

1 集合

A 集合と要素

数学では、「1 から 10 までの自然数の集まり」のように、範囲がはっきりしたものの集まりを

といい、集合を構成している 1 つ 1 つのものを、その集合の という。

たとえば、「1 から 10 までの自然数の集まり」を A とすると、 A は

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

を要素とする集合である。

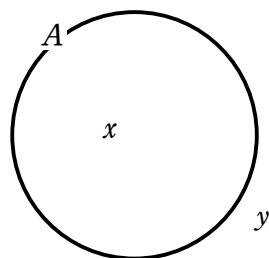
x が集合 A の要素であるとき、 x は集合 A に という。

また、集合とその要素について、

x が集合 A の要素であることを x A ,

y が集合 A の要素でないことを y A

と表す。



例 1 1桁の素数全体の集合を A とすると、 A は

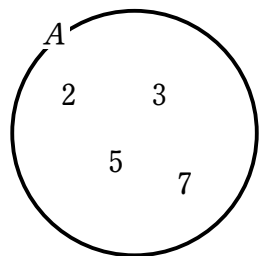
2, 3, 5, 7

を要素とする集合である。

このとき、集合 A について、たとえば

2 A , 1 A

である。 終



練習 1 有理数全体の集合を Q とする。次の に適する記号 \in または \notin を入れよ。

- (1) 4 Q (2) $-\frac{2}{3}$ Q (3) $\sqrt{2}$ Q

B 集合の表し方

集合の表し方には、 $\{ \}$ の中に要素を書き並べて表す方法がある。

例 2 要素を書き並べて表す方法

(1) 18 の正の約数全体の集合 A は $A =$

(2) 20 以下の正の偶数全体の集合 B は $B =$

(3) 自然数全体の集合 N は $N =$ 終

要素の満たす条件を書いて、集合を表す方法もある。例 2 の集合 A, B は、たとえば、それぞれ次のようにも表される。

例 3 要素の満たす条件を書いて表す方法

(1) $A = \{ x \mid x \text{ は } \text{} \}$

(2) $B = \{ 2n \mid n \text{ は } \text{} \}$ 終

← A の要素を x で代表させ、縦線の右に x の満たす条件を書いている。

練習 2 次の集合を、要素を書き並べて表せ。

(1) 20 の正の約数全体の集合 A

(2) $B = \{ x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の正の奇数} \}$

(3) $C = \{ 3n + 1 \mid n = 0, 1, 2, 3, \dots \}$

深める 集合 $C = \{ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 \}$ を例 3 のような要素の満たす条件を書いて表す方法で表してみよう。

C 部分集合

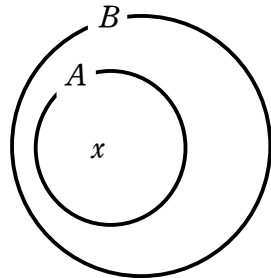
2つの集合 A, B について,

A のすべての要素が B の要素でもあるとき,

すなわち

$$x \in A \text{ ならば } x \in B$$

が成り立つとき, A を B の という。



このとき, A は B に , または B は A を といい, A B ,

または B A で表す。

集合 A 自身も A の部分集合である。すなわち, $A \subset A$ である。

また, A と B の要素がすべて一致しているとき, A と B は といい,

A B で表す。

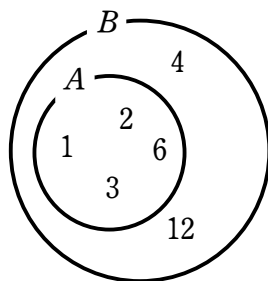
<注意> $A=B$ であることは, 「 $A \subset B$ かつ $A \supset B$ 」であることと同じである。

例 4 $A=\{1, 2, 3, 6\}$ と $B=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ については,

A B である。

また, 6 の正の約数全体の集合を C とすると,

A C である。 終



練習 3 次の 2 つの集合の関係を, $\subset, =$ を使って表せ。

(1) $A=\{1, 2, 4, 8\}, B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(2) $C=\{1, 2, 5, 10\}, D=\{x \mid x \text{ は } 10 \text{ の正の約数}\}$

(3) $P=\{x \mid x \text{ は } 12 \text{ 以下の自然数}\}, Q=\{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の正の約数}\}$

要素が 1 つもない集合も考える。これを といい, で表す。

空集合 \emptyset は, どんな集合に対しても, その部分集合であると約束する。

例 5 集合 $\{a, b\}$ の部分集合は, 次の 4 個である。

, , ,

終

← 空集合 \emptyset および $\{a, b\}$ 自身も部分集合である。

練習 4 次の集合の部分集合をすべてあげよ。

(1) $\{1, 2\}$

(2) $\{a, b, c\}$