

第5章(活用型) 変量の変換(平均値, 分散, 標準偏差)

【学習のテーマ】 変量の変換(平均値, 分散, 標準偏差)

【目標】

- ・ データの各値に同じ数を足したり掛けたりしたときの, 平均値, 分散, 標準偏差の変化の様子を知る。
- ・ 変量の変換前後の平均値・分散(標準偏差)の値を求めること, 変量の変換前後のヒストグラムを比べることにより, 平均値・分散・標準偏差という値の意味を, 改めて深く理解する。
- ・ 互いに教え合うことを通じて, 平均値・分散(標準偏差), 変量の変換について自分の中で今まで以上に深く身についたことを実感させる。
- ・ 授業を振り返って, 平均値・分散(標準偏差), 変量の変換について, 自分が理解できていること, 理解できていないことをはっきりと認識する。また, 振り返りの中から, 自分の課題を発見させる。

【授業の流れ】

① 課題の提示	5分	「目標とする課題」を提示する。生徒に, 与えられた課題について, 自分なりの予想を立てさせる。
② 課題解決のため, 分担して問題を解く(グループ学習)	15分	課題を解決するために必要な材料を用意する。グループA, B, Cで分担して, 問題を解く。
③ 課題解決に必要な考え方を統合(グループ学習)	15分	A, B, Cが一人(以上)いる新しいグループに組み替えて, 各自が②で解いた問題の結果をまとめる。それをもとに, 最初の課題について, グループの考えをまとめる。
④ 課題のまとめ	10分	変量の変換の公式について, ②, ③を踏まえて, 指導者がまとめる。変量の変換の公式を利用した問題を解く。
⑤ 振り返りカードへの記入	5分	最初に提示した「目標」が達成できたか, 自分がまだできないことは何か, を振り返る。
合計	50分	—

【プリント例の説明】

- ① 課題の提示
 - ・ 冒頭に目標「データの各値に同じ数を足したり掛けたりしたときの, 平均値, 分散, 標準偏差の変化の様子を知る。」を示している。
 - ・ もとのデータ1は, 教科書 p.169 練習2と同じ題材であるが, 分散が整数値になるように数値を変更している。
- ② 課題解決のため, 分担して問題を解く(グループ学習)
 - ・ 問題A, Bでは, 変換後のデータの平均値, 分散を求める。ここでは, 変換後の各値から, 平均値, 分散を求めてもよい。しかし, 定義式の構造から変換後の値を考えることもできるように, データ1の計算例は, (表などを利用せず)定義式そのものの形を掲載している。
 - ・ 問題Cでは, ヒストグラムをかき込むスペースを, 比較しやすい形で用意してある。
- ④ 課題のまとめ
 - ・ 変量の変換を利用して解く問題は, 教科書 p.183 の例1, 練習1を掲載した。

① 課題：変量の変換（平均値，分散，標準偏差）

()組()番 名前()

【学習のテーマ】変量の変換（平均値，分散，標準偏差）

【目標】データの各値に同じ数を足したり掛けたりしたときの，平均値，分散，標準偏差の変化の様子を知る。

*まず，目標とする課題を確認しましょう。

■目標とする課題

課題 データの各値すべてに同じ数を足したり，すべてに同じ数を掛けたとき，平均値，分散，標準偏差はどのように変化するか，考えてみましょう。

データ1：次のデータは，ある高校の1年生女子20人の，ハンドボール投げの記録である。

15 13 15 13 14 11 14 19 16 15
18 16 17 15 17 16 21 16 20 19 (m)

データ1の平均値は16，分散は6，標準偏差は $\sqrt{6}$ です。

データ2：データ1の各値すべてに10を足したものの

25 23 25 23 24 21 24 29 26 25
28 26 27 25 27 26 31 26 30 29 (m)

データ3：データ1の各値すべてに2を掛けたものの

30 26 30 26 28 22 28 38 32 30
36 32 34 30 34 32 42 32 40 38 (m)

■データ2，データ3の平均値，分散，標準偏差は，データ1からどのように変化するか，予想してみましょう。

データ1：もとのデータ

データ2：データ1の各値すべてに10を足したものの

データ3：データ1の各値すべてに2を掛けたものの

	データ1	データ2	データ3
平均値	16		
分散	6		
標準偏差	$\sqrt{6}$		

② (左) 問題 A : データ 2 の平均値, 分散を求める (15 分)

- *課題を解決するために, グループ A, B, C で分担して問題を解きます。
- *自分のグループの問題について, グループで協力して考えましょう。

③ (右) 課題についてまとめる (15分)

- *A, B, C の結果をもとに, 課題について考えをまとめましょう。

■ データ 1 の平均値, 分散は, 次のように求められます。

15 13 15 13 14 11 14 19 16 15
18 16 17 15 17 16 21 16 20 19 (m)

$$\begin{aligned} \text{平均値} : & \frac{1}{20}(15+13+15+13+14+11+14+19+16+15 \\ & +18+16+17+15+17+16+21+16+20+19) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{20} \times 320 = 16$$

$$\begin{aligned} \text{分散} : & \frac{1}{20}\{(15-16)^2+(13-16)^2+(15-16)^2+(13-16)^2+(14-16)^2 \\ & +(11-16)^2+(14-16)^2+(19-16)^2+(16-16)^2+(15-16)^2 \\ & +(18-16)^2+(16-16)^2+(17-16)^2+(15-16)^2+(17-16)^2 \\ & +(16-16)^2+(21-16)^2+(16-16)^2+(20-16)^2+(19-16)^2\} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{20} \times 120 = 6$$

■ データ 2 の平均値, 分散を求めましょう。

データ 2 (データ 1 の各値すべてに 10 を足したもの)

25 23 25 23 24 21 24 29 26 25
28 26 27 25 27 26 31 26 30 29 (m)

$$\text{平均値} : \frac{1}{20}(25+23+\dots+29) = \frac{1}{20} \times 520 = 26$$

$$\text{分散} : \frac{1}{20}\{(25-26)^2+(23-26)^2+\dots+(29-26)^2\} = \frac{1}{20} \times 120 = 6$$

()組()番 名前()

■問題 A, B で求めた値を, 表にまとめましょう。

データ 1 : もとのデータ

データ 2 : データ 1 の各値すべてに 10 を足したもの

データ 3 : データ 1 の各値すべてに 2 を掛けたもの

	データ 1	データ 2	データ 3
平均値	16		
分散	6		
標準偏差	$\sqrt{6}$		

問題 A, B で求めた値や, 問題 C でかいたヒストグラムから, データ 2, データ 3 の平均値, 分散, 標準偏差は, データ 1 からどのように変化したか, グループで考えをまとめましょう。

② (左) 問題 B: データ 3 の平均値, 分散を求める (15 分)

*課題を解決するために, グループ A, B, C で分担して問題を解きます。

*自分のグループの問題について, グループで協力して考えましょう。

③ (右) 課題についてまとめる (15分)

*A, B, C の結果をもとに, 課題について考えをまとめましょう。

■ データ 1 の平均値, 分散は, 次のよう
に求められます。

15 13 15 13 14 11 14 19 16 15
18 16 17 15 17 16 21 16 20 19 (m)

$$\begin{aligned} \text{平均値: } & \frac{1}{20}(15+13+15+13+14+11+14+19+16+15 \\ & +18+16+17+15+17+16+21+16+20+19) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{20} \times 320 = 16$$

$$\begin{aligned} \text{分散: } & \frac{1}{20}\{(15-16)^2+(13-16)^2+(15-16)^2+(13-16)^2+(14-16)^2 \\ & +(11-16)^2+(14-16)^2+(19-16)^2+(16-16)^2+(15-16)^2 \\ & +(18-16)^2+(16-16)^2+(17-16)^2+(15-16)^2+(17-16)^2 \\ & +(16-16)^2+(21-16)^2+(16-16)^2+(20-16)^2+(19-16)^2\} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{20} \times 120 = 6$$

■ データ 3 の平均値, 分散を
求めましょう。

データ 3 (データ 1 の各値すべてに 2 を掛けたもの)

30 26 30 26 28 22 28 38 32 30
36 32 34 30 34 32 42 32 40 38 (m)

$$\text{平均値: } \frac{1}{20}(30+26+\dots+38) = \frac{1}{20} \times 640 = 32$$

$$\text{分散: } \frac{1}{20}\{(30-32)^2+(26-32)^2+\dots+(38-32)^2\} = \frac{1}{20} \times 480 = 24$$

()組()番 名前()

■問題 A, B で求めた値を, 表にまとめましょう。

データ 1 : もとのデータ

データ 2 : データ 1 の各値すべてに 10 を足したもの

データ 3 : データ 1 の各値すべてに 2 を掛けたもの

	データ 1	データ 2	データ 3
平均値	16		
分散	6		
標準偏差	$\sqrt{6}$		

問題 A, B で求めた値や, 問題 C でかいたヒストグラムから, データ 2, データ 3 の平均値, 分散, 標準偏差は, データ 1 からどのように変化したか, グループで考えをまとめましょう。

② (左) 問題 C: データ 2, 3 のヒストグラムをかく (15 分)

- *課題を解決するために, グループ A, B, C で分担して問題を解きます。
- *自分のグループの問題について, グループで協力して考えましょう。

③ (右) 課題についてまとめる (15分)

- *A, B, C の結果をもとに, 課題について考えをまとめましょう。

■ データ 1, データ 2, データ 3 のヒストグラムをかいて比べましょう。

データ 1

15 13 15 13 14 11 14 19 16 15 18 16 17 15 17 16 21 16 20 19 (m)

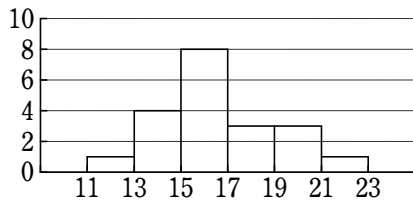
データ 2

25 23 25 23 24 21 24 29 26 25 28 26 27 25 27 26 31 26 30 29 (m)

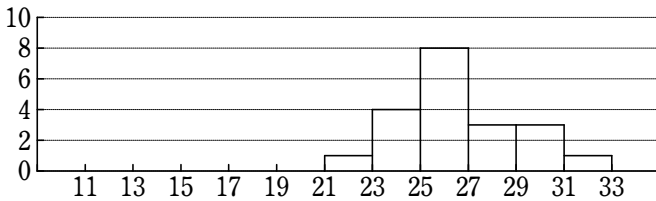
データ 3

30 26 30 26 28 22 28 38 32 30 36 32 34 30 34 32 42 32 40 38 (m)

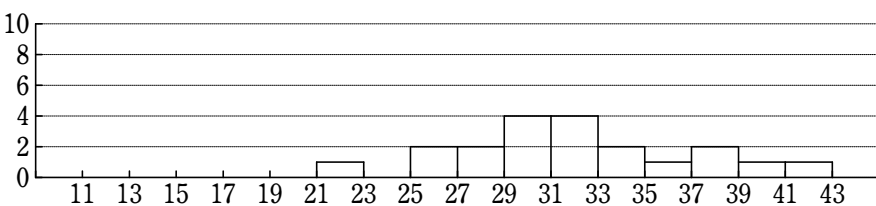
データ 1



データ 2



データ 3



()組()番 名前()

■問題 A, B で求めた値を, 表にまとめましょう。

データ 1 : もとのデータ

データ 2 : データ 1 の各値すべてに 10 を足したもの

データ 3 : データ 1 の各値すべてに 2 を掛けたもの

	データ 1	データ 2	データ 3
平均値	16		
分散	6		
標準偏差	$\sqrt{6}$		

問題 A, B で求めた値や, 問題 C でかいたヒストグラムから, データ 2, データ 3 の平均値, 分散, 標準偏差は, データ 1 からどのように変化したか, グループで考えをまとめましょう。

④ 課題のまとめ

()組()番 名前()

■データ1, データ2, データ3の平均値, 分散, 標準偏差は, 次のようになります。

データ1: もとのデータ

データ2: データ1の各値すべてに10を足したもの

データ3: データ1の各値すべてに2を掛けたもの

	データ1	データ2	データ3
平均値	16	16+10	2×16
分散	6	6	2 ² ×6
標準偏差	$\sqrt{6}$	$\sqrt{6}$	2× $\sqrt{6}$

■変量の変換の公式

一般に, 次のことが成り立ちます。

変量の変換

a, b は定数とする。変量 x のデータから $y = ax + b$ によって新しい変量 y のデータが得られるとき, x, y のデータの平均値を \bar{x}, \bar{y} , 分散を s_x^2, s_y^2 , 標準偏差を s_x, s_y とすると

$$\bar{y} = a\bar{x} + b, \quad s_y^2 = a^2 s_x^2, \quad s_y = |a|s_x$$

変量の変換の公式を利用して, 問題を解いてみよう。

■例 変量 x のデータの平均値 \bar{x} が 37, 分散 s_x^2 が 25 であるとする。

このとき, $y = 2x + 10$ によって得られる新しい変量 y のデータについて

$$\text{平均値 } \bar{y} = 2 \times 37 + 10 = 84$$

$$\text{分散 } s_y^2 = 2^2 \times 25 = 100$$

■問題 ある都市の日ごとの最高気温を摂氏度(°C)で計測し, 20日分のデータを得た。その平均値は 15.0°C, 分散は 9.0 であった。このデータを華氏度(°F)に変更したときの, 平均値, 分散, 標準偏差を求めよ。
ただし, 摂氏度が x °C のときの華氏度を y °F とすると, x と y には次の関係がある。

$$y = 1.8x + 32$$

$$\text{平均値} \quad 1.8 \times 15.0 + 32 = 27.0 + 32 = 59.0 \text{ (°F)}$$

$$\text{分散} \quad 1.8^2 \times 9.0 = 29.16$$

$$\text{標準偏差} \quad 1.8 \times \sqrt{9.0} = 1.8 \times 3.0 = 5.4 \text{ (°F)}$$