解　答　編

●全問題の詳しい解答を掲載しました。

1 $A+B=(-2x^2-3x+1)+(5x^2-4x-6)$
$=(-2+5)x^2+(-3-4)x+(1-6)$
$=3x^2-7x-5$
$A-B=(-2x^2-3x+1)-(5x^2-4x-6)$
$=-2x^2-3x+1-5x^2+4x+6$
$=(-2-5)x^2+(-3+4)x+(1+6)$
$=-7x^2+x+7$

2 (1) (与式)$=a^{3+2}=a^5$
(2) (与式)$=(-1)^3(a^2)^3=(-1)\cdot a^{2\times3}=-a^6$
(3) (与式)$=3\cdot4\cdot x^{2+1}y^{1+3}=12x^3y^4$
(4) (与式)$=ab^2\cdot a^2-ab^2\cdot ab+ab^2\cdot 3b^2$
$=a^3b^2-a^2b^3+3ab^4$

3 (1) (与式)$=2a(a^2+3a-2)-3(a^2+3a-2)$
$=2a^3+6a^2-4a-3a^2-9a+6$
$=2a^3+3a^2-13a+6$
(2) (与式)$=2x(x-y+1)+y(x-y+1)$
$=2x^2-2xy+2x+xy-y^2+y$
$=2x^2-xy-y^2+2x+y$

4 (1) (与式)$=x^2+2\cdot x\cdot3+3^2=x^2+6x+9$
(2) (与式)$=(4a)^2-2\cdot(4a)\cdot(7b)+(7b)^2$
$=16a^2-56ab+49b^2$
(3) (与式)$=(6x)^2-y^2=36x^2-y^2$
(4) (与式)$=x^2+(-5y+2y)x+(-5y)\cdot(2y)$
$=x^2-3xy-10y^2$

5 (1) (与式)$=3\cdot2x^2+\{3\cdot3+(-2)\cdot2\}x+(-2)\cdot3$
$=6x^2+5x-6$
(2) (与式)$=6\cdot3x^2+\{6\cdot(-2)+(-5)\cdot3\}xy+(-5)\cdot(-2)y^2$
$=18x^2-27xy+10y^2$

6 (1) (与式)$=\{(x-y)-1\}^2=(x-y)^2-2(x-y)+1$
$=x^2-2xy+y^2-2x+2y+1$
(2) (与式)$=\{(x+y)+2z\}\{(x+y)-2z\}=(x+y)^2-(2z)^2$
$=x^2+2xy+y^2-4z^2$
(3) (与式)$=\{(2x+y)(2x-y)\}^2=\{(2x)^2-y^2\}^2=(4x^2-y^2)^2$
$=16x^4-8x^2y^2+y^4$
(4) (与式)$=(x-3)(x+3)\times(x^2+9)=(x^2-9)(x^2+9)$
$=(x^2)^2-9^2=x^4-81$

7 (1) (与式)$=(-x^2+xy+2y^2)+(xy-y^2)+(x^2-y^2)$
$=(-1+1)x^2+(1+1)xy+(2-1-1)y^2$
$=2xy$
(2) (与式)$=A-B+2C$
$=(-x^2+xy+2y^2)-(xy-y^2)+2(x^2-y^2)$
$=(-1+2)x^2+(1-1)xy+(2+1-2)y^2=x^2+y^2$

8 (1) (与式)$=(-2)^3a^3(b^2)^3=-8a^3b^6$
(2) (与式)$=a^{2\times3}\times2^2a^2=4a^{6+2}=4a^8$
(3) (与式)$=(-2)^2a^2b^4x^6\times(-3)^3a^6b^3$
$=4\times(-27)a^{2+6}b^{4+3}x^6$
$=-108a^8b^7x^6$
(4) (与式)$=12a^2b\cdot\dfrac{a^2}{3}+12a^2b\cdot\dfrac{ab}{4}-12a^2b\cdot\dfrac{b^2}{6}$
$=4a^4b+3a^3b^2-2a^2b^3$

9 (1) (与式)$=(a^2+ab-b^2)\cdot2a-(a^2+ab-b^2)\cdot b$
$=2a^3+2a^2b-2ab^2-a^2b-ab^2+b^3$
$=2a^3+a^2b-3ab^2+b^3$
(2) (与式)$=(2x^2+3x-4)(x^2-3x-5)$
$=2x^2(x^2-3x-5)+3x(x^2-3x-5)-4(x^2-3x-5)$
$=2x^4-6x^3-10x^2+3x^3-9x^2-15x-4x^2+12x+20$
$=2x^4-3x^3-23x^2-3x+20$

10 (1) (与式)$=(2ab)^2-2\cdot2ab\cdot3+3^2=4a^2b^2-12ab+9$
(2) (与式)$=-(p-2q)(p+2q)=-(p^2-4q^2)$
$=-p^2+4q^2$
(3) (与式)$=x^2+(3+5)x+3\cdot5$
$=x^2+8x+15$
(4) (与式)$=2\cdot3x^2+\{2\cdot4+(-3)\cdot3\}xy+(-3)\cdot4y^2$
$=6x^2-xy-12y^2$

11 (1) (与式)$=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot2x\cdot y^2+y^3$
$=8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3$
(2) (与式)$=(3x+1)\{(3x)^2-3x\cdot1+1^2\}=(3x)^3+1^3$
$=27x^3+1$

12 (1) (与式)$=\{(a-b)-2c\}^2=(a-b)^2-2(a-b)\cdot2c+(2c)^2$
$=a^2-2ab+b^2-4ac+4bc+4c^2$
$=a^2+b^2+4c^2-2ab+4bc-4ca$
別解　公式 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ を使うと，次のように展開できる。
(与式)$=a^2+(-b)^2+(-2c)^2+2a(-b)$
$+2(-b)\cdot(-2c)+2(-2c)a$
$=a^2+b^2+4c^2-2ab+4bc-4ca$
(2) (与式)$=\{(a^2-1)+a\}\{(a^2-1)-a\}=(a^2-1)^2-a^2$
$=(a^2)^2-2a^2+1-a^2=a^4-3a^2+1$
(3) (与式)$=(x-2)(x+2)\times(x-3)(x+3)=(x^2-4)(x^2-9)$
$=(x^2)^2-13x^2+36=x^4-13x^2+36$
(4) (与式)$=(a^2-4)(a^2+4)(a^4+16)=(a^4-16)(a^4+16)$
$=a^8-256$

13 (1) (与式)$=3xy\cdot2x-3xy\cdot5y=3xy(2x-5y)$
(2) (与式)$=(a-b)(x-y)$

14 (1) (与式)$=a^2-2\cdot a\cdot7+7^2=(a-7)^2$
(2) (与式)$=a^2+2\cdot a\cdot(3b)+(3b)^2=(a+3b)^2$
(3) (与式)$=(6x)^2-(5y)^2=(6x+5y)(6x-5y)$
(4) (与式)$=3xy(4y^2-9x^2)=3xy\{(2y)^2-(3x)^2\}$
$=3xy(2y+3x)(2y-3x)$
$=-3xy(3x+2y)(3x-2y)$

15 (1) (与式)$=x^2+(3-6)x+3\cdot(-6)=(x+3)(x-6)$

(2) (与式)$=x^2+(-2y-10y)x+(-2y)\cdot(-10y)$

$=(x-2y)(x-10y)$

(3) (与式)$=(x+1)(3x+1)$

(4) (与式)$=(2x+y)(3x-y)$

(3)
$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \times & 1 & \longrightarrow & 3 \\ 3 & & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline 3 & & 1 & & 4 \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{lcrcr} 2 & \times & y & \longrightarrow & 3y \\ 3 & & -y & \longrightarrow & -2y \\ \hline 6 & & -y^2 & & y \end{array}$$

16 (1) (与式)$=\{(x+2y)+1\}\{(x+2y)-3\}$

$=(x+2y+1)(x+2y-3)$

(2) (与式)$=(x+y)^2-(x+y)-2=\{(x+y)+1\}\{(x+y)-2\}$

$=(x+y+1)(x+y-2)$

(3) (与式)$=\{x+(y+2)\}\{x-(y+2)\}$

$=(x+y+2)(x-y-2)$

(4) (与式)$=(x-4)^2-y^2=\{(x-4)+y\}\{(x-4)-y\}$

$=(x+y-4)(x-y-4)$

17 (1) (与式)$=(x+1)a+x^2-1=(x+1)a+(x+1)(x-1)$

$=(x+1)(a+x-1)=(x+1)(x+a-1)$

(2) (与式)$=(x-1)a+x^2+x-2=(x-1)a+(x-1)(x+2)$

$=(x-1)(a+x+2)=(x-1)(x+a+2)$

18 (1) (与式)$=\{x+(y+4)\}\{x+(2y-3)\}$

$=(x+y+4)(x+2y-3)$

(2) (与式)$=x^2+(2y+3)x+(y^2+3y+2)$

$=x^2+(2y+3)x+(y+1)(y+2)$

$=\{x+(y+1)\}\{x+(y+2)\}$

$=(x+y+1)(x+y+2)$

(1)
$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \times & y+4 & \longrightarrow & y+4 \\ 1 & & 2y-3 & \longrightarrow & 2y-3 \\ \hline 1 & & (y+4)(2y-3) & & 3y+1 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \times & y+1 & \longrightarrow & y+1 \\ 1 & & y+2 & \longrightarrow & y+2 \\ \hline 1 & & (y+1)(y+2) & & 2y+3 \end{array}$$

19 (1) (与式)$=5ab\cdot a^2-5ab\cdot 5ab+5ab\cdot 3b^2$

$=5ab(a^2-5ab+3b^2)$

(2) (与式)$=(a-2b)x-(a-2b)y=(a-2b)(x-y)$

(3) (与式)$=(3a)^2+2\cdot 3a\cdot 1+1^2=(3a+1)^2$

(4) (与式)$=x^2+(4+12)x+4\cdot 12=(x+4)(x+12)$

(5) (与式)$=x^2+\{2y+(-3y)\}x+2y\cdot(-3y)$

$=(x+2y)(x-3y)$

(6) (与式)$=5a(a^2-4b^2)=5a\{a^2-(2b)^2\}$

$=5a(a+2b)(a-2b)$

20 (1) (与式)$=(a-3)(3a-1)$

(2) (与式)$=(a+3)(4a-9)$

(1)
$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \times & -3 & \longrightarrow & -9 \\ 3 & & -1 & \longrightarrow & -1 \\ \hline 3 & & 3 & & -10 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \times & 3 & \longrightarrow & 12 \\ 4 & & -9 & \longrightarrow & -9 \\ \hline 4 & & -27 & & 3 \end{array}$$

(3) (与式)$=(x-2y)(5x+3y)$

(4) (与式)$=(2x+3y)(3x+4y)$

(3)
$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \times & -2y & \longrightarrow & -10y \\ 5 & & 3y & \longrightarrow & 3y \\ \hline 5 & & -6y^2 & & -7y \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{lcrcr} 2 & \times & 3y & \longrightarrow & 9y \\ 3 & & 4y & \longrightarrow & 8y \\ \hline 6 & & 12y^2 & & 17y \end{array}$$

21 (1) (与式)$=\{(x+y)+4\}\{(x+y)-2\}$

$=(x+y+4)(x+y-2)$

(2) (与式)$=x^2-(y^2-2y+1)=x^2-(y-1)^2$

$=\{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\}$

$=(x+y-1)(x-y+1)$

22 (1) (与式)$=(x-2)a+x^2-x-2=(x-2)a+(x-2)(x+1)$

$=(x-2)(a+x+1)=(x-2)(x+a+1)$

別解 (与式)$=x^2+(a-1)x-2(a+1)$

$=x^2+\{(a+1)-2\}x-2\cdot(a+1)$

$=(x-2)(x+a+1)$

(2) (与式)$=(b-c)a+b^2-bc=(b-c)a+b(b-c)$

$=(b-c)(a+b)=(a+b)(b-c)$

23 (1) (与式)$=\{x+(y-1)\}\{x-(y-3)\}$

$=(x+y-1)(x-y+3)$

(2) (与式)$=x^2+(-y+3)x-(6y^2-y-2)$

$=x^2+(-y+3)x-(2y+1)(3y-2)$

$=\{x+(2y+1)\}\{x-(3y-2)\}$

$=(x+2y+1)(x-3y+2)$

$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \times & 2y+1 & \longrightarrow & 2y+1 \\ 1 & & -(3y-2) & \longrightarrow & -3y+2 \\ \hline 1 & & -(2y+1)(3y-2) & & -y+3 \end{array}$$

(3) (与式)$=2x^2+(-3y+5)x-(2y^2-5y+3)$

$=2x^2+(-3y+5)x-(y-1)(2y-3)$

$=\{x-(2y-3)\}\{2x+(y-1)\}$

$=(x-2y+3)(2x+y-1)$

$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \times & -(2y-3) & \longrightarrow & -4y+6 \\ 2 & & y-1 & \longrightarrow & y-1 \\ \hline 2 & & -(y-1)(2y-3) & & -3y+5 \end{array}$$

24 (1) 2乗すると6になる数は正と負の2つあり，それぞれ$\sqrt{6}$と$-\sqrt{6}$である。

(2) 10の平方根は正と負の2つあり，それぞれ$\sqrt{10}$と$-\sqrt{10}$である。

25 (1) (与式)$=\sqrt{5\cdot 20}=\sqrt{10^2}=10$

(2) (与式)$=(2+5-3)\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

(3) (与式)$=2\sqrt{7}-\sqrt{3^2\cdot 7}=2\sqrt{7}-3\sqrt{7}=-\sqrt{7}$

(4) (与式)$=\sqrt{3^2\cdot 3}+\sqrt{4^2\cdot 3}=3\sqrt{3}+4\sqrt{3}=7\sqrt{3}$

26 (1) (与式)$=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2=5-3=2$

(2) (与式)$=(\sqrt{6})^2-2\sqrt{6}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$

$=6-4\sqrt{3}+2=8-4\sqrt{3}$

(3) (与式)$=2(1-2\sqrt{2})+5\sqrt{2}(1-2\sqrt{2})$

$=2-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}-10(\sqrt{2})^2$

$=2-20+(-4+5)\sqrt{2}=-18+\sqrt{2}$

(4) (与式)$=\sqrt{2}(3\sqrt{2}-\sqrt{3})+2\sqrt{3}(3\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=3(\sqrt{2})^2-\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+6\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}-2(\sqrt{3})^2$

$=6-\sqrt{6}+6\sqrt{6}-6=5\sqrt{6}$

27 (1) $\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{4}{3\sqrt{12}}=\dfrac{4}{3\sqrt{2^2\cdot 3}}=\dfrac{4}{6\sqrt{3}}=\dfrac{2}{3\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$

28 (1) (与式)$=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2-1}=\sqrt{2}-1$

(2) (与式)$=\dfrac{(3+\sqrt{3})^2}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}=\dfrac{9+6\sqrt{3}+3}{9-3}$

$=\dfrac{12+6\sqrt{3}}{6}=2+\sqrt{3}$

(3) (与式)$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

(4) (与式)$=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\dfrac{5-2\sqrt{10}+2}{5-2}$

$=\dfrac{7-2\sqrt{10}}{3}$

29 (1) (与式)$=\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\dfrac{1}{2\sqrt{5}}-\dfrac{1}{5\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{5}}{5\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{10}-\dfrac{\sqrt{5}}{25}$

$=\dfrac{10\sqrt{5}-5\sqrt{5}-2\sqrt{5}}{50}=\dfrac{3\sqrt{5}}{50}$

(2) (与式)$=\dfrac{\sqrt{7}(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}-\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}$

$=\dfrac{7+\sqrt{35}}{7-5}-\dfrac{\sqrt{35}-5}{7-5}=\dfrac{7+5}{2}=6$

30 (1) (与式)$=\sqrt{\dfrac{3^2\cdot 5}{4^2}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$

(2) (与式)$=\sqrt{49}=7$

(3) (与式)$=\sqrt{36}=6$

31 (1) (与式)$=4\sqrt{3}+\sqrt{5^2\cdot 3}-\sqrt{4^2\cdot 3}$

$=4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-4\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

(2) (与式)$=2\sqrt{2^2\cdot 3}-7\sqrt{3}+\sqrt{3^2\cdot 3}$

$=4\sqrt{3}-7\sqrt{3}+3\sqrt{3}=0$

(3) (与式)$=2(\sqrt{3})^2-\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}=6-(\sqrt{3})^2\cdot\sqrt{2}$

$=6-3\sqrt{2}$

(4) (与式)$=(2\sqrt{3})^2-2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2}+(3\sqrt{2})^2$

$=12-12\sqrt{6}+18=30-12\sqrt{6}$

(5) (与式)$=6+(4-9)\sqrt{3}-6(\sqrt{3})^2=6-5\sqrt{3}-18$

$=-12-5\sqrt{3}$

32 (1) (与式)$=\dfrac{1}{\sqrt{4^2\cdot 3}}=\dfrac{1}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$

(2) (与式)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2\sqrt{3}}-\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{9}$

$=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{9}\right)\sqrt{3}=\dfrac{10}{18}\sqrt{3}=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$

(3) (与式)$=\dfrac{2(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=\dfrac{2(2-\sqrt{2})}{4-2}$

$=\dfrac{2(2-\sqrt{2})}{2}=2-\sqrt{2}$

(4) (与式)$=\dfrac{(2\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}-4-3+\sqrt{6}}{3-2}=-7+3\sqrt{6}$

33 $\dfrac{2}{3-\sqrt{7}}=\dfrac{2(3+\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}=\dfrac{2(3+\sqrt{7})}{9-7}$

$=3+\sqrt{7}=3+2.646=5.646$

34 $x+y=(4+\sqrt{2})+(4-\sqrt{2})=8$

$xy=(4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})=16-2=14$

(1) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=8^2-2\cdot 14=36$

(2) $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{y^2+x^2}{xy}=\dfrac{36}{14}=\dfrac{18}{7}$

35 (1) (与式)$=\sqrt{(7+2)+2\sqrt{7\cdot 2}}=\sqrt{7}+\sqrt{2}$

(2) (与式)$=\sqrt{9-2\sqrt{3^2\cdot 2}}=\sqrt{9-2\sqrt{18}}$

$=\sqrt{(6+3)-2\sqrt{6\cdot 3}}=\sqrt{6}-\sqrt{3}$

(3) (与式)$=\sqrt{9+2\sqrt{20}}=\sqrt{(5+4)+2\sqrt{5\cdot 4}}$

$=\sqrt{5}+\sqrt{4}=\sqrt{5}+2$

(4) (与式)$=\sqrt{\dfrac{6-2\sqrt{5}}{2}}=\dfrac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5\cdot 1}}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$

36 (1) $a<b$ である 2 数 a，b に 1 を加えても，大小関係は変わらず　$a+1<b+1$

(2) $a<b$ である 2 数 a，b から 4 を引いても，大小関係は変わらず　$a-4<b-4$

(3) $a<b$ である 2 数 a，b に負の数 -5 を掛けると，大小関係は変わり　$-5a>-5b$

(4) $a<b$ である 2 数 a，b を負の数 -7 で割ると，大小関係は変わり　$\dfrac{a}{-7}>\dfrac{b}{-7}$　すなわち　$-\dfrac{a}{7}>-\dfrac{b}{7}$

37 (1) 移項して　$5x<3-2$

$5x<1$

両辺を 5 で割って　$x<\dfrac{1}{5}$

(2) 移項して　$3x-5x\leqq -5-1$

$-2x\leqq -6$

両辺を -2 で割って　$x\geqq 3$

(3) かっこをはずして　$8x-5<12x+27$

移項して　$8x-12x<27+5$

$-4x<32$

両辺を -4 で割って　$x>-8$

(4) かっこをはずして　$11x-3x-6>6x-1$

移項して　$8x-6x>-1+6$

$2x>5$

両辺を 2 で割って　　$x>\dfrac{5}{2}$

38 (1)　両辺に 6 を掛けて　　$3(x+2)>2(4x-7)$

かっこをはずして　　$3x+6>8x-14$

移項して　　$3x-8x>-14-6$

$-5x>-20$

両辺を -5 で割って　　$x<4$

(2)　両辺に 12 を掛けて　　$4(x+5)-3(2x-1)\leqq 24$

かっこをはずして　　$4x+20-6x+3\leqq 24$

よって　　$-2x+23\leqq 24$

移項して　　$-2x\leqq 24-23$

$-2x\leqq 1$

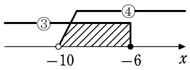
両辺を -2 で割って　　$x\geqq -\dfrac{1}{2}$

39 (1)　① から　　$4x\leqq -24$

よって　　$x\leqq -6$　…… ③

② から　　$-x<10$

よって　　$x>-10$　…… ④



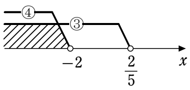
③ と ④ の共通範囲を求めて　　$-10<x\leqq -6$

(2)　① から　　$-5x>-2$

よって　　$x<\dfrac{2}{5}$　…… ③

② から　　$-2x>4$

よって　　$x<-2$　…… ④

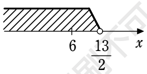


③ と ④ の共通範囲を求めて　　$x<-2$

40 (1)　条件を不等式で表すと　　$4x-3<2x+10$

(2)　$4x-3<2x+10$ から　　$2x<13$

よって　　$x<\dfrac{13}{2}=6.5$



これを満たす最大の整数は　6

41 (1)　かっこをはずして　　$x-7\leqq 4x-8$

移項して　　$x-4x\leqq -8+7$

$-3x\leqq -1$

両辺を -3 で割って　　$x\geqq \dfrac{1}{3}$

(2)　かっこをはずして　　$10-3x-3>x-1$

移項して　　$-3x-x>-1-7$

$-4x>-8$

両辺を -4 で割って　　$x<2$

42 (1)　両辺に 6 を掛けて　　$2(7x+1)<3(3x-6)$

かっこをはずして　　$14x+2<9x-18$

移項して　　$14x-9x<-18-2$

$5x<-20$

両辺を 5 で割って　　$x<-4$

(2)　両辺に 10 を掛けて　　$6x+11\geqq 10x+5$

移項して　　$6x-10x\geqq 5-11$

$-4x\geqq -6$

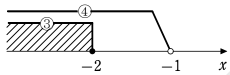
両辺を -4 で割って　　$x\leqq \dfrac{3}{2}$

43 (1)　① から　　$3x\leqq -6$　　よって　　$x\leqq -2$　…… ③

② から　　$-4x>4$　　よって　　$x<-1$　…… ④

③ と ④ の共通範囲を求めて

$x\leqq -2$



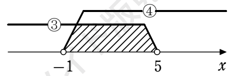
(2)　$4x-10<2x<5x+3$ から　　$\begin{cases}4x-10<2x & \cdots\cdots ①\\ 2x<5x+3 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① から　　$2x<10$

よって　　$x<5$　…… ③

② から　　$-3x<3$

よって　　$x>-1$　…… ④



③ と ④ の共通範囲を求めて　　$-1<x<5$

44　リンゴを x 個買うと，なしは $(15-x)$ 個であるから，条件より

$100x+160(15-x)\leqq 1900$

$100x+2400-160x\leqq 1900$

$-60x\leqq -500$

よって　　$x\geqq \dfrac{25}{3}=8.3\cdots\cdots$

x は自然数であるから　　$x\geqq 9$

したがって，リンゴを少なくとも 9 個買えばよい。

45　歩く距離を x m とすると，歩く時間は　$\dfrac{x}{50}$ (分)

走る距離は $(1800-x)$ m で，走る時間は　$\dfrac{1800-x}{150}$ (分)

家を出発し，駅に着くまでの時間が 20 分以上 21 分以下であるとき　　$20\leqq \dfrac{x}{50}+\dfrac{1800-x}{150}\leqq 21$

各辺に 150 を掛けると　　$3000\leqq 3x+(1800-x)\leqq 3150$

よって　　$3000\leqq 2x+1800\leqq 3150$

各辺から 1800 を引くと　　$1200\leqq 2x\leqq 1350$

各辺を 2 で割ると　　$600\leqq x\leqq 675$

$675<1800$ であるから，問題に適する。

したがって，歩く距離を 600 m 以上 675 m 以下にすればよい。

46 (1)　$|x|=7$ から　　$x=\pm 7$

(2)　$|x|\geqq 4$ から　　$x\leqq -4,\ 4\leqq x$

(3)　$|x|<6$ から　　$-6<x<6$

47 (1)　$|x+4|=3$ から　　$x+4=\pm 3$

よって　　$x=-1,\ -7$

(2)　$|3x+1|=5$ から　　$3x+1=\pm 5$

よって　　$x=\dfrac{4}{3},\ -2$

(3)　$|x-3|<2$ から　　$-2<x-3<2$

各辺に 3 を加えて　　$1<x<5$

(4)　$|2x-3|\geqq 4$ から　　$2x-3\leqq -4$　または　$4\leqq 2x-3$

よって　　$2x\leqq -1$　または　$7\leqq 2x$

ゆえに　　$x\leqq -\dfrac{1}{2},\ \dfrac{7}{2}\leqq x$

48　[1]　$x-1\geqq 0$　すなわち　$x\geqq 1$ のとき

$|x-1|=x-1$ であるから，方程式は　　$x-1=2x$

よって　　$x=-1$　　　これは $x\geqq 1$ を満たさない。

[2]　$x-1<0$　すなわち　$x<1$ のとき

$|x-1|=-(x-1)$ であるから，方程式は　　$-(x-1)=2x$

よって　　$x=\dfrac{1}{3}$　　　これは $x<1$ を満たす。

したがって，解は　　$x=\dfrac{1}{3}$

49 (1) $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ であるから $A=B$

(2) $A=\{3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13\}$，$B=\{3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13\}$ であるから $B\subset A$

50 (1) $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$，$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

(2) $A\cap B=\{1,\ 3,\ 5\}$

(3) $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9\}$

51 $\overline{A}=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8\}$，$\overline{B}=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8\}$，
$A\cup B=\{2,\ 3,\ 4,\ 6\}$

(1) $\overline{A\cup B}=\{1,\ 5,\ 7,\ 8\}$

(2) $\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,\ 5,\ 7,\ 8\}$

(3) $\varnothing$，$\{3\}$，$\{6\}$，$\{3,\ 6\}$

52 (1) $P=\{x\mid 1<x<2\}$，$Q=\{x\mid 1<x<3\}$ とすると
$P\subset Q$ であるから，この命題は　真

(2) $|x|<1$ から　$-1<x<1$
$P=\{x\mid -1<x<1\}$，$Q=\{x\mid x<1\}$ とすると　$P\subset Q$
よって，この命題は　真

53 (1) 「$ab\neq 0 \Longrightarrow a\neq 0$」は真
「$a\neq 0 \Longrightarrow ab\neq 0$」は偽　(反例) $a=1$，$b=0$　　十分

(2) 「$x>0 \Longrightarrow x>1$」は偽　(反例) $x=0.5$
「$x>1 \Longrightarrow x>0$」は真　　必要

(3) 「$x>0 \Longrightarrow x+y>0$」は偽　(反例) $x=2$，$y=-3$
「$x+y>0 \Longrightarrow x>0$」は偽　(反例) $x=-2$，$y=3$　　×

(4) 「$a^2-6a+9=0 \Longrightarrow a=3$」は真
「$a=3 \Longrightarrow a^2-6a+9=0$」は真　　必要十分

54 (1) $a=-2$　　(2) $a<-1$，$3<a$

(3) $a^2+b^2\geqq 4$　　(4) a は有理数である。

55 (1) $p:x>2$，$q:|x|>2$ とする。
もとの命題 $p\Longrightarrow q$ は
$P=\{x\mid x>2\}$，$Q=\{x\mid |x|>2\}=\{x\mid x<-2,\ 2<x\}$ とすると，$P\subset Q$ であるから　真
対偶は $\overline{q}\Longrightarrow\overline{p}$　すなわち「$|x|\leqq 2 \Longrightarrow x\leqq 2$」
もとの命題が真のとき対偶も　真

(2) p：偶数，q：4 の倍数　とする。
もとの命題 $p\Longrightarrow q$ は　偽　(反例) 6
対偶は $\overline{q}\Longrightarrow\overline{p}$　すなわち「4 の倍数でない $\Longrightarrow$ 奇数」
もとの命題が偽のとき対偶も　偽

(3) もとの命題は　偽
対偶は「長方形でない $\Longrightarrow$ 平行四辺形でない」，偽

(4) もとの命題は　真
対偶は「二等辺三角形でない $\Longrightarrow$ 正三角形でない」，真

56 この命題の対偶は，次の命題である。
n が 5 の倍数ならば，n^2 は 5 の倍数である。　……①
n が 5 の倍数のとき，ある整数 k を用いて $n=5k$ と表されるから　$n^2=(5k)^2=5\cdot 5k^2$
$5k^2$ は整数であるから，n^2 は 5 の倍数である。
よって，命題①は真であり，もとの命題も真である。

57 (1) $2+\sqrt{3}$ が無理数でないと仮定すると，$2+\sqrt{3}$ は有理数である。
$2+\sqrt{3}=r$ とすると　$\sqrt{3}=r-2$
r が有理数ならば $r-2$ も有理数であるから，この等式は $\sqrt{3}$ が無理数であることに矛盾する。
したがって，$2+\sqrt{3}$ は無理数である。

(2) $4\sqrt{3}$ が無理数でないと仮定すると，$4\sqrt{3}$ は有理数である。
$4\sqrt{3}=r$ とすると　$\sqrt{3}=\dfrac{r}{4}$
r が有理数ならば $\dfrac{r}{4}$ も有理数であるから，この等式は $\sqrt{3}$ が無理数であることに矛盾する。
したがって，$4\sqrt{3}$ は無理数である。

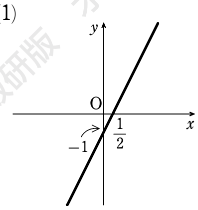
58 (1) $f(0)=-3\cdot 0+2=2$
$f(-2)=-3\cdot(-2)+2=8$

(2) $g(0)=2\cdot 0^2-4\cdot 0-3=-3$
$g(-3)=2\cdot(-3)^2-4\cdot(-3)-3=27$

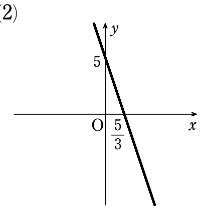
59 (1) 1 次関数 $y=2x-1$ のグラフは，傾きが 2，y 切片が -1 の直線で，[図] のようになる。

(2) 1 次関数 $y=-3x+5$ のグラフは，傾きが -3，y 切片が 5 の直線で，[図] のようになる。

(1)



(2)



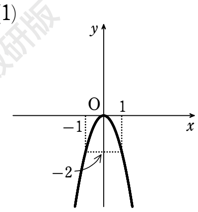
60 (1) グラフは右上がりの線分であるから，y は
$x=2$ で最大値 $2-1=1$
$x=-3$ で最小値 $-3-1=-4$　をとる。

(2) グラフは右下がりの線分であるから，y は
$x=0$ で最大値 $-\dfrac{2}{3}\cdot 0+1=1$
$x=3$ で最小値 $-\dfrac{2}{3}\cdot 3+1=-1$　をとる。

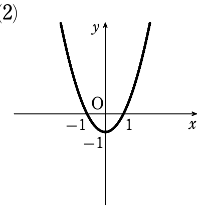
61 (1) $y=-2x^2$ のグラフは，軸が y 軸，頂点が原点，上に凸の放物線で，[図] のようになる。

(2) $y=x^2-1$ のグラフは，$y=x^2$ のグラフを y 軸方向に -1 だけ平行移動したもので，軸が y 軸，頂点が点 $(0,\ -1)$，下に凸の放物線で，[図] のようになる。

(1)



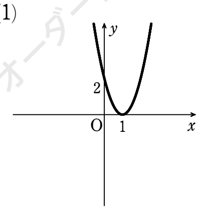
(2)



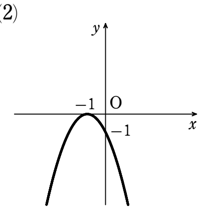
62 (1) $y=2(x-1)^2$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線で，[図] のようになる。
軸の方程式は　$x=1$　　頂点の座標は　$(1,\ 0)$

(2) $y=-(x+1)^2$ のグラフは，$y=-x^2$ のグラフを x 軸方向に -1 だけ平行移動した放物線で，[図] のようになる。
軸の方程式は　$x=-1$　　頂点の座標は　$(-1,\ 0)$

(1)



(2)



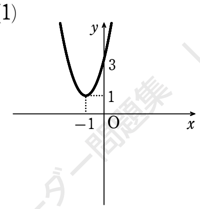
63 (1) $y=2(x+1)^2+1$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に -1，y 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線で，[図] のようになる。

軸の方程式は $x=-1$ 頂点の座標は $(-1,\ 1)$

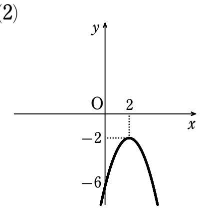
(2) $y=-(x-2)^2-2$ のグラフは，$y=-x^2$ のグラフを x 軸方向に 2，y 軸方向に -2 だけ平行移動した放物線で，[図] のようになる。

軸の方程式は $x=2$ 頂点の座標は $(2,\ -2)$

(1)



(2)



64 (1) $y=x^2+2x=(x+1)^2-1$

グラフは [図]。

軸の方程式は $x=-1$ 頂点の座標は $(-1,\ -1)$

(2) $y=2x^2-8x+6=2(x^2-4x)+6$

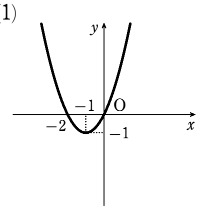
$=2\{(x-2)^2-4\}+6=2(x-2)^2-8+6$

$=2(x-2)^2-2$

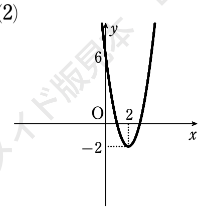
グラフは [図]。

軸の方程式は $x=2$ 頂点の座標は $(2,\ -2)$

(1)



(2)



65 (1) $y=x^2+2x+4$ を変形すると $y=(x+1)^2+3$

よって，頂点が $(-1,\ 3)$ から $(2,\ 1)$ に移動するから，x 軸方向に ${}^{ア}3$，y 軸方向に ${}^{イ}-2$ だけ平行移動すればよい。

(2) $y=x^2+2x-1$ を変形すると $y=(x+1)^2-2$

$y=x^2-4x+4$ を変形すると $y=(x-2)^2$

よって，この平行移動で，頂点が $(2,\ 0)$ から $(-1,\ -2)$ に移動する。

ゆえに，$y=x^2+2x-1$ のグラフは $y=x^2-4x+4$ のグラフを

x 軸方向に -3，y 軸方向に -2

だけ平行移動したものである。

66 頂点が $(0,\ 0)$ から $(-1,\ 3)$ に移動するから

$y=-\{x-(-1)\}^2+3$

すなわち $y=-x^2-2x+2$

別解 x を $x-(-1)$，y を $y-3$ でおき換えて

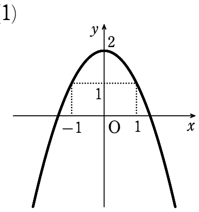
$y-3=-\{x-(-1)\}^2$

すなわち $y=-x^2-2x+2$

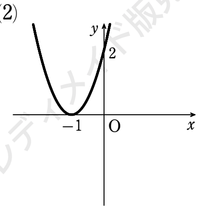
67 (1) $y=-x^2+2$ のグラフは，$y=-x^2$ のグラフを y 軸方向に 2 だけ平行移動した放物線で，[図] のようになる。

(2) $y=2(x+1)^2$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に -1 だけ平行移動した放物線で，[図] のようになる。

(1)



(2)



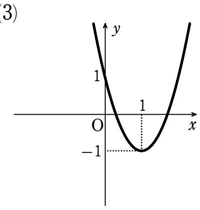
(3) $y=2(x-1)^2-1$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に 1，y 軸方向に -1 だけ平行移動した放物線で，[図] のようになる。

(4) $y=-x^2+2x+4=-(x^2-2x)+4$

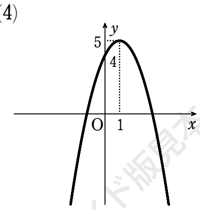
$=-\{(x-1)^2-1\}+4=-(x-1)^2+5$

よって，$y=-x^2+2x+4$ のグラフは，$y=-x^2$ のグラフを x 軸方向に 1，y 軸方向に 5 だけ平行移動した放物線で，[図] のようになる。

(3)



(4)



68 $y=2x^2-8x+9$ を変形すると $y=2(x-2)^2+1$

よって，$y=x^2+ax+b$ の頂点が $(2,\ 1)$ であるから

$y=(x-2)^2+1=x^2-4x+5$

$y=x^2+ax+b$ と比較して $a=-4,\ b=5$

69 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフについて，

軸は直線 $x=-\dfrac{b}{2a}$，y 軸との交点は点 $(0,\ c)$ である。

グラフが上に凸であるから $a<0$

軸が $x>0$ の範囲にあるから $-\dfrac{b}{2a}>0$

ここで $a<0$ から $b>0$

また，y 軸と正の部分で交わるから $c>0$

70 (1) 頂点が $(0,\ 0)$ から $(-2,\ 0)$ に移動するから

$y=2(x+2)^2$ すなわち $y=2x^2+8x+8$

(2) 頂点が $(0,\ 0)$ から $(0,\ 7)$ に移動するから

$y=2x^2+7$

(3) 頂点が $(0,\ 0)$ から $(1,\ -4)$ に移動するから

$y=2(x-1)^2-4$ すなわち $y=2x^2-4x-2$

(4) 頂点が $(-2,\ 4)$ であるから

$y=2(x+2)^2+4$ すなわち $y=2x^2+8x+12$

71　$y=2x^2-8x+5$ を変形すると

$$y=2(x-2)^2-3$$

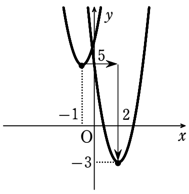
$y=2x^2+4x+7$ を変形すると

$$y=2(x+1)^2+5$$

よって，この平行移動で，頂点が

$(-1,\ 5)$ から $(2,\ -3)$

に移動する。



ゆえに，$y=2x^2-8x+5$ のグラフは，$y=2x^2+4x+7$ のグラフを x 軸方向に 3，y 軸方向に -8 だけ平行移動したものである。

72　$y=2x^2+4x$ を変形すると　　$y=2(x+1)^2-2$

頂点 $(-1,\ -2)$ を x 軸方向に 1，y 軸方向に -2 だけ移動すると，点 $(0,\ -4)$ に移るから，求める方程式は

$$y=2x^2-4$$

別解　x を $x-1$，y を $y-(-2)$ でおき換えて

$$y-(-2)=2(x-1)^2+4(x-1)$$

よって　　$y=2x^2-4$

73　(1)　グラフは，頂点 $(0,\ 2)$，下に凸の放物線であるから，最大値はない。また，$x=0$ で最小値 2 をとる。

(2)　グラフは，頂点 $(1,\ 0)$，下に凸の放物線であるから，最大値はない。また，$x=1$ で最小値 0 をとる。

(3)　グラフは，頂点 $(-3,\ -5)$，下に凸の放物線であるから，最大値はない。また，$x=-3$ で最小値 -5 をとる。

(4)　グラフは，頂点 $(2,\ 3)$，上に凸の放物線であるから，最小値はない。また，$x=2$ で最大値 3 をとる。

74　(1)　$y=x^2-2x-4=(x-1)^2-1-4$

$$=(x-1)^2-5$$

よって，グラフは，頂点 $(1,\ -5)$，下に凸の放物線であるから，最大値はない。また，$x=1$ で最小値 -5 をとる。

(2)　$y=-x^2+6x+2=-(x^2-6x)+2$

$$=-\{(x-3)^2-9\}+2=-(x-3)^2+11$$

よって，グラフは，頂点 $(3,\ 11)$，上に凸の放物線であるから，最小値はない。また，$x=3$ で最大値 11 をとる。

75　$y=-x^2-4x+a=-(x^2+4x)+a$

$$=-\{(x+2)^2-4\}+a$$

$$=-(x+2)^2+a+4$$

よって，y は $x=-2$ で最大値 $a+4$ をとる。

最大値が 5 のとき　　$a+4=5$

したがって　　$a=1$

76　(1)　関数の式を変形すると

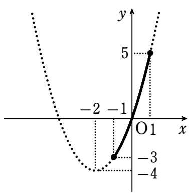
$y=(x+2)^2-4$ $(-1\leqq x\leqq 1)$

よって，そのグラフは右図の実線部分である。

したがって，y は

$x=1$ で最大値 5,

$x=-1$ で最小値 -3　をとる。



(2)　関数の式を変形すると

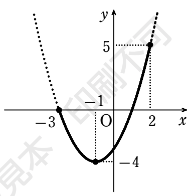
$y=(x+1)^2-4$ $(-3\leqq x\leqq 2)$

よって，そのグラフは右図の実線部分である。

したがって，y は

$x=2$ で最大値 5,

$x=-1$ で最小値 -4　をとる。



77　(1)　関数の式を変形すると

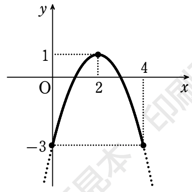
$y=-(x-2)^2+1$ $(0\leqq x\leqq 4)$

よって，そのグラフは右図の実線部分である。

したがって，y は

$x=2$ で最大値 1,

$x=0,\ 4$ で最小値 -3　をとる。



(2)　関数の式を変形すると

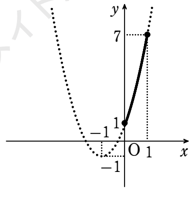
$y=2(x+1)^2-1$ $(0\leqq x\leqq 1)$

よって，そのグラフは右図の実線部分である。

したがって，y は

$x=1$ で最大値 7,

$x=0$ で最小値 1　をとる。



78　長方形の 2 辺の長さは x cm，$(10-x)$ cm と表される。

$x>0$，$10-x>0$ であるから

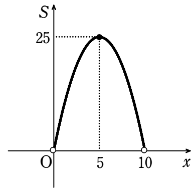
$0<x<{}^{\text{イ}}10$

また　$S=x({}^{\text{ア}}10-x)=-x^2+10x$

$$=-(x^2-10x)$$

$$=-\{(x-5)^2-25\}$$

$$=-(x-{}^{\text{ウ}}5)^2+{}^{\text{エ}}25$$



$0<x<10$ であるから，S は $x={}^{\text{オ}}5$ で最大値 ${}^{\text{カ}}25$ をとる。

$x=5$ のとき，$10-x=5$ となるから，長方形は 1 辺が 5 cm の正方形である。

79　(1)　$y=x^2-4x-4=(x-2)^2-4-4$

$$=(x-2)^2-8$$

よって，$x=2$ で最小値 -8，最大値はない。

(2)　$y=-2x^2+3x-1=-2\left(x^2-\dfrac{3}{2}x\right)-1$

$$=-2\left\{\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\right\}-1=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{1}{8}$$

よって，$x=\dfrac{3}{4}$ で最大値 $\dfrac{1}{8}$，最小値はない。

80　(1)　関数の式を変形すると

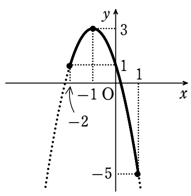
$y=-2(x+1)^2+3$ $(-2\leqq x\leqq 1)$

よって，そのグラフは右図の実線部分である。

したがって，y は

$x=-1$ で最大値 3,

$x=1$ で最小値 -5　をとる。



(2)　$y=2x^2+3x+4=2\left(x^2+\dfrac{3}{2}x\right)+4$

$$=2\left\{\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\right\}+4$$

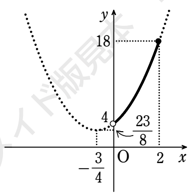
$$=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{23}{8}\quad(0<x\leqq 2)$$

よって，この関数のグラフは右図の実線部分である。

したがって，y は

$x=2$ で最大値 18　をとる。

最小値はない。



81　(1)　$S=xy=x(-2x+4)=-2x^2+4x$

問題の図から，x の値の範囲は　$0<x<2$

よって　　$S=-2x^2+4x$　$(0<x<2)$

(2)　$S=-2x^2+4x=-2(x^2-2x)$

$=-2\{(x-1)^2-1\}$

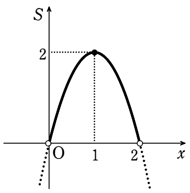
$=-2(x-1)^2+2$

$0<x<2$ の範囲で，S は

$x=1$ で最大値 2　をとる。

$y=-2x+4$ から，$x=1$ のとき　$y=2$

よって，P(1，2) のとき最大値 2



82　$y=x^2+2ax=(x+a)^2-a^2$

よって，y は $x=-a$ で最小値 $-a^2$ をとる。

最小値が -9 のとき　$-a^2=-9$　ゆえに　$a=\pm3$

$x=-a$ で最小となるから

$a=3$ のとき　$x=-3$ で最小

$a=-3$ のとき　$x=3$ で最小

83　$y=-x^2+6x+a=-(x^2-6x)+a$

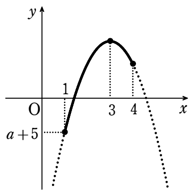
$=-\{(x-3)^2-9\}+a$

$=-(x-3)^2+a+9$

放物線の軸が $x=3$ で，定義域が $1\leqq x\leqq 4$ であるから，y は $x=1$ で最小値 $-1+6+a=a+5$ をとる。

最小値が -2 のとき　$a+5=-2$

よって　$a=-7$



84　$y=x^2-2ax+4a=(x-a)^2-a^2+4a$

よって，y は $x=a$ で最小となり　$m=-a^2+4a$

また　$m=-a^2+4a=-(a^2-4a)$

$=-\{(a-2)^2-4\}$

$=-(a-2)^2+4$

よって，m は　$a=2$ で最大値 4　をとる。

85　$y=a(x-2)^2+4$ に $x=1$，$y=2$ を代入して

$2=a(1-2)^2+4$　すなわち　$2=a+4$

よって　$a=-2$

86　(1)　グラフの頂点の座標が $(1,\ -3)$ であるから，求める 2 次関数は　$y=a(x-1)^2-3$　とおける。

このグラフが点 $(2,\ 4)$ を通るから

$4=a(2-1)^2-3$　すなわち　$4=a-3$

よって　$a=7$

したがって，求める 2 次関数は

$y=7(x-1)^2-3$　すなわち　$y=7x^2-14x+4$

(2)　$x=2$ で最小値 -4 をとるから，求める 2 次関数は

$y=a(x-2)^2-4$ $(a>0)$ とおける。

$x=0$ のとき $y=4$ であるから

$4=a(0-2)^2-4$　すなわち　$4=4a-4$

よって　$a=2$　これは $a>0$ を満たす。

したがって，求める 2 次関数は

$y=2(x-2)^2-4$　すなわち　$y=2x^2-8x+4$

87　グラフが 3 点 $(0,\ 0)$，$(1,\ 1)$，$(2,\ 0)$ を通るから

$c=0$　…… ①

$a+b+c=1$　…… ②

$4a+2b+c=0$　…… ③

① を ② に代入すると　$a+b=1$　…… ④

① を ③ に代入すると　$4a+2b=0$

よって　$2a+b=0$　…… ⑤

⑤−④ から　$a=-1$

④ に代入して　$-1+b=1$　ゆえに　$b=2$

したがって　$a=-1$，$b=2$，$c=0$

88　(1)　$(2x+3)(3x-4)=0$ から　$2x+3=0$ または $3x-4=0$

よって　$x=-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{4}{3}$

(2)　左辺を因数分解して　$x(x-5)=0$

よって　$x=0,\ 5$

(3)　左辺を因数分解して　$(x-1)(x-5)=0$

よって　$x=1,\ 5$

(4)　両辺に -1 を掛けて　$x^2+4x-21=0$

左辺を因数分解して　$(x+7)(x-3)=0$

よって　$x=-7,\ 3$

89　(1)　左辺を因数分解して　$(2x-3)(3x+1)=0$

よって　$x=\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{1}{3}$

(2)　左辺を因数分解して　$(x-3)(5x+1)=0$

よって　$x=3,\ -\dfrac{1}{5}$

(1)

$$\begin{array}{ccc} 2 & -3 \longrightarrow & -9 \\ 3 & 1 \longrightarrow & 2 \\ \hline 6 & -3 & -7 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{ccc} 1 & -3 \longrightarrow & -15 \\ 5 & 1 \longrightarrow & 1 \\ \hline 5 & -3 & -14 \end{array}$$

90　(1)　$4x^2-25=0$ から　$4x^2=25$　よって　$x^2=\dfrac{25}{4}$

ゆえに　$x=\pm\sqrt{\dfrac{25}{4}}=\pm\dfrac{5}{2}$

別解　左辺を因数分解して　$(2x+5)(2x-5)=0$

よって　$x=\pm\dfrac{5}{2}$

(2)　$(x+1)^2=5$ から　$x+1=\pm\sqrt{5}$

よって　$x=-1\pm\sqrt{5}$

(3)　$x^2+4x=6$ から　$(x+2)^2-4=6$

$(x+2)^2=10$

$x+2=\pm\sqrt{10}$

よって　$x=-2\pm\sqrt{10}$

別解　$x^2+4x=6$ から　$x^2+4x-6=0$

解の公式により

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot(-6)}}{2\cdot1}=\frac{-4\pm\sqrt{40}}{2}$$

$$=\frac{-4\pm2\sqrt{10}}{2}=-2\pm\sqrt{10}$$

91　(1)　解の公式により

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$$

(2)　解の公式により

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{24}}{2}$$

$$=\frac{4\pm2\sqrt{6}}{2}=2\pm\sqrt{6}$$

(3)　解の公式により

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot3\cdot(-1)}}{2\cdot3}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25+12}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$$

(4)　両辺に -1 を掛けて　$x^2+2x-1=0$

よって，解の公式により

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2\cdot1}=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}$$

$$=\frac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$$

92 (1) $x^2+7x+4=0$ について　$D=7^2-4\cdot1\cdot4=33>0$

よって，実数解の個数は　2 個

(2) $2x^2+2x+1=0$ について　$D=2^2-4\cdot2\cdot1=-4<0$

よって，実数解の個数は　0 個

93 (1) この方程式が重解をもつための条件は

$$D=8^2-4\cdot1\cdot m=0$$

すなわち　$64-4m=0$　よって　$m=16$

このとき，方程式は　$x^2+8x+16=0$

左辺を因数分解して　$(x+4)^2=0$

したがって，重解は　$x=-4$

(2) この方程式が異なる 2 つの実数解をもつための条件は

$$D=8^2-4\cdot1\cdot m>0$$

すなわち　$64-4m>0$　よって　$m<16$

94 (1) $x^2-4x-5=0$ とすると　$(x+1)(x-5)=0$

ゆえに　$x=-1,\ 5$

よって，共有点の座標は　$(-1,\ 0)$，$(5,\ 0)$

(2) $x^2+2x-5=0$ とすると，解の公式により

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-5)}}{2\cdot1}=-1\pm\sqrt{6}$$

よって，共有点の座標は　$(-1-\sqrt{6},\ 0)$，$(-1+\sqrt{6},\ 0)$

95 (1) $y=x^2-3x+1$ について

$$D=(-3)^2-4\cdot1\cdot1=5>0$$

よって，共有点の個数は　2 個

(2) $y=2x^2+x+2$ について

$$D=1^2-4\cdot2\cdot2=-15<0$$

よって，共有点の個数は　0 個

96 (1) このグラフが x 軸に接するための条件は

$$D=4^2-4\cdot1\cdot m=0$$

すなわち　$16-4m=0$　これを解いて　$m=4$

このとき，2 次関数は　$y=x^2+4x+4$

$x^2+4x+4=0$ とすると　$(x+2)^2=0$

ゆえに　$x=-2$　よって，接点の座標は　$(-2,\ 0)$

(2) このグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるための条件は

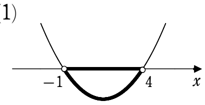
$$D=4^2-4\cdot2\cdot m>0$$

すなわち　$16-8m>0$　これを解いて　$m<2$

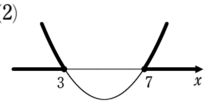
97 (1) $(x+1)(x-4)<0$ の解は　$-1<x<4$

(2) $(x-3)(x-7)\geqq0$ の解は　$x\leqq3,\ 7\leqq x$

(1)



(2)



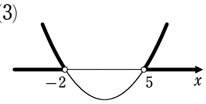
(3) $x^2-3x-10>0$ から　$(x+2)(x-5)>0$

よって　$x<-2,\ 5<x$

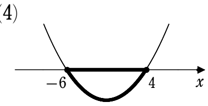
(4) $x^2+2x-24\leqq0$ から　$(x+6)(x-4)\leqq0$

よって　$-6\leqq x\leqq4$

(3)



(4)



98 (1) $x^2-4x+1=0$ を解くと　$x=2\pm\sqrt{3}$

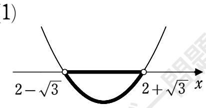
よって，$x^2-4x+1<0$ の解は　$2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$

(2) $x^2-x-7=0$ を解くと　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{29}}{2}$

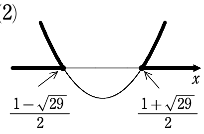
よって，$x^2-x-7\geqq0$ の解は

$$x\leqq\frac{1-\sqrt{29}}{2},\quad \frac{1+\sqrt{29}}{2}\leqq x$$

(1)



(2)



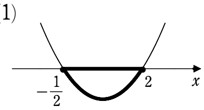
99 (1) $2x^2-3x-2\leqq0$ から　$(x-2)(2x+1)\leqq0$

よって　$-\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq2$

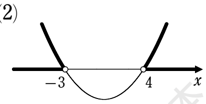
(2) 両辺に -1 を掛けて　$x^2-x-12>0$

よって　$(x+3)(x-4)>0$　ゆえに　$x<-3,\ 4<x$

(1)



(2)



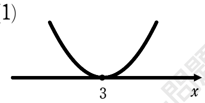
100 (1) $x^2-6x+9\geqq0$ から　$(x-3)^2\geqq0$

よって，解は　すべての実数

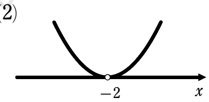
(2) $x^2+4x+4>0$ から　$(x+2)^2>0$

よって，解は　-2 以外のすべての実数

(1)



(2)



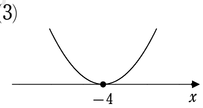
(3) $x^2+8x+16\leqq0$ から　$(x+4)^2\leqq0$

よって，解は　$x=-4$

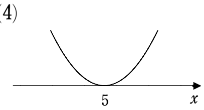
(4) $x^2-10x+25<0$ から　$(x-5)^2<0$

よって，解はない。

(3)



(4)



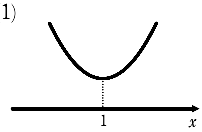
101 (1) $x^2-2x+2\geqq0$ から　$(x-1)^2+1\geqq0$

よって，解は　すべての実数

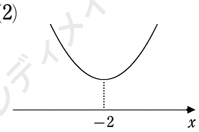
(2) $x^2+4x+6<0$ から　$(x+2)^2+2<0$

よって，解はない。

(1)



(2)

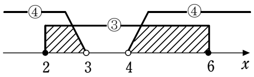


102 ① から　$(x-2)(x-6) \leqq 0$

よって　$2 \leqq x \leqq 6$　……③

② から　$(x-3)(x-4) > 0$

よって　$x < 3,\ 4 < x$　……④



③ と ④ の共通範囲を求めて　$2 \leqq x < 3,\ 4 < x \leqq 6$