第 3 章(活用型)　グラフが動く場合の関数の最小値

【学習のテーマ】 グラフが動く場合の最小値（教科書 p.107 補充問題 5）

【目標】

- グラフが動く場合の関数の最小値が求められるようになる。
- 既習の知識を組み合わせることで，より発展的な問題が解けることを実感させる。
- 互いに教え合うことを通じて，グラフが動く場合の関数の最小値の求め方，またそれを求める際に用いる考え方が，自分の中に今まで以上に身についたことを実感させる。
- 授業を振り返って，グラフが動く場合の関数の最小値について，自分が理解できていること，理解できていないことをはっきりと認識する。また，振り返りの中から，自分の課題を発見させる。

【授業の流れ】

① 課題の提示（個別学習）	5 分	少しの時間，どのようにしたら解決できそうか，生徒一人で考えさせる。
② 基本事項の説明（講義）	10 分	課題に取り組むために必要な基本事項（グラフが下に凸で定義域に制限がある場合の最小値）を説明する。生徒の実態によっては，プリントを配布し，説明を省略してもよい。
③ 課題を解く（グループ学習）	20 分	課題に取り組む。グループ学習だが，最初は 1 人で課題を進める。分からなくなったら，周りの人に質問し，お互いに教え合うようにする。
④ 確認テスト（個別学習）	10 分	課題の類問に 1 人で取り組む。
⑤ 振り返りカードへの記入	5 分	授業を振り返って，何が分かったか，何が分かっていないか，を文章で表現させる。
合計	50 分	—

【プリント例の説明】

① 課題の提示（個別学習）

- 課題として，教科書 p.107 補充問題 5 を提示している。

② 基本事項の説明（講義）

- 課題に取り組むための基本事項として，次の 2 つを掲載している。
  下に凸の場合の y の値（軸に近いほど y の値は小さい）
  下に凸で定義域が閉区間の場合の最小値（軸と定義域の位置関係で場合分け）
- 基本事項がある程度身についている場合は，説明は省略し，プリントを配布するだけで済ませてもよい。

③ 課題を解く（グループ学習）

- 課題は節末の補充問題なので，いきなりすべてを生徒に考えさせるのは難しいと思われる。
  そこで，穴埋めなどの誘導を付けて掲載した。

④ 確認テスト（個別学習）

- 補充問題 5 の類問を掲載している。課題の反復問題である。
- プリントでは場合分けを与えない形で問題を掲載した。生徒の実態によっては，場合分けを予め与えておくことも考えられる。

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　)

① 課題：グラフが動く場合の関数の最小値

【学習のテーマ】グラフが動く場合の関数の最小値

【目標】グラフが動く場合の関数の最小値が求められるようになる。

＊まず，目標とする課題を確認しましょう。

■目標とする課題

a は定数とする。関数 $y=x^2-2ax+a^2+1$ $(0 \leqq x \leqq 2)$ の最小値を，次の場合について，それぞれ求めよ。

(1)　$a<0$　　　(2)　$0 \leqq a \leqq 2$　　　(3)　$2<a$

（→ 新編 数学Ⅰ p.107 補充問題 5）

このような問題を協力して解く。また，自分 1 人で解けるようになる。

□まずは，1 人で取り組んでみよう。

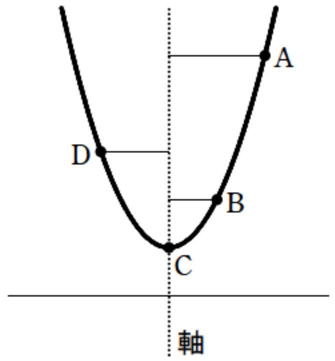
また，(1)，(2)，(3) はどのような場合で分かれているのか考えてみよう。

② 基本事項の説明：グラフが動く場合の関数の最小値　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　）

＊課題に取り組むために必要な基本事項を解説します。
＊できるだけ集中して聞いてください。

■グラフが下に凸の場合の y の値

2 次関数のグラフが下に凸の場合
軸に近いほど，y の値は小さい。



上の図の 4 点 A，B，C，D について，軸からの距離が近いものから順に並べると

C，B，D，A

また，この 4 点における y の値は，この順に大きくなる。

C，B，D，A
小さい　⟷　大きい

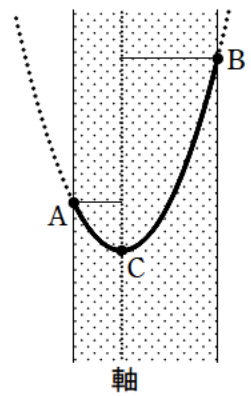
つまり，軸に近いほど，y の値は小さい。

なお，グラフ上のすべての点の中で，y の値が最小となるのは，頂点（上の図では点 C）である。

■グラフが下に凸で，定義域が ○≦x≦△ である場合の最小

[1]　軸が定義域の内にある　→　頂点で，y の値は最小となる。
[2]　軸が定義域の外にある　→　軸に近い方の端点で，y の値は最小となる。

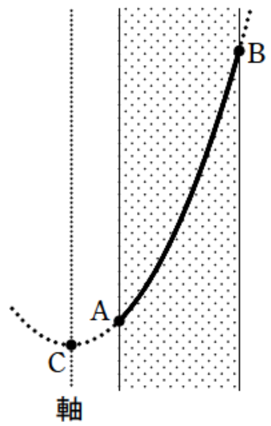
[1]　軸が定義域の内にある
グラフは次のようになるから，y の値が最小となるのは頂点 C である。



頂点 C で y の値は最小となる

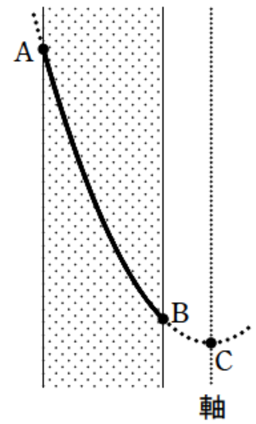
[2]　軸が定義域の外にある
軸が左の外側にある，右の外側にある，の 2 種類が考えられる。

軸が左の外側にある



左端の点 A で
y の値は最小となる

軸が右の外側にある



右端の点 B で
y の値は最小となる

③ 課題を解く：グラフが動く場合の関数の最小値　(20 分)　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

＊まず，自分一人で考えて，課題を進めていってください。

＊自分では分からなかったら，周りの人に質問してみましょう。質問された人は説明してください。

■課題

■目標とする課題

a は定数とする。関数 $y=x^2-2ax+a^2+1$ $(0\leqq x\leqq 2)$ の最小値を，次の場合について，それぞれ求めよ。

(1)　$a<0$　　　　(2)　$0\leqq a\leqq 2$　　　　(3)　$2<a$

(→ 新編 数学Ⅰ p.107 補充問題 5)

この問題をグループで協力して解こう。

まず，関数 $y=x^2-2ax+a^2+1$ のグラフの軸を求めよう。

軸は　直線 $x=\boxed{}$　である。

■ (1)　$a<0$ のときの最小値を求めよう。

まずは，$a<0$ のときの，この関数のグラフをかいてみよう。

(例えば $a=-1$ のときのグラフをかけばよい。)

軸は定義域 $0\leqq x\leqq 2$ の外にある。

軸に最も近い点の x 座標は　$x=\boxed{}$　である。

よって

$a<0$ のとき　この関数は $x=\boxed{}$ で最小値 $\boxed{}$ をとる。

■ (2)　$0\leqq a\leqq 2$ のときの最小値を求めよう。

$0\leqq a\leqq 2$ のときの，この関数のグラフをかいてみよう。

軸は定義域 $0\leqq x\leqq 2$ の内にある。

よって　$0\leqq a\leqq 2$ のとき　この関数は $x=\boxed{}$ で最小値 $\boxed{}$ をとる。

■(3)　$2<a$ のときの最小値を求めよう。

$2<a$ のときの，この関数のグラフをかいてみよう。

軸は定義域 $0\leqq x\leqq 2$ の外にある。

軸に最も近い点の x 座標は　$x=\boxed{}$　である。

よって　$2<a$ のとき　この関数は $x=\boxed{}$ で最小値 $\boxed{}$ をとる。

■課題の解

以上の結果をまとめて，課題の答えを下に書こう。

$a<0$ のとき

$0\leqq a\leqq 2$ のとき

$2<a$ のとき

④ 確認テスト：グラフが動く場合の関数の最小値　（10 分）

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

＊次の問題に１人で取り組みましょう。

a は定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y=2x^2-4ax+2a^2 \ (0 \leqq x \leqq 1)$$

■課題が思うように進まない人へのヒント

a の値で場合分けすることが必要です。

[1]　軸が定義域の左の外にある場合の a の値の範囲

[2]　軸が定義域の内にある場合の a の値の範囲

[3]　軸が定義域の右の外にある場合の a の値の範囲