第 4 章 (習得型)　正弦定理と余弦定理

【学習のテーマ】　正弦定理と余弦定理 (教科書 p.152 ～ p.157)

【目標】

- 問題に応じて正弦定理と余弦定理を使い分けて，解を求めることができるようになる。
- 正弦定理と余弦定理を一通り学んだあとに，総まとめ的に習得をはかる。どの定理を適用すればよいかの判断力の養成も 1 つの狙いである。
- 互いに教え合うことを通じて，正弦定理と余弦定理について，自分の中で今まで以上に深く身に付いたことを実感させる。
- 授業を振り返って，正弦定理と余弦定理について，自分が理解できていること，理解できていないことをはっきりと認識する。また，振り返りの中から，自分の課題を発見させる。

【授業の流れ】

① 学習内容の説明 (一斉学習)	15 分	プリントの冒頭に示している「目標」を提示し，指導者が教科書 p.152 ～ p.157 の内容を説明する。
② 練習問題 (グループ学習) 答え合わせ	15 分 5 分	① の説明のもと，4 人くらいのグループに分かれて，練習問題に取り組む。お互いに質問したり，説明したりしながら，協力して問題を全部解くことが目標。
③ 確認テスト 答え合わせ	5 分 5 分	理解度を確認するテストを行う。グループ内で答案を交換して採点し合う。
④ 振り返りカードへの記入	5 分	最初に提示した「目標」が達成できたか，自分がまだできないことは何か，を振り返る。
合計	50 分	—

【プリント例の説明】

① 学習内容の説明 (一斉学習)

- 冒頭に目標「問題に応じて正弦定理と余弦定理を使い分けて，解を求めることができるようになる。」を示している。
- 教科書 p.152 ～ p.157 の内容を要約して掲載している。StudyaidD.B. の本文データで作成している。ただし，練習は除いている（次のグループ学習のプリントで使用する）。
- 教科書 p.152 ～ p.157 の内容を学習している前提で，説明時間の目安を 15 分に設定している。

② 練習問題 (グループ学習)

- 問題１～４の 4 問を用意している。教科書 p.154 練習 19，練習 20，p.156 練習 21，p.157 練習 22 で構成している。
- 様々な要素を含む範囲であるため，質問や教え合いが出てくる場合も多いだろう。
- 問題が多いと感じられる場合は，問題を削ってより定着をはかるようにしてもよい。逆に問題が少ないと感じられる場合は，問題の類問を，問題集から探して追加してもよい。

③ 確認テスト

- ② 練習問題の同問（練習 19 (2)，練習 21 (1)，練習 22）で構成している。ほぼ全員が満点をとり，自信がつけられるようにしたい。
- 生徒の状況に応じて，問題数を増やしたり，問題集から類問をとってきたりしてもよい。

① 学習内容の説明　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

【学習のテーマ】正弦定理と余弦定理（教科書 152 ～ 157 ページ）

【目標】問題に応じて正弦定理と余弦定理を使い分けて，解を求めることができるようになる。

＊まず，今回の学習内容の説明をします。ノートは取らなくてもよいです。説明を聞くことに集中してください。

[712 数学Ⅰ 本文ページ152]

■正弦定理

三角形について，次の **正弦定理** が成り立つ。

正弦定理

△ABC の外接円の半径を R とすると

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

[712 数学Ⅰ 本文ページ154]

三角形の 1 辺の長さと 2 つの角の大きさが与えられた場合は，正弦定理を用いて，残りの 2 辺の長さを求めることができる。

例題 8　△ABC において，$a=10$，$B=60°$，$C=75°$ のとき，b を求めよ。

解　$A+B+C=180°$ であるから

$$A=180°-(60°+75°)=45°$$

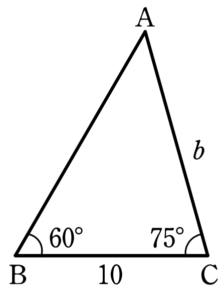
正弦定理により

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$$

であるから

$$\frac{10}{\sin 45°}=\frac{b}{\sin 60°}$$

ゆえに　$b=\dfrac{10}{\sin 45°}\cdot\sin 60°=5\sqrt{6}$



例題 9　△ABC において，$a=6$，$A=30°$ のとき，外接円の半径 R を求めよ。

解　正弦定理により，$\dfrac{a}{\sin A}=2R$ であるから

$$\frac{6}{\sin 30°}=2R \qquad よって\quad R=\frac{6}{2\sin 30°}=6$$

[712 数学Ⅰ 本文ページ155]

■余弦定理

三角形について，次の **余弦定理** が成り立つ。

余弦定理

△ABC において　$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

[712 数学Ⅰ 本文ページ156]

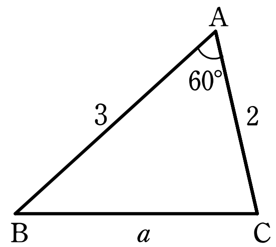
三角形の 2 辺の長さと 1 つの角の大きさが与えられた場合は，余弦定理を用いて，残りの辺の長さを求めることができる。

例題 10　△ABC において，$b=2$，$c=3$，$A=60°$ のとき，a を求めよ。

解　余弦定理により

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$
$$=2^2+3^2-2\cdot2\cdot3\cos 60°$$
$$=7$$

$a>0$ であるから　$a=\sqrt{7}$



[712 数学Ⅰ 本文ページ157]

例題 11　△ABC において，$b=7$，$c=8$，$B=60°$ のとき，a を求めよ。

解　余弦定理により

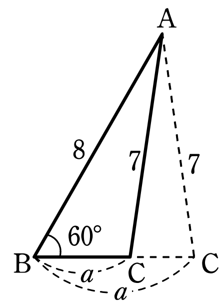
$$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$$

であるから

$$7^2=8^2+a^2-2\cdot8\cdot a\cos 60°$$

ゆえに　$a^2-8a+15=0$

これを解いて　$a=3,\ 5$



② 練習問題－1 (20 分)

( )組( )番 名前( )

＊グループで練習問題に取り組んでください。$\boxed{1}$ ～$\boxed{4}$の 4 問，制限時間は 20 分です。チームで協力して満点を取るのが目標です。

＊まず自分で考えてみます。そして，自分では分からなかったら，グループの人に質問してみましょう。質問された人は説明してください。チームで協力しましょう。

$\boxed{1}$ [712 数学Ⅰ 練習19]

△ABC において，次のものを求めよ。

(1) $b=6$，$B=30°$，$C=45°$ のとき c

(2) $c=4$，$A=120°$，$B=15°$ のとき a

$\boxed{2}$ [712 数学Ⅰ 練習20]

△ABC において，外接円の半径を R とする。次のものを求めよ。

(1) $b=8$，$B=60°$ のとき R

(2) $a=R$ のとき A

② 練習問題－2　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

$\boxed{3}$ [712 数学Ⅰ 練習21]

△ABCにおいて，次のものを求めよ。

(1) $a=3$，$c=2\sqrt{2}$，$B=45^\circ$ のとき b

(2) $a=8$，$b=7$，$C=120^\circ$ のとき c

$\boxed{4}$ [712 数学Ⅰ 練習22]

△ABCにおいて，$a=\sqrt{5}$，$b=\sqrt{2}$，$A=45^\circ$ のとき，c を求めよ。

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　　)

③　確認テスト　(5 分)　→答え合わせ→振り返りカード

＊1 人で解いてみましょう。制限時間は 5 分です。

＊5 分後に，グループ内で答案を交換して，答え合わせをしてください。
　間違えていたら直してあげてください。

＊最後に「振り返りカード」に記入してください。

次のような △ABC において，次のものを求めよ。

(1)　$c=4$，$A=120°$，$B=15°$ のとき a

(2)　$a=3$，$c=2\sqrt{2}$，$B=45°$ のとき b

(3)　$a=\sqrt{5}$，$b=\sqrt{2}$，$A=45°$ のとき c