

B 2次式の因数分解

展開の公式を逆に利用すると、因数分解の公式が得られる。

因数分解の公式

1 $a^2 + 2ab + b^2 =$

$a^2 - 2ab + b^2 =$

2 $a^2 - b^2 =$

3 $x^2 + (a + b)x + ab =$

因数分解の公式 1, 2 を利用して因数分解をしてみよう。

例 15 (1) $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 =$

(2) $9x^2 - 6xy + y^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot y + y^2 =$

(3) $4x^2 - 9y^2 = (2x)^2 - (3y)^2 =$

☐

練習 19 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 10x + 25$

(2) $x^2 - 12x + 36$

(3) $x^2 + 6xy + 9y^2$

(4) $4a^2 - 4ab + b^2$

(5) $x^2 - 9$

(6) $16a^2 - 25b^2$

次に、因数分解の公式 3 を利用して因数分解をしてみよう。

例 16 (1) $x^2 + 6x + 8 = x^2 + (2 + 4)x + 2 \cdot 4$

$=$

(2) $x^2 + 2xy - 8y^2$
 $= x^2 + \{(-2y) + 4y\}x + (-2y) \cdot 4y$

$=$

←

| 積が 8 | 和が 6 |
|---------|------|
| 1 と 8 | × |
| -1 と -8 | × |
| 2 と 4 | ○ |
| -2 と -4 | × |

☐

練習 20 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 8x + 12$

(2) $x^2 - 7x + 12$

(3) $x^2 + 2x - 8$

(4) $x^2 - 5x - 6$

(5) $a^2 - 13a + 36$

(6) $y^2 - y - 20$

(7) $x^2 + 5xy + 4y^2$

(8) $x^2 + 7xy - 18y^2$

(9) $x^2 - ax - 12a^2$

展開の公式 4 を逆に利用する因数分解は、次のようになる。

因数分解の公式

4 $acx^2 + (ad + bc)x + bd =$

例 17 $3x^2 + 14x + 8$ の因数分解

因数分解の公式 4 において

$ac = 3, ad + bc = 14, bd = 8$

となる a, b, c, d をみつければよい。

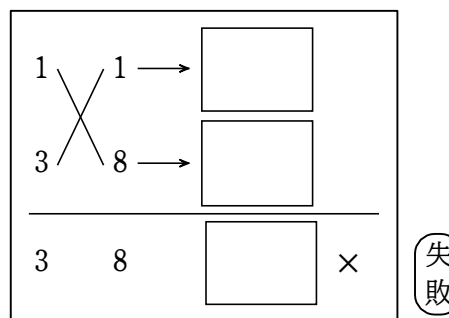
① $ac = 3$ の 3 を積に分解すると

$bd = 8$ の 8 を積に分解すると

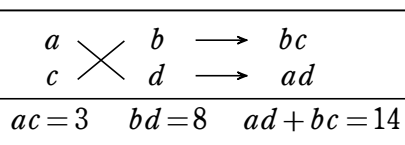
② $a = 1, c = 3$ として、 b, d の候補から $ad + bc = 14$ となるものをさがす。

このとき、右のような図式を利用するとよい。

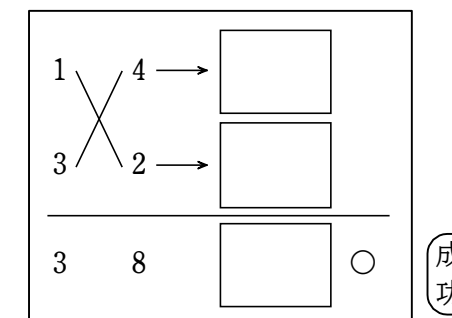
$b = 1, d = 8$ のとき



$ad + bc = 14$ とならない。

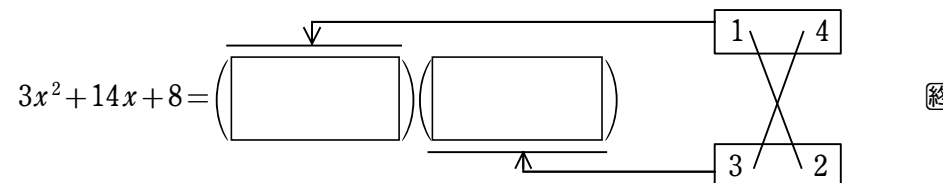


$b = 4, d = 2$ のとき



$ad + bc = 14$ となり、適する。

よって、 $a = 1, b = 4, c = 3, d = 2$ であるから



補足 上の図式のような計算を たすき掛け という。

深める 例 17 の ② の計算において、 b, d の候補として -1 と $-8, -2$ と -4 はたすき掛けの計算をしなくても適さないことがわかる。その理由を説明してみよう。