に教えるのではなく，「条件を満たす点を無数に集めると，最終的に点の集まりが直線や曲線になる」ということを強調して教え，なんとなくでも生徒の意識に残しておくことが大切である。こうした準備が，以後の学習にもよい影響を与える。

例えば， $y=x+2$ のグラフをかくだけであれば， y 切片が2，傾きが1だとわかればいいのかもしれないが，領域問題まで視野に入れると，その直線が $y=x+2$ を満たす点の集まりであると認識できるかどうかのポイントになる。

$y>x+2$ の領域を表すことは， $y=x+2$ のグラフをかくことよりも難しいとされている。しかし， $y=x+2$ を，条件を満たす点 (x, y) の集まりとしての直線であると認識していれば，中学生であっても $y>x+2$ の領域を理解することは困難ではない。点 $(3, 6)$ がこの不等式の領域に含まれることは， $6>3+2$ という関係から容易に理解できるのである。

中学2年の教科書に載っている「連立方程式の解をグラフを用いて求める」問題にどのような価値があるのか疑問に思った方も多いと思うが、グラフが点の集まりであることを意識させるためには、これもかなり利用価値のある問題であろう。

(2) 平方完成

2次方程式の解の公式の扱いが軽くなったときの衝撃ほどではないとしても、中学3年で登場する平方完成については、扱いが小さくなっていることが気になる。先生方によっては、平方完成はとばして解の公式を丸暗記しようとしている場合もある。そのことの是非はともかく、平方完成についても中学校段階でしっかりと練習しておくことは必要である。なぜなら、高等学校の教科書においては、平方完成は既知の内容で、習得済みであることが前提になった記述になっているからである。

(3) 論証

中学校の「証明」問題は、イコール図形の論証であると思いがちだが、例えば、「偶数と奇数の和は奇数になることを説明しなさい」も歴とした証明問題である。

論証を初めて学習する生徒に体系的に教えるために、定義や仮定がはっきり示しやすい図形を題材としているだけで、前述のような代数的な証明問題も「証明」問題としてもっと意識的に扱っておく必要がある。

(4) 空間図形の認知

中学校段階での空間図形についての指導をもっと手厚くするべきではないかと考える。現状では生徒の空間認知を充分育てられていない。例えば、回転体の体積を求める問題において、平面図形を回転させたときの回転体のイメージがわからない生徒が増えてきていると感じる。イメージできなければ解くことは困難である。これは、高等学校で積分を用いて回転体の体積を求める際などに問題になってくる。中学校段階では空間図形の学習内容は少ないが、空間認知の育成のために丁寧に指導をしておきたい。

(5) 中高連携と小中連携

中学校で教えていると、ややもすると「小学校の先生は……」と考えがちであるが、高等学校と中学校の関係も同じで、「中学校の先生は……」となることがある。

小学生のときにこういうことを身につけてほしいと考えるのは中学校教員にとって自然であり、大切なことである。同じように、高等学校から見たときに中学校段階で身につけてほしいことは何かを考えていくことが中高連携の第一歩である。

3. 中高の違い

中学校と高等学校でつながりがあるように、異なる部分もある。次に、中学校と高等学校の違いについて考えていく。

(1) 結果か過程か

数学の問題解決において何が大切であるのか。中学校では正解を求めることがより優先されているように感じる。一方、高等学校では正解に至る過程がより重要視される(当然、正解に辿り着くことも重要である)。正解だけが示されてもあまり評価されないこともある。不正解

であっても、解決に至る考え方が正しければある規準で評価される。

回り道かもしれないが中学校の段階でも問題解決に至る考え方を大切にする指導は重要である。具体的には、文章題解決等において、途中式や解決過程の説明をしっかりと書く練習をすることが有効である。

(2) 定義域の扱い

問題を解く際に、定義域の扱いについては中高で大きく異なる。

中学校では、問題を解く過程の最終段階で定義域を考え、処理することが多い。ところが、高等学校では、問題を解く過程の最初に定義域を論じる。例えば、「直角三角形において、直角をはさむ2辺の長さの和が14 cmである。このような直角三角形の面積の最大値を求めよ。」という問題の定義域 $0 < x < 14$ について、中学校では $x=7$ を求めた後に、定義域を考えて答えるが、高等学校では $0 < x < 14$ を最初に論じることが欠かせない。この定義域の範囲で式変形ができると考えるから、 $\frac{x(14-x)}{2}$ とする前に定義域を明示しなければならない。

この違いは、中高の数学の厳密さの違いからきている。中学校で定義域を最初に扱うべきであるといっているのではなく、発達段階に応じて求められる厳密さは変化していくから、そのことを意識しながら指導を行っておくことが大切である。

(3) より抽象化された問題

小学校の算数には身近な問題があふれている。中学校においても特に文章題解決はまだまだ現実に即した問題が多い。つまり、答えを求めたときにそれを現実と照らし合わせることによって確かめたり納得できたりする。しかし、高等学校では多くの問題が数学の世界の問題となり、現実感を感じなくなる。何でもかんでも現実と照らし合わせるのではなく、純粋に数学の世界の中で理解する習慣を中学校の段階から始めたいものである。

4. まとめ

本校は中高一貫教育校であり、6年一貫のシラバスがあるため、中学校段階の教育内容が高等学校段階の学習内容にどのようにつながっているかを常に意識しやすい状況にある。しかし、一貫校でなくても高校での学習内容を知ること自体は容易である。それを知った上で一度これまでの指導を見直してみるとよいだろう。まずは、高等学校の教科書を開いてみてはいかがであらう。

(京都府立洛北高等学校附属中学校)