

内容見本用 目次

実際の書籍には、これと同内容のものが表紙裏に入ります。

ページ	項目名	ページ	項目名
1	数と式 (1)	37	複素数と方程式
2	数と式 (2)	38	図形と方程式 (1)
3	数と式 (3)	39	図形と方程式 (2)
4	集合と命題 (1)	40	三角関数 (1)
5	集合と命題 (2)	41	三角関数 (2)
6	2次関数 (1)	42	三角関数 (3)
7	2次関数 (2)	43	三角関数 (4)
8	2次関数 (3)	44	指数関数と対数関数 (1)
9	2次関数 (4)	45	指数関数と対数関数 (2)
10	2次関数 (5)	46	指数関数と対数関数 (3)
11	2次関数 (6)	47	指数関数と対数関数 (4)
12	図形と計量 (1)	48	微分法と積分法 (1)
13	図形と計量 (2)	49	微分法と積分法 (2)
14	図形と計量 (3)	50	微分法と積分法 (3)
15	図形と計量 (4)	51	微分法と積分法 (4)
16	データの分析 (1)	52	微分法と積分法 (5)
17	データの分析 (2)	53	微分法と積分法 (6)
18	データの分析 (3)	54	数 列 (1)
19	データの分析 (4)	55	数 列 (2)
20	データの分析 (5)	56	数 列 (3)
21	データの分析 (6)	57	数 列 (4)
22	データの分析 (7)	58	統計的な推測 (1)
23	データの分析 (8)	59	統計的な推測 (2)
24	場合の数と確率 (1)	60	統計的な推測 (3)
25	場合の数と確率 (2)	61	統計的な推測 (4)
26	場合の数と確率 (3)	62	平面上のベクトル (1)
27	場合の数と確率 (4)	63	平面上のベクトル (2)
28	場合の数と確率 (5)	64	平面上のベクトル (3)
29	場合の数と確率 (6)	65	平面上のベクトル (4)
30	図形の性質 (1)	66	複素数平面 (1)
31	図形の性質 (2)	67	複素数平面 (2)
32	図形の性質 (3)	68	式と曲線 (1)
33	図形の性質 (4)	69	式と曲線 (2)
34	図形の性質 (5)	70	式と曲線 (3)
35	図形の性質 (6)	71	三角比の表
36	式と証明	72	正規分布表

1	数と式 (1)	数学 I	50
---	---------	------	----

★★

- 1 ある日、花子さんは服を買うためにショッピングモールに出かけた。まず、店 A に入って服を見てみると気になる服を見つけた。値札を見たところ、思っていたほど安くはなかった。しかし、値札をよく見ると、表示価格から 40 % 引きで、さらにレジでの会計時に割引後の値段から 30 % 引きと書かれていた。しばらく悩んだ結果、違う店の服も見てみることにした。次に行った店 B でも気になる服を見つけたので値札を見ると、表示価格は店 A で見た服の表示価格よりも 800 円安く、さらにこちらの店では、表示価格から 50 % 引きになるという。花子さんはこれら 2 つの服のうち、どちらかを買うことに決めた。値段が異なれば安い方の服を買うことにし、値段が同じ場合は店 B で買うことにした。その結果、花子さんは店 B で購入した。このとき、花子さんが購入した服の値段は何円以下であったと考えられるか。ただし、花子さんが購入した服の値段とは、花子さんが支払った金額を指すものとする。

2 数と式 (2)

数学 I

25

★★
2不等式 $|2x-6| < x$ …… ① について考える。(1) $x = \sqrt{5}$ が不等式 ① の解であるかどうかを調べてみよう。① の左辺に $x = \sqrt{5}$ を代入すると、その値は である。したがって、 $x = \sqrt{5}$ は不等式 ① の . の解答群① $2\sqrt{5} - 6$ ② $2\sqrt{5} + 6$ ③ $6 - 2\sqrt{5}$ ④ $-6 - 2\sqrt{5}$ の解答群

① 解である ② 解でない

((ア), (イ) 各 5 点)

(2) 不等式 ① の解は、 $y = |2x-6| - x$ …… ② のグラフの $y < 0$ となる x の値の範囲である。

② のグラフを利用して、① の解を求めてみよう。

(i) $2x-6 \geq 0$ を解くと $x \geq$, $2x-6 < 0$ を解くと $x <$.よって、 $x \geq$ のとき、② は $y =$, $x <$ のとき、② は $y =$ である。, の解答群① $x-6$ ② $x+6$ ③ $-3x-6$ ④ $-3x+6$

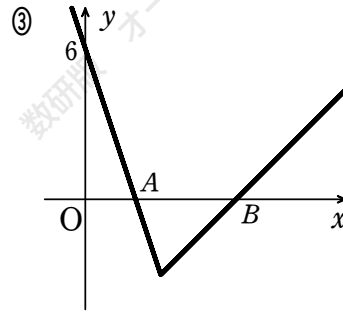
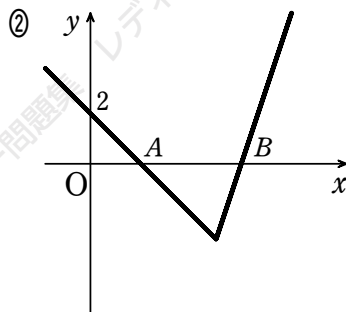
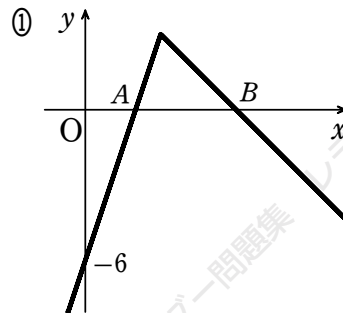
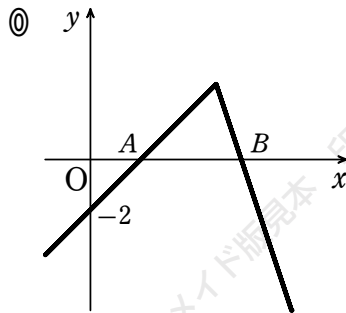
((ウ), (エ), (オ) 各 5 点)

3 数と式 (3)

数学 I

25

(ii) (i) より、次の図の①～③のうち、②のグラフとして最も適当なものは である。



ただし、図の A , B はグラフと x 軸の交点の x 座標を表し、 $A = \text{キ}$, $B = \text{ク}$ である。

((カ), (キ), (ク) 各 5 点)

(iii) (ii) より、①の解は である。

の解答群

① $< x < \text{ク}$

② $x < \text{キ}$, $\text{ク} < x$

((ケ) 10 点)

4 集合と命題 (1)

数学 I

/ 50

★★
3

自然数全体の集合 U を全体集合とし、集合 A は集合 U の部分集合とする。4 のみを要素にもつ集合が集合 A の部分集合であるとき、次の中から成り立つ関係を正しく表現しているものをすべて選べ。

- ① $4 \in A$ ② $\{4\} \in A$ ③ $\{4\} \subset A$ ④ $\{4\} \cup A = A$ ⑤ $\{4\} \cap A = \emptyset$ (25 点)

★★
4

全体集合を U とし、条件 p, q を満たすものの全体の集合を、それぞれ P, Q とする。命題 $\overline{p} \Rightarrow q$ が真であるとき、 P, Q について常に成り立つことをすべて選べ。(25 点)

- ① $P = Q$ ② $Q \subset P$ ③ $\overline{Q} \subset P$ ④ $P \subset \overline{Q}$
⑤ $P \cup \overline{Q} = P$ ⑥ $P \cup \overline{Q} = \overline{Q}$ ⑦ $P \cap Q = \emptyset$ ⑧ $P \cup Q = U$

5 集合と命題 (2)

数学 I

50

★★

5 ある学校で、4 種類のおにぎりの具（鮭、梅干、明太子、昆布）についてアンケートをとったところ、次の (ア) ～ (エ) のことがわかった。

- (ア) 鮭と梅干の両方を好きな生徒はいない。
- (イ) 梅干と明太子の両方を好きな生徒がいる。
- (ウ) 鮭が好きではない生徒は、昆布も好きではない。
- (エ) 昆布と明太子の両方を好きな生徒がいる。

このとき、必ず正しいといえるものを、次の ① ～ ④ のうちからすべて選べ。

- ① 3 種類の具が好きな生徒は、梅干が好きである。
- ② 梅干と昆布の両方が好きな生徒はいない。
- ③ 明太子と昆布が好きな生徒は、鮭も好きである。
- ④ 2 種類以上の具が好きな生徒は、鮭が好きである。

6 2 次関数 (1)

数学 I

/ 50

★★

6

次の太郎さんと花子さんの会話を読んで、下の問いに答えよ。

太郎：いま問題集の問題を解いているのだけれど、 $y=3(x+1)(x-3)$ のグラフをかくのに、 x^2 の係数が正だから下に凸なのはわかるけれど、頂点を求めるのにいったん展開してから平方完成し直すって面倒だよね。他に方法はないかな。

花子：あら、平方完成しなくても頂点の座標を求められるよ。

太郎：え？どうやるのか教えて。

花子：放物線と x 軸の交点の x 座標が ア □と イ □であることはすぐにわかるよね。

そうすると、放物線は軸に関して対称であるから、この放物線の軸は直線 $x=\text{ウ}$ □であることがわかるよ。

太郎：そうか。軸の位置がわかれば、もとの放物線の式に $x=\text{ウ}$ □を代入することで、頂点の座標を (ウ □, エ □) と求めることができるね。

- (1) ア □ ~ エ □ に当てはまる数値を答えよ。ただし、 ア □ < イ □ とする。(各 10 点)

- (2) 上の会話の内容を踏まえて、一般に

$$y=a(x-p)(x-q)+r \quad (a, p, q, r \text{ は定数で, } a \neq 0, p < q)$$

の形で表される放物線の頂点の座標を、 a, p, q, r を用いて表せ。(10 点)

7 2 次関数 (2)

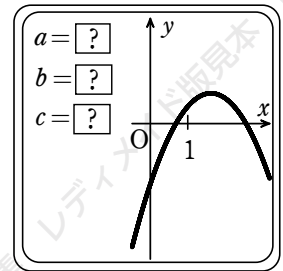
数学 I

50

★★

7 a, b, c の値を入力すると、関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが表示されるコンピュータソフトがある。ある a, b, c の値を入力すると、グラフは図のように表示された。

(1) $a, b, c, b^2 - 4ac, a + b + c$ の符号をいえ。(各5点)



(2) この a, b の値を変えずに、 c の値だけを変化させたとき、変わらないものを次の中からすべて選べ。また、変わらない理由を説明せよ。

- ① グラフと x 軸の共有点の個数
- ② グラフの頂点の x 座標の符号
- ③ グラフの頂点の y 座標の符号

(25 点)

8 2 次関数 (3)

数学 I

20

★★
8

運動会などでよく行われる「玉入れ」の公式競技として、「アジャタ」という競技がある。アジャタのルールのひとつかを挙げると以下のようなものがある。

(i) アジャタバスケット (さおのついたカゴ) について

さおの高さは 4.12 m 、カゴの直径は 0.44 m とする。

(ii) アジャタコート (競技者が立てる範囲) について

アジャタバスケットが立つ地点を中心とする半径 3 m の

円とその内部。競技者はアジャタコート内から玉を投げる。

投げた玉の軌道は放物線を描くものとして、上記の (i), (ii) のルールにしたがって、玉をアジャタバスケットの中に入れるための玉の軌道を考えよう。

競技者が玉を投げるとき、玉が手から離れる位置の高さを

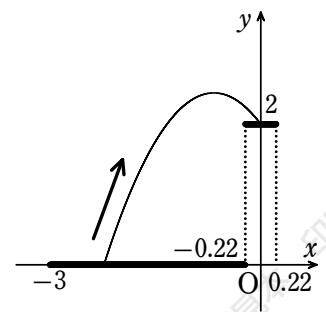
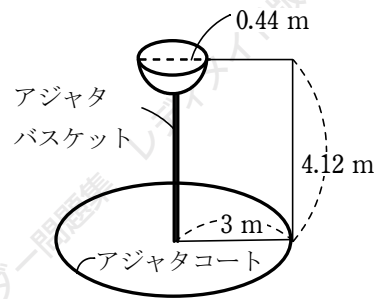
2.12 m とすると、そこからアジャタバスケットの上端までの

高さは $4.12 - 2.12 = 2\text{ (m)}$ となる。このとき、玉が手から離れ

る位置の高さに x 軸、アジャタバスケットのさおの位置に y 軸

をとる。例えば、玉の軌道が右の図の放物線を描けば、アジャタバスケットの中に玉が入ることになる。ただし、競技者は

$-3 \leq x \leq -0.22$ の範囲から玉を投げることにし、玉の大きさは考えないこととする。



(1) 次の ① ~ ⑥ の放物線の方程式のうち、玉がアジャタバスケットの中に入るときの玉の軌道を表すものをすべて選べ。(20 点)

① $y = -(x+1)(x-2)$

② $y = -(x+2)(x-1)$

③ $y = (x-1)(x-2)$

④ $y = -\frac{1}{2}(x+4)(2x-1)$

⑤ $y = \frac{1}{3}(x+6)(3x+1)$

⑥ $y = -\frac{1}{10}(2x+5)(5x-4)$

9 2 次関数 (4)

数学 I

30

(2) 玉が放物線 $y=f(x)$ の軌道を描いてアジャタバスケットの中に入ったとき、 $f(x)$ が常に満たす条件を次の ①～⑨のうちから 3 つ選べ。ただし、放物線が点 $(-0.22, 2)$ や点 $(0.22, 2)$ を通るときも、玉はアジャタバスケットの中に入るものとする。(30 点)

① $f(-3) \geq 0$

② $f(-3) \leq 0$

③ $f(-0.22) \leq 0$

④ $f(-0.22) \geq 2$

⑤ $f(-0.22) \leq 2$

⑥ $f(0.22) \geq 0$

⑦ $f(0.22) \leq 0$

⑧ $f(0.22) \geq 2$

⑨ $f(0.22) \leq 2$

10 2 次関数 (5)

数学 I

/ 20

★★

9

k を定数とし, 2 つの 2 次不等式

$$x^2 - 7x + 12 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}, \quad x^2 - 3kx + 2k^2 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

を考える。

(1) 不等式 ① の解は $\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$

不等式 ② の解は

$k > 0$ のとき $\boxed{\text{ウ}}$, $k < 0$ のとき $\boxed{\text{エ}}$, $k = 0$ のとき $\boxed{\text{オ}}$

である。

$\boxed{\text{ウ}} \sim \boxed{\text{オ}}$ の解答群

① $k < x < 2k$

② $2k < x < k$

③ $-k < x < -2k$

④ $-2k < x < -k$

⑤ 解なし

⑥ すべての実数

((ア)(イ), (ウ), (エ), (オ) 各 5 点)

1 1 2 次関数 (6)

数学 I

30

(2) $k > 0$ とする。

(i) $0 < k < \boxed{\text{ア}}$ のとき、①、② を同時に満たす実数 x が存在するための条件は

$$\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} < k < \boxed{\text{ク}} \text{ である。}$$

$\boxed{\text{ア}} \leq k < \boxed{\text{イ}}$ のとき、①、② を同時に満たす実数 x は必ず存在する。

$\boxed{\text{イ}} \leq k$ のとき、①、② を同時に満たす実数 x は存在しない。

以上から、①、② を同時に満たす実数 x が存在するための条件は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < k < \boxed{\text{サ}}$ である。

((カ)(キ)(ク), (ケ)(コ)(サ) 各 5 点)

(ii) 実数 x に関する条件 p, q を

$$p: x^2 - 7x + 12 < 0 \quad q: x^2 - 3kx + 2k^2 < 0$$

とする。

p が q であるための十分条件となるような k の値の範囲は $\boxed{\text{シ}}$

p が q であるための必要条件となるような k の値の範囲は $\boxed{\text{ス}}$

$\boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}}$ の解答群

⑦ $k < 2, 3 < k$ ⑧ $2 \leq k \leq 3$ ⑨ 存在しない ⑩ すべての実数

((シ), (ス) 各 10 点)

1 2 図形と計量 (1)

数学 I

50

★★

10

東京上空を遊覧飛行中のヘリコプターが、ある日の午後 6 時ちょうどに高度 (海面からの高さ) 1134 m, 時速 42 km で真北に向かって飛んでいると, 進行方向から右へ 17° の方角の, 水平距離 5000 m 先の位置に電波塔が見えた。次の問いに答えよ。ただし, 必要ならば三角比の表を用いてよい。

(1) 電波塔の先端の高さは海面から 634 m である。午後 6 時にヘリコプターから電波塔の先端を見た俯角 (水平面から見下ろす角度) はおよそ何度になるか。(15 点)

(2) ヘリコプターが高度を維持したまま, 進度を真北に向けて飛ぶとする。ヘリコプターが電波塔に最も近づいたときの, ヘリコプターから電波塔までの水平距離はおよそ何 m になるか。
また, そのときのヘリコプターから電波塔の先端を見た俯角はおよそ何度になるか。(各 10 点)

(3) この日の東京の日の入りは午後 6 時 8 分である。ヘリコプターが電波塔に最も近づいたとき, 日は沈んでいるか。(15 点)

1 3 図形と計量 (2)

数学 I

50

★★
11

(1) X さんは $AB=4$, $AC=3$, $\angle ABC=30^\circ$ である $\triangle ABC$ を作図したところ, 異なる形の $\triangle ABC$ が 2 つかけた。2 つの $\triangle ABC$ の BC の値を求めよ。(15 点)

(2) 不思議に思った X さんは, $0 < p < 4$ として, $AB=4$, $AC=p$, $\angle ABC=30^\circ$ である $\triangle ABC$ について, 異なる形の三角形が 2 つできる条件を調べることにした。X さんは, この $\triangle ABC$ について余弦定理により, BC についての 2 次方程式をつくり, 異なる 2 つの BC の値が存在するとき, 異なる形の三角形が 2 つできると考えた。このような p の値の範囲を求めよ。(15 点)

(3) (2) の $\triangle ABC$ の形が 1 つに定まるような p の値を求めよ。またこのとき, $\triangle ABC$ はどのような三角形が答えよ。(各 10 点)

1 4 図形と計量 (3)

数学 I

/ 10

★★

12

右の図において、 $\triangle ABC$ は鋭角三角形、
四角形 $ADEB$, $BFGC$, $CHIA$ は正方形であり、

$$BC=a, CA=b, AB=c,$$

$$\angle CAB=A, \angle ABC=B, \angle BCA=C$$

とする。

- (1) $\triangle ABC$, $\triangle AID$, $\triangle BEF$, $\triangle CGH$ の面積をそれぞれ

T, T_1, T_2, T_3 とする。 $A + \angle DAI = \boxed{\text{アイウ}}^\circ$ である。

$B + \angle EBF, C + \angle GCH$ も同様に、 $\boxed{\text{アイウ}}^\circ$ であるから、 T_1 と T, T_2 と T, T_3 と T の大小をそれぞれ比較すると、 T_1, T_2, T_3 の大小関係は $\boxed{\text{エ}}$ であることがわかる。

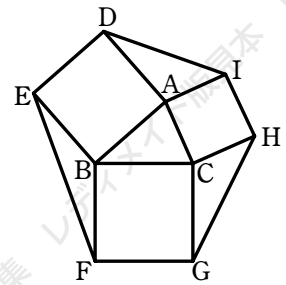
$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

① $a < b < c$ ならば $T_1 > T_2 > T_3$

① $a < b < c$ ならば $T_1 < T_2 < T_3$

② 常に $T_1 = T_2 = T_3$

((アイウ), (エ) 各 5 点)



1 5 図形と計量 (4)

数学 I

40

(2) $\cos A$ 0, $\cos \angle DAI$ 0 であるから, 余弦定理により

$$ID^2 \text{ } b^2 + c^2, \quad BC^2 \text{ } b^2 + c^2$$

である。よって, ID BC である。

~ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① < ② = ③ > ((オ), (カ), (キ), (ク), (ケ) 各 4 点)

(3) $\triangle ABC$, $\triangle AID$, $\triangle BEF$, $\triangle CGH$ のうち,

・ 周の長さ (三角形の 3 辺の長さの和) が最も小さい三角形は である。

・ 内接円の半径が最も大きい三角形は である。

, の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

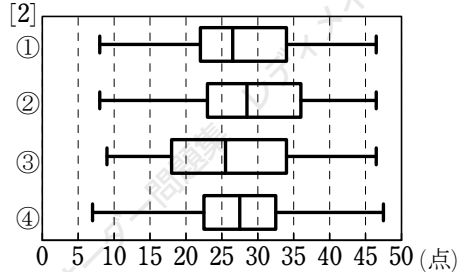
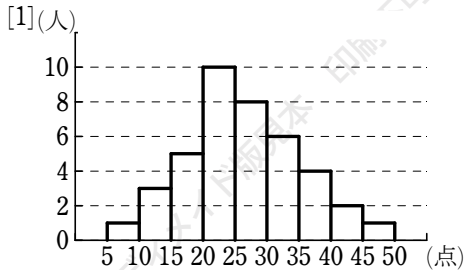
① $\triangle ABC$ ② $\triangle AID$ ③ $\triangle BEF$ ④ $\triangle CGH$ ((コ), (サ) 各 10 点)

1 6 データの分析 (1)

数学 I / 50

★★

- 13 下の図[1]は、40人の生徒の漢字テストの得点をヒストグラムにしたものである。ただし、各階級は5点以上10点未満のように区切っている。このデータを箱ひげ図にまとめたとき、ヒストグラムと矛盾するものを、下の図[2]の①～④からすべて選べ。



17 データの分析 (2)

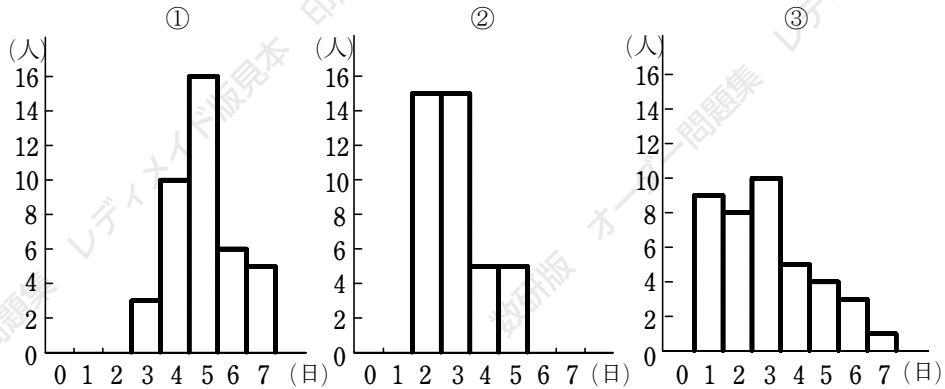
数学 I

/ 50

★★

- 14 右の表は、X、Y、Z の3つの高校で1年生を40人ずつ抽出し、週に何日間、部活動を行っているかを調査した結果である。それぞれの高校の調査結果を表すヒストグラムを次の①～③から選べ。

	平均値	標準偏差
X 高校	3.0	1.6
Y 高校	5.0	1.1
Z 高校	3.0	1.0



1 8 データの分析 (3)

★★
15

図 1 は、各都道府県の男女別の就業者数をもとに作成した、2015 年度における都道府県別の第 1 次産業（農業、林業と漁業）の就業者数割合（横軸）と、男性の就業者数割合（縦軸）の散布図である。ここで、「男性の就業者数割合」、「女性の就業者数割合」とは、就業者数全体に対する男性・女性の就業者数の割合のことである。

- (1) 男性の就業者数割合が r (%) の都道府県では、女性の就業者数割合は $- r$ (%) となる。(25 点)

の解答群

- ☐ 6 ☐ 10 ☐ 50
☐ 55 ☐ 100

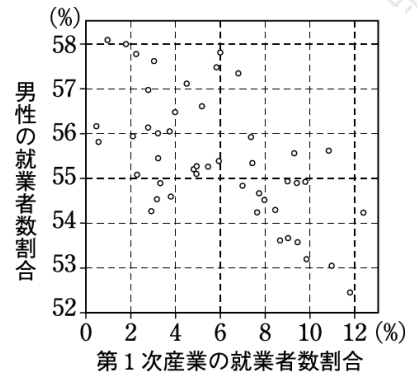


図 1 都道府県別の、第 1 次産業の就業者数割合と、男性の就業者数割合の散布図
(出典：総務省の Web ページにより作成)

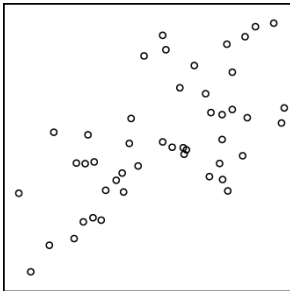
19 データの分析 (4)

数学 I

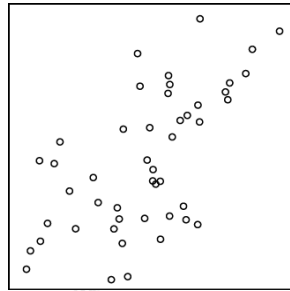
25

- (2) 2015 年度における都道府県別の第 1 次産業の就業者数割合 (横軸) と、女性の就業者数割合 (縦軸) の散布図は、 である。 について、最も適当なものを、下の ㉠～㉣ のうちから 1 つ 選べ。なお、各散布図の横軸と縦軸の目盛りは省略しているが、横軸は右方向、縦軸は上方向がそれぞれ正の方向である。(25 点)

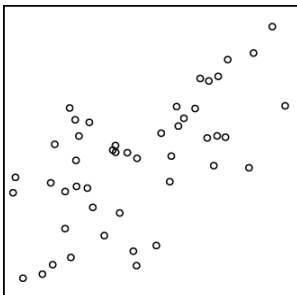
㉠



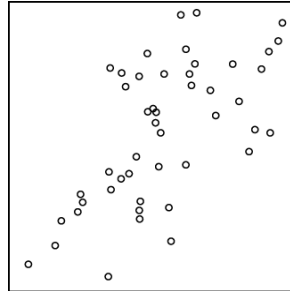
㉡



㉢



㉣



20 データの分析 (5)

数学 I

/ 10

★★★
16

次の表は、2006 年から 2016 年の 11 年間について、全国における海産物の総漁獲量を年ごとにまとめたものである。ただし、表中の数字の単位はすべて t(トン) であり、表中の平均値は小数点以下を四捨五入してある。

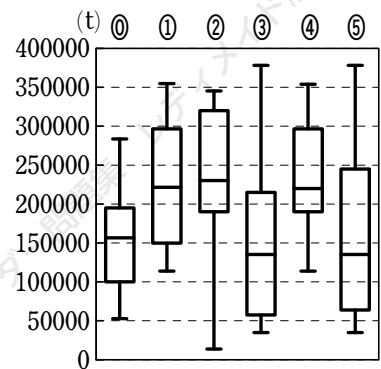
年	イワシ	サンマ	ホタテ	タラ	サケ
2006 年	52,503	244,586	271,928	206,794	218,907
2007 年	79,099	296,521	258,303	216,636	210,416
2008 年	34,857	354,727	310,205	211,038	167,497
2009 年	57,429	310,744	319,638	227,261	205,742
2010 年	70,159	207,488	327,087	251,166	164,616
2011 年	175,781	215,353	302,990	238,920	136,638
2012 年	135,236	221,470	315,387	229,823	128,502
2013 年	215,004	149,853	347,541	229,577	160,902
2014 年	195,726	228,647	358,982	194,920	146,641
2015 年	311,054	116,243	233,885	180,349	135,876
2016 年	378,142	113,828	213,710	134,236	96,360
平均値	154,999	223,587	296,332	210,975	161,100

魚種別漁獲量調査結果(総務省統計局)(<https://www.e-stat.go.jp>)により作成。

イワシはマイワシのみ、タラはスケトウダラのみを計上している。

- (1) 右の図の中で、イワシの漁獲量のデータの箱ひげ図を表すものは , サンマの漁獲量のデータの箱ひげ図を表すものは である。 , に当てはまるものを右の図の ①～⑤ のうちから 1 つずつ選べ。

((ア), (イ) 各 5 点)



2 1 データの分析 (6)

数学 I

10

(2) 次の ①～③ のうち、漁獲量の変動の度合いを判断するものとして最も適当なものを 1 つ選べ。

ウ

① 平均値

① 中央値

② 最頻値

③ 標準偏差

また、ウ の値がより エ に近いほど、漁獲量がより安定していると言える。

エ

エ に当てはまる数値を、次の ①～③ のうちから 1 つ選べ。(ウ, (エ) 各 5 点)

① -1

① 0

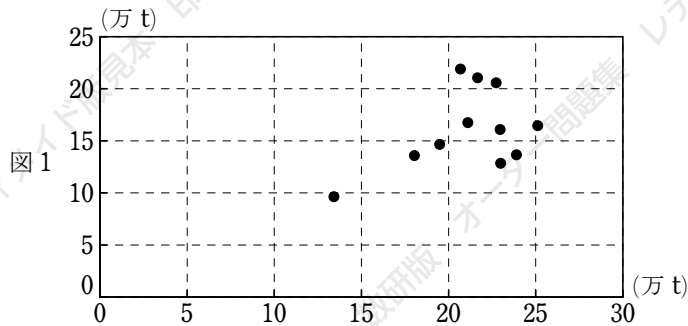
② 1

2 2 データの分析 (7)

数学 I / 20

- (3) 図 1 は、ある 2 つの海産物の漁獲量のデータに関する散布図である。縦軸のデータは であり、横軸のデータは である。, に当てはまるものを、次の ①～④ のうちから 1 つずつ選べ。

- ① イワシ ② サンマ ③ ホタテ ④ タラ ⑤ サケ



また、この散布図から読み取れることとして正しいものは、 と である。

, に当てはまるものを、次の ①～③ のうちから 1 つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。(オ), (カ), (キ), (ク) 各 5 点

- ① 強い負の相関関係がある。
② どちらの海産物も同じ年に最低の漁獲量を記録している。
③ どちらの海産物も同じ年に漁獲量が 20 万 t を超えたことが 4 回ある。
④ 縦軸の海産物の漁獲量が少ない方から 5 番目の年における横軸の海産物の漁獲量は、横軸の海産物の漁獲量の平均値を下回っている。

23 データの分析 (8)

数学 I

/ 10

- (4) 次の (a) ~ (c) は, 2 つの海産物の漁獲量のデータにある変換を行ったときの標準偏差について述べた文章である。
- (a) 各データをすべて 1000 で割ったとき, 標準偏差はもとのデータのときと変わらない。
- (b) 各データからその海産物の漁獲量の平均値を引いたとき, 標準偏差はもとのデータのときと変わらない。
- (c) 各データからその海産物の漁獲量の平均値を引いた値を 1000 で割ったとき, 標準偏差はもとのデータのときと変わらない。
- (a) ~ (c) の正誤の組み合わせとして正しいものは である。 に当てはまるものを, 次の ① ~ ⑦ のうちから 1 つ選べ。((ケ)5 点)

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	正	正	正	誤	正	誤	誤
(b)	正	正	誤	正	誤	正	誤
(c)	正	誤	正	正	誤	誤	正

- (5) 2017 年のホタテの漁獲量は, 235,952 (t) であった。このとき, 2006 年から 2017 年までの 12 年間のホタテの漁獲量の平均値は (t) となる。ただし, 小数第 1 位を四捨五入するものとする。

に当てはまるものを次の ① ~ ④ のうちから 1 つ選べ。((コ)5 点)

- ① 281300 ② 291300 ③ 301300 ④ 311300

2 4 場合の数と確率 (1)

数学 A

50

★★

17 太郎さんと花子さんは次の問題について考えている。

[問題] 次の玉を円形に並べる方法は何通りあるか。

- (1) 白玉 4 個, 赤玉 2 個, 黒玉 1 個 (2) 白玉 4 個, 赤玉 2 個

太郎さんは (1) を次のように考えた。

[太郎さんの解答]

黒玉を固定して考えると, 白玉 4 個, 赤玉 2 個の順列の個数に等しいから $\frac{6!}{4!2!} = 15$ (通り)

花子さんは太郎さんの解答を参考にして, (2) を次のように考えた。

[花子さんの解答]

赤玉を 1 つ固定して考えると, 白玉 4 個, 赤玉 1 個の順列の個数に等しいから $\frac{5!}{4!1!} = 5$ (通り)

上記の問題に対する太郎さんの解答は正しいが, 花子さんの解答も正しいか。

誤りであるならばその理由を簡潔に述べ, 正しい解答を答えよ。

(月 日)	得 点
数学 A	/ 50

2 5 場合の数と確率 (2)

★★

18 A さんの家には子どもが 2 人いる。男女の出生確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ であるとする。次の確率を求めよ。

(1) A さんの 2 人の子どものうち、少なくとも 1 人が女の子であると聞かされたとき、子どもが 2 人とも女の子である確率 (15 点)

(2) A さんの第一子が女の子であると聞かされたとき、2 人とも女の子である確率 (15 点)

(3) A さんの 2 人の子どものうち、少なくとも 1 人が火曜日に生まれた女の子であると聞かされたとき、子どもが 2 人とも女の子である確率 (20 点)

2 6 場合の数と確率 (3)

数学 A

25

★★

19 5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 を左から右に 1 列に並べた順列 …… (*) を考える。

順列 (*) は全部で ! 個ある。並べた数字を左から a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 とする。例えば, 順列 51324 では, $a_1=5, a_2=1, a_3=3$ である。

(1) (i) 順列 (*) のうち, 31542 のように

「数字 1 と 2 が 1, 2 の順に並んでいる順列」 …… ①

がいくつあるかを考えよう。

順列 (*) のうち, 31542 のように「 $a_2=1$ かつ $a_5=2$ である順列」 …… ② は ! 個ある。数字 1 と 2 がこの順で他の位置に並ぶ順列も, それぞれ ! 個ずつあるから, 順列 ① は 個ある。 の解答群

$$\textcircled{0} \quad \text{イ}! \times {}_5P_2 \qquad \textcircled{1} \quad \text{イ}! \times {}_5C_2 \qquad \textcircled{2} \quad \frac{\text{イ}! \times {}_5C_2}{2}$$

((ア), (イ), (ウ) 各 5 点)

(ii) (i) について, 次のように考えることもできる。

順列 (*) のうち, 「数字 1 と 2 が 2, 1 の順に並んでいる順列」 …… ③ は, 順列 ① と同じ個数

だけあるから, 順列 ① の総数は と表すこともできる。

また, これと同じように考えると, 順列 (*) のうち,

「数字 1, 2, 3 がこの順に並んでいる順列」 …… ④

の総数は と表すことができる。, の解答群

$$\textcircled{0} \quad \frac{\text{ア}!}{2} \qquad \textcircled{1} \quad \frac{\text{ア}!}{3} \qquad \textcircled{2} \quad \frac{\text{ア}!}{4} \qquad \textcircled{3} \quad \frac{\text{ア}!}{6}$$

((エ), (オ) 各 5 点)

(月 日)		得 点
2 7	場合の数と確率 (4)	数学 A / 25

(2) 順列(*)のうち, 51234のように

「 $a_1 \neq 1$ かつ $a_2 \neq 2$ である順列」…… ⑤

がいくつあるかを, 集合を利用して考えてみよう。

順列(*)の集合を全体集合 U とし, 部分集合として「 $a_1=1$ である順列」の集合を A ,

「 $a_2=2$ である順列」の集合を B とする。

このとき,

$$n(U) = \boxed{\text{ア}}!, \quad n(A) = n(B) = \boxed{\text{カ}}!, \quad n(A \cap B) = \boxed{\text{キ}}!$$

であるから, $n(A \cup B) = \boxed{\text{クケ}}$ となり, 順列 ⑤ は $\boxed{\text{コサ}}$ 個あることがわかる。

((カ), (キ), (クケ) 各 5 点, (コサ) 10 点)

28 場合の数と確率 (5)

数学A

/ 30

★★

20

ある集団 G に所属するすべての人が、ウイルス X に感染しているかどうかの簡易検査を受けた。この簡易検査に関しては、次のことがわかっている。

- (i) X に感染している場合、簡易検査で陽性と判定される確率は 90% である。
 (ii) X に感染していない場合、簡易検査で陽性と判定される確率は 9% である。

また、検査結果は陽性か陰性のどちらか一方のみとし、それ以外の結果は出ないものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) X に感染している場合、簡易検査で陰性と判定される確率は $\boxed{\text{アイ}}$ $\%$ である。

また、 X に感染していない場合、簡易検査で陰性と判定される確率は $\boxed{\text{ウエ}}$ $\%$ である。

$\boxed{\text{アイ}}$, $\boxed{\text{ウエ}}$ に当てはまる数を答えよ。((アイ), (ウエ) 各5点)

- (2) 一般に、事象 A の確率を $P(A)$ で表す。また、事象 A の余事象を $\overline{A}$ と表し、2つの事象 A, B の和事象を $A \cup B$, 積事象を $A \cap B$ と表す。簡易検査の結果が陽性である事象を F , X に感染している事象を G とする。集団 G に所属するすべての人の中から無作為に1人選ぶとする。このとき、選ばれた1人が、 X に感染している確率は $\boxed{\text{オ}}$ であり、 X に感染していて、しかも簡易検査で陽性と判定される確率は $\boxed{\text{カ}}$ である。また、簡易検査で陽性と判定される確率は $\boxed{\text{キ}}$ である。更に、簡易検査で陽性と判定された場合、 X に感染している確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{オ}} \sim \boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを、次の①～⑨のうちから1つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

① $P(F)$

② $P(F \cap A)$

④ $P(\overline{F} \cap A)$

⑥ $P(F \cup A) + P(\overline{F} \cup A)$

⑧
$$\frac{P(F \cap \overline{A})}{P(F \cap \overline{A}) + P(\overline{F} \cap \overline{A})}$$

① $P(\overline{F})$

③ $P(F \cup A)$

⑤ $P(F \cap A) + P(\overline{F} \cap A)$

⑦
$$\frac{P(F \cap A)}{P(F \cap A) + P(\overline{F} \cap A)}$$

⑨
$$\frac{P(F \cup A)}{P(F \cup A) + P(\overline{F} \cup A)}$$

((オ), (カ), (キ), (ク) 各5点)

29 場合の数と確率 (6)

数学 A

20

(3) (2) の確率 を 1 % としたとき、確率 は $\frac{\text{ケコ}}{\text{サシス}}$ である。

, に当てはまる数を答えよ。

((ケコ)(サシス) 10 点)

集団 G に所属する人の中で、簡易検査で陽性と判定されたすべての人が精密検査を受けることになった。その精密検査を受けた人の中から無作為に 1 人選ぶとする。なお、この精密検査に関しては、次のことがわかっている。

- (iii) X に感染している場合、精密検査で陽性と判定される確率は 99 % である。
(iv) X に感染していない場合、精密検査で陽性と判定される確率は 1 % である。

このとき、次の問いに答えよ。ただし、(2) の確率 は 1 % とし、簡易検査と精密検査は互いの結果に影響を及ぼさないものとする。

(4) 選ばれた 1 人が精密検査で陰性と判定される確率を、次の ①～③ のうちから 1 つ選べ。

① $\frac{99}{5000}$

② $\frac{4901}{5000}$

③ $\frac{1089}{10900}$

④ $\frac{9811}{10900}$

(5) 精密検査で陰性と判定された場合、X に感染している確率を、次の ①～③ のうちから 1 つ選べ。

① $\frac{10}{11}$

② $\frac{10}{1089}$

③ $\frac{10}{4901}$

④ $\frac{10}{9811}$

((セ), (ソ) 各 5 点)

30 図形の性質 (1)

数学A

50

★★

21 図のようにビル A, B, C と道 X, Y, Z がある。

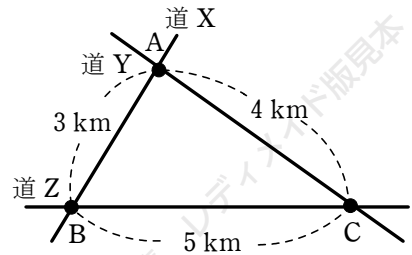
ただし、ビル A, B, C は、それぞれ道 X と道 Y、
道 X と道 Z、道 Y と道 Z の交差点上にあるとし、

ビル A とビル B の距離は 3 km

ビル A とビル C の距離は 4 km

ビル B とビル C の距離は 5 km であるとする。

太郎さんと次郎さんと花子さんの家は次の位置にある。



- ・ 太郎さんの家は、3 つのビル A, B, C から等距離にある。
- ・ 次郎さんの家は、3 つのビル A, B, C を結んでできる三角形の内部にあり、かつ、3 つの道 X, Y, Z から等距離にある。
- ・ 花子さんの家は道 Z 上にあり、さらに、花子さんの家からは、次郎さんの家とビル A が、重なって見える。

このとき、太郎さんの家と花子さんの家の距離を求めよ。ただし、ビルと家は幅や高さなどは無視して点として考え、道は線として考えることとする。

3 1 図形の性質 (2)

数学 A

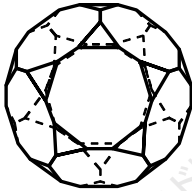
50

★★

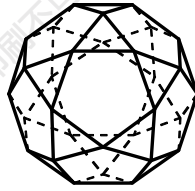
22 正十二面体から 1 つの頂点に集まる 3 つの辺の中点を通る平面ですべてのかどを切り取った多面体 P について、次の問いに答えよ。

(1) P はどのような多面体か。次の ① ～ ③ から選べ。(20 点)

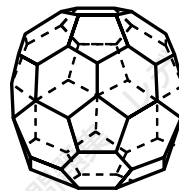
①



②



③



(2) P の面の数 f , 辺の数 e , 頂点の数 v を、それぞれ求めよ。(各 10 点)

32 図形の性質 (3)

数学A

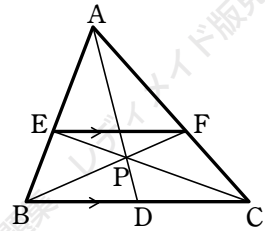
/ 10

★★
23

[1] 花子さんと太郎さんは、次の [問題] について、図形描画ソフトを使って考えてみることにした。

[問題]

$\triangle ABC$ の辺 AB 上 (ただし、頂点 A, B を除く) の点を E とし、辺 AC 上に $BC \parallel EF$ となるような点 F をとる。
また、 BF と CE の交点を P 、直線 AP と辺 BC の交点を D とする。このとき、比の値 $\frac{BD}{DC}$ を求めよ。



花子：点 E, F を $BC \parallel EF$ を満たしながらそれぞれ辺 AB, AC 上で動かすと、
点 P の位置は動くけど、点 D の位置は動かないよ。

太郎：本当だ。どうしてだろう…。そうだ、チェバの定理を用いて考えてみよう。

太郎さんのノート

チェバの定理から $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CF}{FA} \cdot \frac{AE}{EB} = \boxed{\text{ア}}$

$AE : EB = 1 : k$ ($k > 0$) とすると $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{k}$

$BC \parallel EF$ から $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{k}{\boxed{\text{イ}}} \cdot \frac{1}{k} = \boxed{\text{ア}}$ ゆえに $\frac{BD}{DC} = \boxed{\text{ウ}}$

太郎：比の値 $\frac{BD}{DC}$ が、点 E の位置に関係なく一定であることが示せたから、
点 D は動かない、ということになるのだね。

(1) $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を答えよ。(各5点)

		(月 日)	得 点
3 3	図形の性質 (4)	数学 A	/ 15

(2) に当てはまるものを，次の ㉔～㉞ のうちから 1 つ選べ。(5 点)

㉔ $\frac{1}{2}$

㉕ 1

㉖ $\frac{2}{3}$

㉗ $\frac{3}{2}$

㉘ $\frac{4}{5}$

㉙ $\frac{5}{4}$

(3) [問題]において，線分 AD と線分 EF の交点を Q とすると， $\frac{EQ}{QF} =$ となる。

に当てはまるものを，次の ㉔～㉞ のうちから 1 つ選べ。(10 点)

㉔ $\frac{1}{2}$

㉕ 1

㉖ $\frac{2}{3}$

㉗ $\frac{3}{2}$

㉘ $\frac{4}{5}$

㉙ $\frac{5}{4}$

3 4 図形の性質 (5)

数学 A

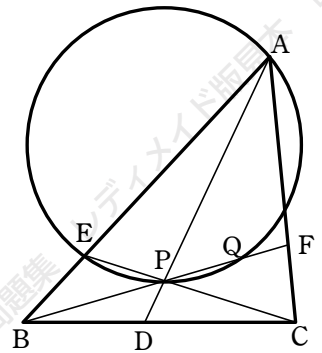
15

- [2] 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 AB , AC 上に、それぞれ点 E , F をとる。また、 BF と CE の交点を P , 直線 AP と辺 BC の交点を D , $\triangle AEP$ の外接円と直線 BP の交点で、点 P とは異なる点を Q とする。ここで、 $AB=12$, $BC=9$, $AE:EB=3:1$, $BD:DC=4:5$ であるという。このとき、

$$BP \cdot BQ = \boxed{\text{オカ}}, \quad \frac{CF}{FA} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}, \quad \frac{BP}{PF} = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$$

である。また、4 点 D , $\boxed{*}$ は 1 つの円周上にある。

- (4) $\boxed{\text{オカ}} \sim \boxed{\text{シス}}$ に当てはまる数を答えよ。(オカ), (キ)(クケ), (コサ)(シス) 各 5 点



		(月 日)	得 点
3 5	図形の性質 (6)	数学 A	/10

(5) に当てはまるものを、次の ①～⑦ のうちから 2 つ選べ。ただし、解答の順序は問わない。
, (各 5 点)

① A, B, P

② A, C, E

③ A, C, P

④ A, E, F

⑤ C, E, F

⑥ C, F, P

⑦ C, F, Q

⑧ C, P, Q

36 式と証明

数学Ⅱ

/ 50

★★

24 分数の計算において、次の計算は誤りである。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{2+3} = \frac{2}{5}$$

では、一般に、 a, b, c, d を正の数とすると、 $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ を満たすような a, b, c, d の組は存在するか。存在する場合はその例を示し、存在しない場合は証明せよ。

3 7 複素数と方程式

数学Ⅱ

50

★★

25

次の問題は、数値に1つだけ誤りがある。その数値を訂正して、この問題を解け。

3次方程式 $x^3 + 2x^2 - ax - 3 = 0$ の解が $1, -1, -2$ であるとき、定数 a の値を求めよ。

38 図形と方程式 (1)

数学Ⅱ

25

★★

26

3種類の材料 A, B, C から2種類の製品 P, Q を作っている工場がある。製品 P を 1 kg 作るには、材料 A, B, C をそれぞれ 1 kg, 3 kg, 5 kg 必要とし、製品 Q を 1 kg 作るには、材料 A, B, C をそれぞれ 5 kg, 4 kg, 2 kg 必要とする。また、1 日に仕入れることができる材料 A, B, C の量の上限はそれぞれ 260 kg, 230 kg, 290 kg である。この工場では 1 日に製品 P を x kg, 製品 Q を y kg 作るとするとき、次の問いに答えよ。ただし、 $x \geq 0$, $y \geq 0$ とする。

(1) x, y が満たすべき条件について考える。

材料 A の使用量の条件から $y \leq \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}x + \boxed{\text{エオ}},$

材料 B の使用量の条件から $y \leq \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}x + \frac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}},$

材料 C の使用量の条件から $y \leq \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}x + \boxed{\text{タチツ}}$

である。 $\boxed{\text{アイ}} \sim \boxed{\text{タチツ}}$ に当てはまる数をそれぞれ答えよ。

((アイ)(ウ)(エオ), (カキ)(ク)(ケコサ)(シ), (スセ)(ソ)(タチツ) 各 5 点)

(2) この工場において、1 日で作ることができる製品 P, Q の量の合計 $x + y$ (kg) は、

$(x, y) = (\boxed{\text{テト}}, \boxed{\text{ナニ}})$ のとき最大となり、そのとき、 $x + y = \boxed{\text{ヌネ}}$ である。

$\boxed{\text{テト}} \sim \boxed{\text{ヌネ}}$ に当てはまる数をそれぞれ答えよ。((テト)(ナニ), (ヌネ) 各 5 点)

39 図形と方程式 (2)

数学Ⅱ / 25

(3) 製品 P, Q 1 kg 当たりの利益はそれぞれ a 万円, 3 万円であるとする。このとき, 1 日当たりの利益について考える。ただし, a は正の数とする。

(i) $a=1$ の場合, 利益を最大にする x, y は, $(x, y)=(\boxed{\text{ノハ}}, \boxed{\text{ヒフ}})$ である。

(ii) $\boxed{\text{へ}}$ の場合, 製品 P は作らず, 製品 Q のみを作れるだけ作るときに限り利益が最大となり, そのときの利益の最大値は $\boxed{\text{ホマミ}}$ 万円である。

(iii) 利益を最大にする x, y が $(x, y)=(\boxed{\text{テト}}, \boxed{\text{ナニ}})$ のみであるための必要十分条件は $\boxed{\text{ム}}$ である。

$\boxed{\text{ノハ}}, \boxed{\text{ヒフ}}, \boxed{\text{ホマミ}}$ に当てはまる数をそれぞれ答えよ。また, $\boxed{\text{へ}}, \boxed{\text{ム}}$ に当てはまるものを次の ①～⑥ のうちから 1 つずつ選べ。

① $0 < a < \frac{3}{5}$

② $\frac{3}{5} < a < \frac{9}{4}$

③ $\frac{9}{4} < a < \frac{15}{2}$

④ $a > \frac{15}{2}$

⑤ $a = \frac{3}{5}$

⑥ $a = \frac{9}{4}$

⑦ $a = \frac{15}{2}$

((ノハ)(ヒフ), (へ), (ホマミ) 各 5 点 (ム) 10 点)

40 三角関数(1)

数学Ⅱ

/ 15

★★★
27関数 $y = \sin 2x + \cos 2x$ …… ① の周期について考える。まず, $y = \sin 2x$, $y = \cos 2x$ のどちらの周期も, 正で最小のものは である。

ここで, ① を変形すると

$$y = \text{イ} \sin(2x + \text{ウ}) \quad (0 < \text{ウ} < 2\pi) \quad \dots\dots ②$$

となるから, ① のグラフの概形は である。① のグラフや ② の式から, ① の周期のうち正で最小のものは であることがわかる。(1) に当てはまるものを, 次の ⑦～⑩ のうちから 1 つ選べ。(5 点)

- ⑦ $\frac{\pi}{8}$ ⑧ $\frac{\pi}{4}$ ⑨ $\frac{\pi}{2}$ ⑩ π ⑪ 2π ⑫ 3π ⑬ 4π

(2) , に当てはまるものを, 次の各解答群のうちから 1 つずつ選べ。(各 5 点) の解答群

- ⑭ $\sqrt{2}$ ⑮ $-\sqrt{2}$ ⑯ 2 ⑰ -2

 の解答群

- ⑱ $\frac{\pi}{6}$ ⑲ $\frac{\pi}{4}$ ⑳ $\frac{\pi}{3}$ ㉑ $\frac{\pi}{2}$ ㉒ $\frac{3}{4}\pi$ ㉓ π ㉔ $\frac{3}{2}\pi$

4 1 三角関数 (2)

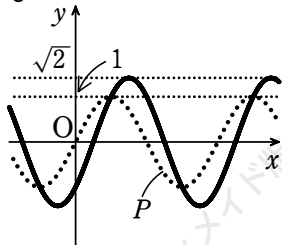
数学Ⅱ

/ 10

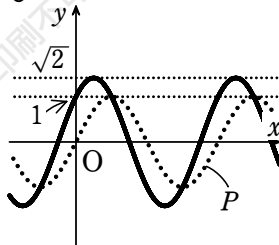
(3) に当てはまるものとして最も適当なものを、次の ① ~ ⑤ のうちから 1 つ選べ。

ただし、各図における点線 P は $y = \sin 2x$ のグラフである。(10 点)

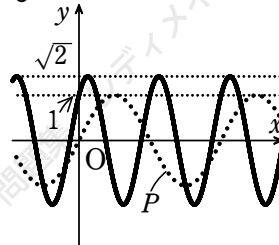
①



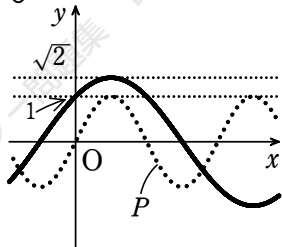
②



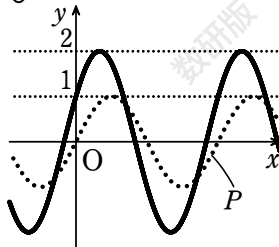
③



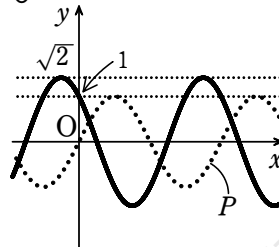
④



⑤



⑥



4 2 三角関数 (3)

数学Ⅱ

/ 10

次に、関数 $y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{3}$ …… ③ の周期について考える。

$y = \sin \frac{x}{2}$ の周期のうち、正で最小のものは オ , $y = \cos \frac{x}{3}$ の周期のうち、正で最小のものは

カ である。よって、 k, l を自然数とすると、

$y = \sin \frac{x}{2}$ の周期のうち、正のものは オ $\times k$ …… ④,

$y = \cos \frac{x}{3}$ の周期のうち、正のものは カ $\times l$ …… ⑤

と表すことができる。

(4) オ , カ に当てはまるものを、次の ⑩ ～ ⑪ のうちから 1 つずつ選べ。ただし、同じものを選んでよい。(各5点)

⑩ $\frac{\pi}{6}$

⑪ $\frac{\pi}{4}$

⑫ $\frac{\pi}{3}$

⑬ $\frac{\pi}{2}$

⑭ π

⑮ $\frac{3}{2}\pi$

⑯ 2π

⑰ 3π

⑱ 4π

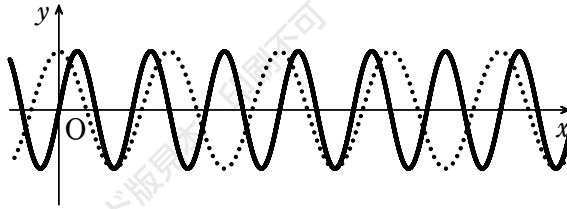
⑲ 6π

4 3 三角関数 (4)

数学Ⅱ

/ 15

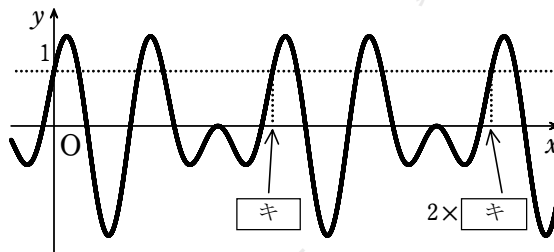
太郎：コンピュータを使って、 $y = \sin \frac{x}{2}$ ， $y = \cos \frac{x}{3}$ のグラフを表示してみたよ。



花子：周期が共通のように見える区間があるね。④，⑤ のどちらにも表される数に注目して考えると，③ の周期のうち正で最小のものは となるよ。

太郎：コンピュータを使って，③ のグラフをかくと，次の図のようになったよ。

が，③ の周期のうち，正で最小のものであることが確認できるね。



(5) に当てはまるものを，次の ① ～ ⑨ のうちから 1 つ選べ。(5 点)

- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{5}{12}\pi$ ④ $\frac{5}{6}\pi$ ⑤ 2π
 ⑥ 4π ⑦ 5π ⑧ 6π ⑨ 12π ⑩ 24π

(6) (4)，(5) と同じようにして考えると，関数 $y = \sin \frac{3}{5}x + \cos \frac{7}{5}x$ の周期のうち，正で最小のものは π である。 に当てはまる数を答えよ。(10 点)

4 4 指数関数と対数関数 (1)

数学Ⅱ

/ 50

★★

28 a は 1 ではない正の実数とする。次の ① ～ ④ のうち、等式が常に成り立つものをすべて選べ。

① $a\sqrt{a} \times \sqrt{a^3} = 8^{\log_2 a}$

② $2\log_3 2a - \log_{\sqrt{3}} a = 0$

③ $9(\log_3 a - \log_{27} a) = \log_{\sqrt{3}} a^3$

④ $2\log_{0.5}(2+a) = \log_{0.5}(6a+7)$

4 5 指数関数と対数関数 (2)

数学Ⅱ

/ 50

★★

29

次の問題に対する下の解答は誤りである。誤りの理由を述べ、正しい解を求めよ。

問題 方程式 $\log_3(2x-1)^2 = 2\log_3(x+4)$ を解け。**解答** 真数は正であるから $(2x-1)^2 > 0$ かつ $x+4 > 0$ よって $-4 < x < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < x$ $\log_3(2x-1)^2 = 2\log_3(2x-1)$ より $2\log_3(2x-1) = 2\log_3(x+4)$ すなわち $\log_3(2x-1) = \log_3(x+4)$ ゆえに $2x-1 = x+4$ したがって $x=5$ これは $-4 < x < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < x$ を満たす。

4 6 指数関数と対数関数 (3)

数学Ⅱ

32

★★

30 $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 7 = b$, $\log_{10} 3 = c$ とおく。(1) $2 \cdot 7^2 = 98$, $7^9 = 40353607$, $2^{10} = 1024$ であるから、次の不等式が成り立つ。

$$2 \cdot 7^2 < 100 \dots\dots ①, \quad 7^9 > 40000000 \dots\dots ②, \quad 2^{10} > 1000 \dots\dots ③$$

①～③の不等式を用いて、 a , b の小数第1位と小数第2位の値を求めてみよう。

①から $b < \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} a + \text{エ}$ である。また、②から $b > \frac{\text{オ}}{\text{キ}} a + \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

さらに、③から $a > \frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$ である。

よって、 $\frac{\text{オ}}{\text{キ}} a + \frac{\text{カ}}{\text{キ}} < \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} a + \text{エ}$ であるから、 a の小数第1位の値は サ ,

小数第2位の値は シ である。

また、 $\frac{\text{オ}}{\text{キ}} a + \frac{\text{カ}}{\text{キ}} < b < \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} a + \text{エ}$ であるから、 b の小数第1位の値は ス ,

小数第2位の値は セ である。(アイ)(ウ)(エ), (オ)(カ)(キ), (ク)(ケコ) 各4点, (サ), (シ), (ス), (セ) 各5点

4 7 指数関数と対数関数 (4)

数学Ⅱ

/ 18

(2) $2^3 \cdot 10 = 80$, $2^{12} \cdot 3^5 = 995328$ であるから, 次の不等式が成り立つ。

$$2^3 \cdot 10 < 3^4 \dots\dots \textcircled{4}, \quad 2^{12} \cdot 3^5 < 10^6 \dots\dots \textcircled{5}$$

④, ⑤ の不等式を用いて, c の小数第 1 位と小数第 2 位の値を求めてみよう。

④ から $c > \frac{\boxed{\text{ソ}}a + \boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$, ⑤ から $c < \frac{\boxed{\text{ツ}}\boxed{\text{テ}}\boxed{\text{ト}}a + \boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ であり, $a > \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}\boxed{\text{コ}}}$ であるから,

c の小数第 1 位の値は $\boxed{\text{ヌ}}$, 小数第 2 位の値は $\boxed{\text{ネ}}$ である。

((ソ)(タ)(チ), (ツ)(テ)(ト)(ナ)(ニ) 各 4 点, (ヌ), (ネ) 各 5 点)

4 8 微分法と積分法 (1)

数学Ⅱ

50

★★

- 31 (1) すべての実数 t に対して $\int_{t-1}^t (x^2 + ax + b)dx = t(t+1)$ となるように、定数 a, b の値を定めよ。(15 点)

- (2) a, b が (1) で求めた値であるとき、定積分 $\int_0^t (x^2 + ax + b)dx$ を求めよ。(15 点)

- (3) n を自然数とする。(1), (2) の結果を用いて、次の等式を示せ。(20 点)

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

4 9 微分法と積分法 (2)

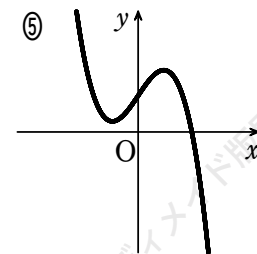
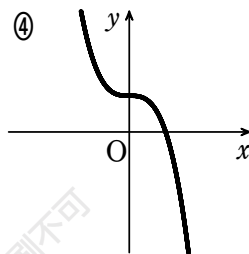
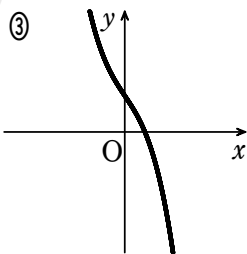
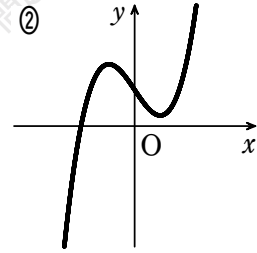
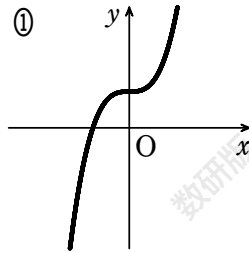
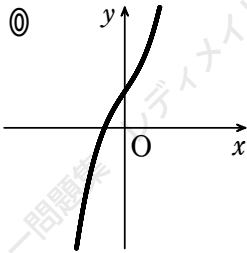
数学Ⅱ

/ 10

★★

32 a を実数とし、 $f(x) = x^3 - 6ax + 16$ とおく。(1) $y = f(x)$ のグラフの概形は $a = 0$ のとき, $a < 0$ のとき, である。

, に当てはまる最も適当なものを, 次の ㉔ ~ ㉞ のうちから 1 つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。(ア), (イ) 各 5 点)



50 微分法と積分法 (3)

数学Ⅱ

/ 30

- (2) $a > 0$ とし, p を実数とする。座標平面上の曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ が 3 個の共有点をもつような p の値の範囲は $\boxed{\text{ウ}} < p < \boxed{\text{エ}}$ である。 $p = \boxed{\text{ウ}}$ のとき, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ は 2 個の共有点をもつ。それらの x 座標を q, r ($q < r$) とする。曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ が点 (r, p) で接することに注意すると

$$q = \boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}} a^{\frac{1}{2}}, \quad r = \sqrt{\boxed{\text{ク}}} a^{\frac{1}{2}}$$

と表せる。

$\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを, 次の解答群から 1 つずつ選べ。また, $\boxed{\text{オカ}} \sim \boxed{\text{ク}}$ に当てはまる数を答えよ。(ウ)(エ), (オカ)(キ), (ク) 各 10 点)

$\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $2\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$

① $-2\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$

② $4\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$

③ $-4\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$

④ $8\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$

⑤ $-8\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$

5 1 微分法と積分法 (4)

数学Ⅱ

/10

(3) 方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数を n とする。次の ㉔ ～ ㉙ のうち、正しいものは

ケ と コ である。

ケ, コ に当てはまるものを、次の解答群から 1 つずつ選べ。(ケ), (コ) 各 5 点)

ケ, コ の解答群(解答の順序は問わない。)

㉔ $n=1$ ならば $a<0$

㉕ $a<0$ ならば $n=1$

㉖ $n=2$ ならば $a<0$

㉗ $a<0$ ならば $n=2$

㉘ $n=3$ ならば $a>0$

㉙ $a>0$ ならば $n=3$

5 2 微分法と積分法 (5)

数学Ⅱ

/ 10

★★

33 $b > 0$ とし, $g(x) = x^3 - 3bx + 3b^2$, $h(x) = x^3 - x^2 + b^2$ とおく。座標平面上の曲線 $y = g(x)$ を C_1 , 曲線 $y = h(x)$ を C_2 とする。 C_1 と C_2 は 2 点で交わる。これらの交点の x 座標をそれぞれ α , β ($\alpha < \beta$) とすると, $\alpha =$, $\beta =$ である。(ア), (イ) 各 5 点)

, の解答群

- ① b ② $-b$ ③ $2b$ ④ $-2b$ ⑤ $3b$ ⑥ $-3b$

5 3 微分法と積分法 (6)

数学Ⅱ

/ 40

$\alpha \leq x \leq \beta$ の範囲で C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。また、 $t > \beta$ とし、
 $\beta \leq x \leq t$ の範囲で C_1 と C_2 および直線 $x = t$ で囲まれた図形の面積を T とする。

このとき

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} \boxed{\text{ウ}} dx, \quad T = \int_{\beta}^t \boxed{\text{エ}} dx, \quad S - T = \int_{\alpha}^t \boxed{\text{オ}} dx$$

であるので

$$S - T = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}} (2t^3 - \boxed{\text{ケ}} bt^2 + \boxed{\text{コサ}} b^2 t - \boxed{\text{シ}} b^3)$$

が得られる。

したがって、 $S = T$ となるのは $t = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} b$ のときである。

$\boxed{\text{ウ}} \sim \boxed{\text{オ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| ① $\{g(x) + h(x)\}$ | ① $\{g(x) - h(x)\}$ |
| ② $\{h(x) - g(x)\}$ | ② $\{2g(x) + 2h(x)\}$ |
| ③ $\{2g(x) - 2h(x)\}$ | ③ $\{2h(x) - 2g(x)\}$ |
| ④ $2g(x)$ | ④ $2h(x)$ |

((ウ), (エ), (オ) 各 5 点, (カキ)(ク)(ケ)(コサ)(シ) 10 点, (ス)(セ) 15 点)

5 4 数 列 (1)

数学B

/ 50

★★

34 住宅ローンなどで資金を借りた場合、返済総額は、利子の支払いのために元金より多くなる。元金 10^6 円を借り、毎回一定額を返済していく方式(元利均等返済)について考える。利子は借入日から 1 年毎に、過去 1 年間の借入残高に対して年利率 0.8% で発生する。返済は借入日からちょうど 1 年毎に行い、借入日から N 年後に返済を完了するとする。

- (1) 借入日から数えて n 年後からの 1 年間を通じての借入残高を a_n 、毎年の返済額を x とするとき、 $a_0 = 10^6$ 、および漸化式

$$a_n = \text{ア} \square a_{n-1} - \text{イ} \square \quad (n=1, 2, \dots, N)$$

が成り立つ。(ア)(イ) 20 点

- (2) 20 年後に返済が完了するとき、毎年の返済額 x を求めよ。ただし、 $1.008^{20} = 1.173$ とし、小数点以下は切り捨てて整数値で答えよ。(15 点)

- (3) 毎年の返済額を $4 \cdot 10^4$ 円以下とするためには、返済年数は何年以上でなければならないか。
 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とし、小数点以下を切り上げて整数値で答えよ。
 (15 点)

5 5 数 列 (2)

数学B

/ 15

★★

35 太郎さんと花子さんは、数列の漸化式に関する [問題 A], [問題 B] について話している。

2 人の会話を読んで、(1) ~ (3) の問いに答えよ。

[問題 A] 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = -2, a_{n+1} = 3a_n + 8 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

太郎: $a_{n+1} = 3a_n + 8$ を $a_{n+1} + \boxed{\text{ア}} = 3(a_n + \boxed{\text{ア}})$ と変形すれば、等比数列に結びつける
ことができて、一般項を求められるね。

花子: 階差数列を考える方法もあるよ。数列 $\{a_n\}$ の階差数列 $\{p_n\}$ を、

$$p_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とすると、 $p_1 = \boxed{\text{イ}}$, $p_{n+1} = \boxed{\text{ウ}} p_n$ となるね。

太郎: そうだね。これで数列 $\{p_n\}$ の一般項を導くことができるから、数列 $\{a_n\}$ の一般項も
求められるね。

(1) (i) $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数を答えよ。(ア) 4 点, (イ), (ウ) 各 3 点

(ii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は、 $a_n = \boxed{\text{エ}} \cdot \boxed{\text{オ}}^{n-1} - \boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{カ}}$ に当てはまる数を答えよ。(エ)(オ)(カ) 5 点

5 6 数 列 (3)

数学B

/ 15

[問題 B] 次のように定められた数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$b_1=6, b_{n+1}=-2b_n-18n+21 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

太郎: $b_2=-2b_1-18+21$ であるから, $b_2=-9$ となるね。同じようにして, $b_3=3$ となる
ことがわかるよ。

花子: $b_4, b_5, \dots$ と順番に求めることはできるけど, 項の規則性はあるのかな。

太郎: [問題 A] で考えたように, 階差数列を利用して見たらどうかな。

花子: 数列 $\{b_n\}$ の階差数列 $\{c_n\}$ を, $c_n=b_{n+1}-b_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) として考えると,

$$c_1=\boxed{\text{キクケ}}, c_2=\boxed{\text{コサ}}, c_{n+1}=\boxed{\text{シス}}c_n-\boxed{\text{セソ}} \text{ となるね。}$$

太郎: あっ! [問題 A] と同じような形になるね。

(2) (i) $\boxed{\text{キクケ}} \sim \boxed{\text{セソ}}$ に当てはまる数を答えよ。(キクケ), (コサ) 各 3 点, (シス)(セソ) 4 点

(ii) 数列 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n=\boxed{\text{タ}}$ である。このとき, $\boxed{\text{タ}}$ に当てはまる式を, 次の

① ~ ④ のうちから 1 つ選べ。(タ) 5 点

$$\textcircled{0} \quad -9 \cdot (-2)^{n-1} - 2n - 4 \quad \textcircled{1} \quad -9 \cdot (-2)^{n-1} - n - 5 \quad \textcircled{2} \quad -9 \cdot (-2)^{n-1} - 6$$

$$\textcircled{3} \quad -9 \cdot (-2)^{n-1} + n - 8 \quad \textcircled{4} \quad -9 \cdot (-2)^{n-1} + n^2 - 3n - 4$$

5 7 数 列 (4)

数学B

/ 20

(3) 2 人は [問題 B] について引き続き話している。

花子：他の方法で考えることもできるんじゃない。[問題 A] で $a_{n+1}=3a_n+8$ を

$$a_{n+1} + \boxed{\text{ア}} = 3(a_n + \boxed{\text{ア}})$$

太郎： $b_{n+1} = -2b_n - 18n + 21$ を，定数 s, t を用いて

$$\boxed{\text{チ}} = -2(\boxed{\text{ツ}})$$

の式に変形してはどうか。

(i) $q_n = \boxed{\text{ツ}}$ とおくと，数列 $\{q_n\}$ は公比 -2 の等比数列となる。このとき， $\boxed{\text{チ}}$ ， $\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまる式を，次の ① ～ ③ のうちから 1 つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

① $b_n + sn + t$

② $b_{n+1} + sn + t$

③ $b_n + s(n+1) + t$

④ $b_{n+1} + s(n+1) + t$

((チ), (ツ) 各 4 点)

(ii) s, t の値は， $s = \boxed{\text{テ}}$ ， $t = \boxed{\text{トナ}}$ である。 $\boxed{\text{テ}}$ ， $\boxed{\text{トナ}}$ に当てはまる数を答えよ。((テ), (トナ) 各 4 点)(iii) 数列 $\{b_n\}$ の一般項は， $b_n = \boxed{\text{ニ}} \cdot (\boxed{\text{ヌネ}})^{n-1} - \boxed{\text{ノ}}n + \boxed{\text{ハ}}$ である。 $\boxed{\text{ニ}} \sim \boxed{\text{ハ}}$ に当てはまる数を答えよ。((ニ)(ヌネ)(ノ)(ハ) 4 点)

58 統計的な推測 (1)

数学B

/20

★★

36 機械 A はボタンを 1 回押すと、 p の割合で青色の光を発光し、 $1-p$ の割合で赤色の光を発光する。ただし、 $0 < p < 1$ とする。

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

- [1] $p = \frac{1}{3}$ とする。機械 A のボタンを繰り返し 450 回押したとき、青色の光が発光される回数を表す確率変数を X とする。このとき、(1)、(2) の問いに答えよ。

(1) X の平均 (期待値) は アイウ , 標準偏差は エオ である。

アイウ , エオ に当てはまる数を求めよ。

(2) ボタンを押す回数 450 は十分に大きいと考える。

このとき、確率変数 X は近似的に平均 カキク , 標準偏差 ケコ の正規分布に従う。よって、 X が 140 以上 170 以下の値をとる確率は 0. サシスセ である。また、 X が ソ 以上の値をとる確率は約 0.7 である。 カキク ~ サシスセ に当てはまる数を求めよ。

また、 ソ に当てはまるものを、次の ① ~ ⑦ のうちから 1 つずつ選べ。

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ① 137 | ② 142 | ③ 145 | ④ 147 |
| ⑤ 153 | ⑥ 155 | ⑦ 158 | ⑧ 163 |

((アイウ), (エオ), (カキク), (ケコ), (サシスセ) 各 3 点, (ソ) 5 点)

5 9 統計的な推測 (2)

数学B

/ 15

- [2] 以下では、 p の値はわからないものとする。このとき、機械 A のボタンを繰り返し 400 回押したところ、青色の光が 80 回発光された。この標本をもとにして、割合 p に関する推定を行うことにした。ボタンを押す回数 400 は十分に大きいと考えて、(1) ~ (3) の問いに答えよ。

- (1) 割合 p に対する信頼度 (信頼係数) 95 % の信頼区間は

$$\left[\boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}} - 1.96 \times \frac{1}{\boxed{\text{ツテ}}}, \boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}} + 1.96 \times \frac{1}{\boxed{\text{ツテ}}} \right]$$

である。 $\boxed{\text{タ}}$ ~ $\boxed{\text{ツテ}}$ に当てはまる数を求めよ。

- (2) 同じ標本をもとにした信頼度 99 % の信頼区間について正しいものを、次の ① ~ ③ のうちから 1 つ選べ。 $\boxed{\text{ト}}$

- ① 信頼度 95 % の信頼区間と同じ範囲である。
- ② 信頼度 95 % の信頼区間より狭い範囲になる。
- ③ 信頼度 95 % の信頼区間より広い範囲になる。

- (3) 割合 p に対する信頼度 N % の信頼区間を $[A, B]$ とするとき、この信頼区間の幅を $B - A$ と定める。標本は同じもののままで、(1) の信頼区間の幅を 0.75 倍にするには、信頼度を

$\boxed{\text{ナニ}} \cdot \boxed{\text{ヌ}}$ % に変更することで実現できる。

$\boxed{\text{ナニ}}$, $\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまる数を求めよ。((タ)(チ)(ツテ), (ト), (ナニ)(ヌ) 各 5 点)

60 統計的な推測 (3)

数学B

/10

[3] 機械 A とは異なる機械 B がある。機械 B の説明書には、ボタンを 1 回押すと、0.6 の割合で青色の光を発光し、0.4 の割合で赤色の光を発光すると書かれている。

このとき、(1), (2) の問いに答えよ。必要ならば、 $\sqrt{6} \approx 2.45$, $\sqrt{15} \approx 3.87$ を用いてもよい。

(1) 太郎さんが試しに機械 B のボタンを繰り返し 100 回押したところ、青色の光が発光された回数は 54 回であった。この結果について、太郎さんと花子さんは以下のような会話をしている。

太郎：0.6 の割合で青色の光を発光すると説明書には書いてあるのに、100 回中 54 回しか発光されなかったということは、この機械は壊れているのではないかな？

花子：そうしたら、仮説検定の考え方を用いて、この機械が壊れているかどうか調べてみましょう。

太郎：まず、この機械が壊れていない、つまり、0.6 の割合で青色の光を発光するという仮説を立てて考えよう。

花子：有意水準は 5 % にしましょう。

太郎：100 回のうち、青色の光を発光する回数 X の有意水準 5 % の棄却域は、ボタンを押す回数 100 が十分に大きいと考えると ネ と求められるね。

花子：ということは、この仮説は ノ ので、機械は ハ ね。

ネ ～ ハ に当てはまるものとして最も適当なものを、次の解答群から 1 つずつ選べ。

ネ の解答群：

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ㉔ $40 \leq X \leq 80$ | ㉕ $45 \leq X \leq 75$ | ㉖ $50 \leq X \leq 70$ |
| ㉗ $55 \leq X \leq 65$ | ㉘ $X \leq 40, 80 \leq X$ | ㉙ $X \leq 45, 75 \leq X$ |
| ㉚ $X \leq 50, 70 \leq X$ | ㉛ $X \leq 55, 65 \leq X$ | |

ノ の解答群：

- | | |
|---------|----------|
| ㉜ 棄却できる | ㉝ 棄却できない |
|---------|----------|

ハ の解答群：

- | | |
|---------------|-----------------|
| ㉞ 壊れていると判断できる | ㉟ 壊れているとは判断できない |
|---------------|-----------------|

((ネ)4点, (ノ), (ハ)各3点)

6 1 統計的な推測 (4)

数学B

／ 5

(2) 機械 B のボタンを繰り返し 1000 回押したところ、青色の光が発光された回数は 540 回であった。このとき、ボタンを押す回数 1000 は十分に大きいと考えて、この機械 B が壊れているかどうかを、(1) と同様に有意水準 5 % で仮説検定の考え方をを用いて調べると、その結果によりこの機械 B は ヒ 。

ヒ に当てはまるものとして適当なものを、次の ①, ② のうちから 1 つ選べ。(ヒ) 5 点

① 壊れていると判断できる

② 壊れているとは判断できない

6 2 平面上のベクトル (1)

数学 C

50

★★

37 正三角形 ABC について, 3 点 P, Q, R が次のベクトルで表されるとき, $\triangle PQR$ は次の ①, ②, ③ のうちどれか。最も適切なものを選び。(1)(2)(3) 50 点

① 正三角形

② 二等辺三角形

③ 直角三角形

(1) $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

(2) $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

(3) $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

6 3 平面上のベクトル (2)

数学 C

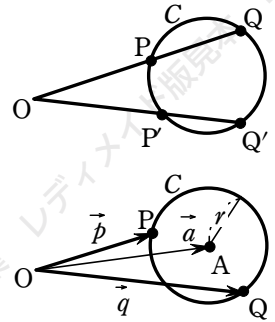
50

★★

38

右の図のように、点 O から任意に 2 本の直線をそれぞれ円 C と 2 点で交わるように引き、その交点をそれぞれ P, Q, P', Q' としたとき、常に $OP \cdot OQ = OP' \cdot OQ'$ が成り立つ。これは方べきの定理とよばれる。この定理をベクトルを用いて証明することを考える。ただし、ここでは簡単のため、点 O は円 C の外部にあり、直線と円が異なる 2 点で交わる場合のみを考えるとする。

円 C の中心を A とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ とおく。また、円 C の円周上の任意の 2 点 P, Q に対し、 $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{q}$ とおく。次の問いに答えよ。



- (1) $|\vec{p}|^2 - 2\vec{p} \cdot \vec{a} = |\vec{q}|^2 - 2\vec{q} \cdot \vec{a}$ が成り立つことを示せ。(20 点)

- (2) $\vec{p}$ と $\vec{q}$ が平行で同じ向きであるとき、すなわちある正の実数 k を用いて $\vec{q} = k\vec{p}$ と表されるとき、

- (1) の等式を用いて $|\vec{p}||\vec{q}|$ を $\vec{p}$ によらない $\vec{a}$ と r のみの式で表せ。(20 点)

- (3) (2) の結果により、方べきの定理が証明できたことを説明せよ。(10 点)

6 4 平面上のベクトル (3)

数学 C

/ 30

★★

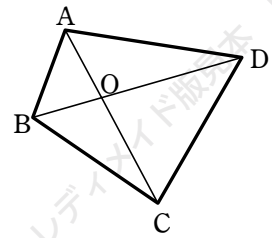
[39] [図 1] のような四角形 ABCD において、対角線の交点を O とし、

点 A, B, C, D の点 O に関する位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ とする。

(1) 点 O に関する位置ベクトルが

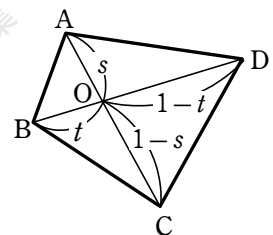
$$\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{4}$$

と表される点 G は、四角形 ABCD の各対辺の中点を結ぶ線分の交点であることを証明せよ。(15 点)



[図 1]

(2) [図 2] のように、点 O は対角線 AC を $s : (1-s)$ に内分し、対角線 BD を $t : (1-t)$ に内分する点であるとする。ただし、 $s \neq \frac{1}{2}$, $t \neq \frac{1}{2}$ である。このとき、 $\vec{c}$, $\vec{d}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。(15 点)



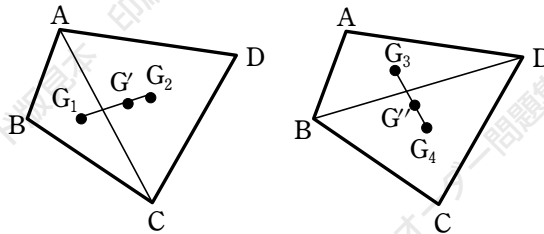
[図 2]

65 平面上のベクトル (4)

数学C

/ 20

- (3) [図 3] のように, 四角形 $ABCD$ を 2 通りの方法で 2 つの三角形に分割する. $\triangle ABC$ の重心を G_1 , $\triangle ADC$ の重心を G_2 とし, 線分 G_1G_2 を $\triangle ADC : \triangle ABC$ に内分する点を G' とする. また, $\triangle ABD$ の重心を G_3 , $\triangle CBD$ の重心を G_4 とし, 線分 G_3G_4 を $\triangle CBD : \triangle ABD$ に内分する点を G'' とする. 点 G' と点 G'' は一致することを証明せよ. (10 点)



[図 3]

- (4) 線分 G_1G_2 と線分 G_3G_4 の交点を G_0 とする. 点 G と点 G_0 は一致するか. (10 点)

6 6 複素数平面 (1)

数学 C

/ 50

★★

40

Aさんは問題を解くときに次のような計算をした。

$$\begin{aligned}
 \left(\sin \frac{5}{6}\pi + i\cos \frac{\pi}{3}\right)^6 &= \sin\left(6 \times \frac{5}{6}\pi\right) + i\cos\left(6 \times \frac{\pi}{3}\right) \\
 &= \sin 5\pi + i\cos 2\pi \\
 &= i
 \end{aligned}$$

しかし、この計算は誤りである。この計算が誤りである理由を述べ、 $\left(\sin \frac{5}{6}\pi + i\cos \frac{\pi}{3}\right)^6$ を正しく計算せよ。

6 7 複素数平面 (2)

数学 C

50

★★

41

次の問いに答えよ。ただし、次の事実は証明なしに用いてもよい。

複素数 z について、 n が自然数のとき $z^n - 1 = (z - 1)(z^{n-1} + \cdots + z + 1)$

- (1) $\alpha = \cos \frac{2}{7}\pi + i \sin \frac{2}{7}\pi$ とする。このとき、 $\alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ であることを証明せよ。(15 点)

- (2) $\cos \frac{2}{7}\pi + \cos \frac{4}{7}\pi + \cos \frac{6}{7}\pi$ の値を求めよ。(15 点)

- (3) 正七角形の対角線は 2 種類ある。半径 1 の円に内接する正七角形について、1 辺の長さを s 、対角線のうち短い方の長さを t 、長い方の長さを u とするとき、 $s^2 + t^2 + u^2$ の値を求めよ。(20 点)

6 8 式と曲線 (1)

数学 C

50

★★
42

放物線に関して、次の性質があることが知られている。

(*) 放物線の焦点から発せられた光は、放物線に当たって反射すると、軸と平行に進む。

この性質 (*) が成り立つ理由について考えよう。

放物線 $y^2 = 4px$ ($p > 0$) 上の第 1 象限にある点 P における接線と x 軸との交点を T 、放物線の焦点を F とするとき

(1) $\angle PTF = \angle TPF$ を示せ。(25 点)

(2) (1) の結果を用いて、性質 (*) が成り立つことを説明せよ。(25 点)

69 式と曲線 (2)

数学C

50

★★

43

地球は太陽を1つの焦点とする楕円上を動くことが知られている。この楕円を C とする。地球が太陽に最も近づくときの距離を1億4700万 km, 太陽から最も離れるときの距離を1億5200万 km とする。

(1) 楕円 C の長軸の長さは何 km か。(15点)

(2) 楕円 C の中心から太陽までの距離 c は何 km か。(15点)

(3) (1) で求めた長軸の長さの半分を a とする。地球が太陽に最も近づくときと太陽から最も離れるときを考えることにより、楕円 C の離心率 e を a, c を用いて表せ。また、 e の値を、小数第4位を四捨五入して小数第3位まで求めよ。(各10点)

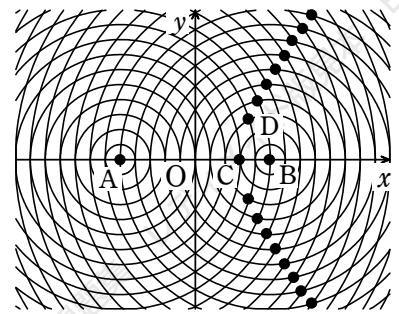
70 式と曲線 (3)

数学C

/ 50

★★

- 44 右の図のように、2点 $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$ それぞれを中心とした円がいくつもある。円の半径は内側から 1, 2, 3, …… である。右の図のように 2 つの円の交点に点を打っていき、中心が点 A で半径が 8 の円と、中心が B で半径が 2 の円との共有点を C , 中心が点 A で半径が 9 の円と、中心が B で半径が 3 の円との交点のうち、 y 座標の値が正である点を D とする。



- (1) これらの点に関して述べている次の文章について、

☐ に適するものを答えよ。ただし、(オ)については、(a) ~ (c) から選べ。

点 A と点 C との距離は $\sqrt{\quad}$, 点 B と点 C との距離は $\sqrt{\quad}$ である。

また、点 A と点 D との距離は $\sqrt{\quad}$, 点 B と点 D との距離は $\sqrt{\quad}$ である。

他の点についても同様に調べることにより、これらの点は $\sqrt{\quad}$ にあることがわかる。(各5点)

- (a) 定点とその定点を通らない定直線からの距離が等しいから、放物線上
 (b) 異なる2定点からの距離の和が一定であるから、楕円上
 (c) 異なる2定点からの距離の差が0でない一定値であるから、双曲線上

- (2) (1)の結果から、これらの点を滑らかに結んでできる曲線の方程式を求めよ。ただし、曲線の定義域は $x > 0$ であるとする。(25点)

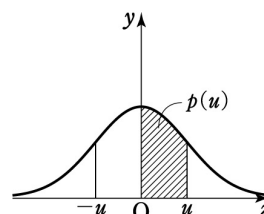
三角比の表

θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
0°	0.0000	1.0000	0.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175
2°	0.0349	0.9994	0.0349
3°	0.0523	0.9986	0.0524
4°	0.0698	0.9976	0.0699
5°	0.0872	0.9962	0.0875
6°	0.1045	0.9945	0.1051
7°	0.1219	0.9925	0.1228
8°	0.1392	0.9903	0.1405
9°	0.1564	0.9877	0.1584
10°	0.1736	0.9848	0.1763
11°	0.1908	0.9816	0.1944
12°	0.2079	0.9781	0.2126
13°	0.2250	0.9744	0.2309
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
17°	0.2924	0.9563	0.3057
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640
21°	0.3584	0.9336	0.3839
22°	0.3746	0.9272	0.4040
23°	0.3907	0.9205	0.4245
24°	0.4067	0.9135	0.4452
25°	0.4226	0.9063	0.4663
26°	0.4384	0.8988	0.4877
27°	0.4540	0.8910	0.5095
28°	0.4695	0.8829	0.5317
29°	0.4848	0.8746	0.5543
30°	0.5000	0.8660	0.5774
31°	0.5150	0.8572	0.6009
32°	0.5299	0.8480	0.6249
33°	0.5446	0.8387	0.6494
34°	0.5592	0.8290	0.6745
35°	0.5736	0.8192	0.7002
36°	0.5878	0.8090	0.7265
37°	0.6018	0.7986	0.7536
38°	0.6157	0.7880	0.7813
39°	0.6293	0.7771	0.8098
40°	0.6428	0.7660	0.8391
41°	0.6561	0.7547	0.8693
42°	0.6691	0.7431	0.9004
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000

θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6820	1.0724
48°	0.7431	0.6691	1.1106
49°	0.7547	0.6561	1.1504
50°	0.7660	0.6428	1.1918
51°	0.7771	0.6293	1.2349
52°	0.7880	0.6157	1.2799
53°	0.7986	0.6018	1.3270
54°	0.8090	0.5878	1.3764
55°	0.8192	0.5736	1.4281
56°	0.8290	0.5592	1.4826
57°	0.8387	0.5446	1.5399
58°	0.8480	0.5299	1.6003
59°	0.8572	0.5150	1.6643
60°	0.8660	0.5000	1.7321
61°	0.8746	0.4848	1.8040
62°	0.8829	0.4695	1.8807
63°	0.8910	0.4540	1.9626
64°	0.8988	0.4384	2.0503
65°	0.9063	0.4226	2.1445
66°	0.9135	0.4067	2.2460
67°	0.9205	0.3907	2.3559
68°	0.9272	0.3746	2.4751
69°	0.9336	0.3584	2.6051
70°	0.9397	0.3420	2.7475
71°	0.9455	0.3256	2.9042
72°	0.9511	0.3090	3.0777
73°	0.9563	0.2924	3.2709
74°	0.9613	0.2756	3.4874
75°	0.9659	0.2588	3.7321
76°	0.9703	0.2419	4.0108
77°	0.9744	0.2250	4.3315
78°	0.9781	0.2079	4.7046
79°	0.9816	0.1908	5.1446
80°	0.9848	0.1736	5.6713
81°	0.9877	0.1564	6.3138
82°	0.9903	0.1392	7.1154
83°	0.9925	0.1219	8.1443
84°	0.9945	0.1045	9.5144
85°	0.9962	0.0872	11.4301
86°	0.9976	0.0698	14.3007
87°	0.9986	0.0523	19.0811
88°	0.9994	0.0349	28.6363
89°	0.9998	0.0175	57.2900
90°	1.0000	0.0000	なし

正規分布表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における
右の図の斜線部分の面積 $p(u)$ の値をまとめた
ものである。



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900