内容見本用 目次

実際の書籍には，これと同内容のものが表紙裏に入ります。

（　月　日）

得　点
／50

1　二項定理　　数学Ⅱ

★
1 《**例題**》 (1) $\left(3x+\dfrac{y}{3}\right)^6$ の展開式における x^2y^4 の係数を求めよ。〔千葉工大〕

(2) $(x-2y+z)^5$ の展開式における x^2y^2z の係数を求めよ。〔東京電機大〕

解答 (1) $\left(3x+\dfrac{y}{3}\right)^6$ の展開式において，x^2y^4 を含む項は

$${}_6\mathrm{C}_4(3x)^{6-4}\left(\frac{y}{3}\right)^4={}_6\mathrm{C}_2(3x)^2\left(\frac{y}{3}\right)^4={}_6\mathrm{C}_2 3^2\cdot\frac{1}{3^4}x^2y^4$$

よって，x^2y^4 の係数は　${}_6\mathrm{C}_2 3^2\cdot\dfrac{1}{3^4}=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\cdot3^2\cdot\dfrac{1}{3^4}=\dfrac{5}{3}$ 答

← $(a+b)^n$ の展開式における一般項は　${}_n\mathrm{C}_r a^{n-r}b^r$

(2) $(x-2y+z)^5$ の展開式において，x^2y^2z を含む項は

$$\frac{5!}{2!\,2!\,1!}x^2(-2y)^2z=\frac{5!}{2!\,2!\,1!}\cdot(-2)^2x^2y^2z$$

よって，x^2y^2z の係数は

$$\frac{5!}{2!\,2!\,1!}\cdot(-2)^2=\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot2\cdot1\cdot1}\cdot4=120$$ 答

← $(a+b+c)^n$ の展開式における一般項は
$$\frac{n!}{p!\,q!\,r!}a^pb^qc^r$$
ただし　$p+q+r=n$

類 題 (1) $\left(\dfrac{1}{2}x-2y\right)^8$ の展開式における x^5y^3 の係数を求めよ。(25 点)〔金沢工大〕

(2) $(x+2y-3z)^6$ の展開式における x^3y^2z の係数を求めよ。(25 点)〔京都産大〕

（　月　日）

得　点
／50

2　多項式の割り算，恒等式　　数学Ⅱ

★
2 《**例題**》x の多項式 x^3+px^2+x+q が $(x-1)^2$ で割り切れるならば，$p=$ ア☐，$q=$ イ☐ である。

〔昭和薬大〕

解答　右の割り算から，x^3+px^2+x+q を $(x-1)^2$ すなわち x^2-2x+1 で割ったときの余りは

$$(2p+4)x-p+q-2$$

$$\begin{array}{r|l} & x+(p+2) \\ \hline x^2-2x+1 & x^3+px^2+x+q \\ & x^3-2x^2+x \\ \hline & (p+2)x^2+q \\ & (p+2)x^2-(2p+4)x+p+2 \\ \hline & (2p+4)x-p+q-2 \end{array}$$

余りは 0 であるから，恒等式

$(2p+4)x-p+q-2=0$ が成り立つ。

よって　$2p+4=0$，$-p+q-2=0$

これを解いて　$p=$ ア -2，$q=$ イ 0　答

別解　x^3+px^2+x+q が $(x-1)^2$ で割り切れるとき，商は $x+c$ とおけて，次の等式が成り立つ。

$$x^3+px^2+x+q=(x-1)^2(x+c)$$

右辺を展開して整理すると　$x^3+px^2+x+q=x^3+(c-2)x^2+(-2c+1)x+c$

これは x についての恒等式であるから，両辺の係数を比較して

$$p=c-2 \cdots\cdots ①,\quad 1=-2c+1 \cdots\cdots ②,\quad q=c \cdots\cdots ③$$

② から　$c=0$　　これを ①，③ に代入して　$p=$ ア -2，$q=$ イ 0　答

類題　x^3-2x^2+ax+b が $(x-3)^2$ で割り切れるとき，定数 a，b の値を求めよ。　〔札幌大〕

得　点
／50

3　分数式の計算　　数学Ⅱ

★
3 《例題》 $\dfrac{ab}{(a-c)(c-b)}+\dfrac{ac}{(b-a)(c-b)}+\dfrac{bc}{(a-b)(c-a)}$ を簡単にせよ。 ［近畿大］

解答 $(\text{与式})=\dfrac{ab(a-b)+ac(c-a)+bc(b-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$

ここで　$(\text{分子})=a^2b-ab^2+ac^2-a^2c+b^2c-bc^2$

$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+(b^2c-bc^2)$　　← a について整理

$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$

$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$=(b-c)(a-b)(a-c)=-(a-b)(b-c)(c-a)$　　← 式を整理

よって　$(\text{与式})=-\dfrac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)}=-1$　答

類題　（ア）　$a^3b-ab^3+b^3c-bc^3+c^3a-ca^3$ を因数分解すると $(a-b)(a-c)(b-c)\times\boxed{}$ となる。(25 点)

（イ）　$\dfrac{a^3}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^3}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^3}{(c-a)(c-b)}$ を計算せよ。(25 点)　［横浜市大］

（　月　日）

得点
／50

4　2次方程式の解と係数の関係　数学Ⅱ

★

4 《例題》　2次方程式 $x^2-3x+7=0$ の2つの解を α, β とするとき，$(\alpha-\beta)^2$, $\dfrac{1}{\alpha-2}+\dfrac{1}{\beta-2}$ の値を求めよ。　〔北海道薬大〕

解答　解と係数の関係から　$\alpha+\beta=-\dfrac{-3}{1}=3$,　$\alpha\beta=\dfrac{7}{1}=7$

よって　$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=3^2-4\cdot7=-19$　答

$$\frac{1}{\alpha-2}+\frac{1}{\beta-2}=\frac{\beta-2+\alpha-2}{(\alpha-2)(\beta-2)}=\frac{\alpha+\beta-4}{\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+4}=\frac{3-4}{7-2\cdot3+4}=-\frac{1}{5}$$　答

参考　よく使われる変形の例

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$,　$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$ など

類題　2次方程式 $x^2+4x-1=0$ の2つの解を α, β とするとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$\alpha^2+\beta^2$　(10点)

(2)　$\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$　(10点)

(3)　$\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$　(15点)

(4)　$\alpha^3+\beta^3$　(15点)　〔武蔵野大〕

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

(月 日) | 得 点 | $\diagup 50$

5 剰余の定理と因数定理 数学Ⅱ

★ **5** 《**例題**》(1) x^3-x^2-4x+6 を $2x-1$ で割ったときの余りを求めよ。

(2) x^3+ax+b を $x-1$ で割れば余りが 12 となり，$x+1$ で割れば余りが -4 となるとき，定数 a，b の値を求めよ。 〔(2) 摂南大〕

解答 (1) $P(x)=x^3-x^2-4x+6$ とすると，求める余りは

$$P\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3-\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)+6=\frac{31}{8}$$ 答

(2) $P(x)=x^3+ax+b$ とする。

$P(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りが 12 となるための条件は

$P(1)=12$ すなわち $1^3+a\cdot1+b=12$

よって $a+b=11$ ……①

$P(x)$ を $x+1$ で割ったときの余りが -4 となるための条件は

$P(-1)=-4$ すなわち $(-1)^3+a\cdot(-1)+b=-4$

よって $-a+b=-3$ ……②

①，② を解いて $a=7$，$b=4$ 答

類題 (1) x^3-3x^2+5x+2 を $3x+1$ で割ったときの余りを求めよ。(15 点)

(2) $x^3+ax^2-2bx+4$ を $x+2$ で割ると 12 余り，$x-1$ で割ると 3 余る。このとき，定数 a，b の値を求めよ。(35 点) 〔(2) 山梨学院大〕

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

6　高次方程式　　数学Ⅱ

★
6　《**例題**》次の方程式を解け。

(1)　$x^4+2x^2-3=0$　　　(2)　$x^3+x+2=0$　　〔(2) 福井工大〕

解答　(1)　$x^4+2x^2-3=0$ から　$(x^2-1)(x^2+3)=0$

← $x^2=t$ とおくと
$t^2+2t-3=(t-1)(t+3)$

よって　$x^2-1=0$　または　$x^2+3=0$

したがって　$x=\pm 1,\ \pm\sqrt{3}\,i$　答

(2)　$P(x)=x^3+x+2$ とすると

$$P(-1)=(-1)^3+(-1)+2=0$$

よって，$P(x)$ は $x+1$ を因数にもつ。

右の割り算により　$P(x)=(x+1)(x^2-x+2)$

ゆえに，方程式は　$(x+1)(x^2-x+2)=0$

よって　$x+1=0$　または　$x^2-x+2=0$

$x+1=0$ から　$x=-1$

$x^2-x+2=0$ から

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot 2}}{2\cdot 1}=\frac{1\pm\sqrt{7}\,i}{2}$$

したがって　$x=-1,\ \dfrac{1\pm\sqrt{7}\,i}{2}$　答

$$\begin{array}{r|l} & x^2-x+2 \\ \hline x+1 & x^3\qquad\ +x+2 \\ & x^3+x^2 \\ \hline & -x^2+x \\ & -x^2-x \\ \hline & 2x+2 \\ & 2x+2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

類 **題**　次の方程式を解け。

(1)　$x^4+x^2-6=0$　(20 点)　〔国士舘大〕　　(2)　$x^3-x-6=0$　(30 点)　〔甲南大〕

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

7　2直線の平行・垂直　数学Ⅱ

★

7 《例題》2 直線 $3x+4y+5=0$，$ax+(1-a)y+2a=0$ が平行になるときの定数 a の値を求めよ。また，この 2 直線が垂直になるときの定数 a の値を求めよ。〔類 駒澤大〕

解答 $3x+4y+5=0$ ……①，　$ax+(1-a)y+2a=0$ ……②　とする。

$1-a=0$ すなわち $a=1$ のとき，② は $x=-2$ となり，2 直線 ①，② は平行でも垂直でもないから　$a \neq 1$

よって，直線 ① の傾きは $-\dfrac{3}{4}$，　直線 ② の傾きは $\dfrac{a}{a-1}$

2 直線 ①，② が平行であるための条件は

$-\dfrac{3}{4}=\dfrac{a}{a-1}$　これを解いて　$a=\dfrac{3}{7}$　答　← 平行 $\Longleftrightarrow$ 傾きが一致

2 直線 ①，② が垂直であるための条件は

$-\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{a}{a-1}=-1$　これを解いて　$a=4$　答　← 垂直 $\Longleftrightarrow$ 傾きの積が -1

別解 (2 直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$，$a_2x+b_2y+c_2=0$ の平行・垂直条件

平行 $\Longleftrightarrow$ $a_1b_2-a_2b_1=0$　　垂直 $\Longleftrightarrow$ $a_1a_2+b_1b_2=0$

を利用する。)　一致も平行に含めている。

2 直線が平行であるための条件は　$3\cdot(1-a)-4\cdot a=0$　よって　$a=\dfrac{3}{7}$　答

2 直線が垂直であるための条件は　$3\cdot a+4\cdot(1-a)=0$　よって　$a=4$　答

類題　直線 $(a-1)x-4y+2=0$ と直線 $x+(a-5)y+3=0$ は，$a=$ ア［　］のとき平行となり，$a=$ イ［　］のとき垂直に交わる。〔類 名城大〕

（　月　日）

得　点
／50

8　円の接線　　数学Ⅱ

★
8 《**例題**》(1)　円 $x^2+y^2=5$ 上の点 $(1,\ 2)$ における接線の方程式を求めよ。〔麗澤大〕

(2)　点 $(6,\ 2)$ から円 $x^2+y^2=4$ に引いた接線の方程式を求めよ。〔神奈川大〕

解答　(1)　求める接線の方程式は　$1\cdot x+2y=5$　すなわち　$x+2y=5$　答

(2)　接点を $\mathrm{P}(a,\ b)$ とすると，P は円上にあるから　$a^2+b^2=4$　……①

また，点 P における接線の方程式は　$ax+by=4$

この直線が点 $(6,\ 2)$ を通るから　$6a+2b=4$

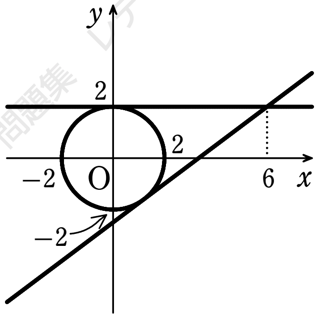
よって　$b=-3a+2$　……②

② を ① に代入すると　$a^2+(-3a+2)^2=4$

整理すると　$5a^2-6a=0$

すなわち　$a(5a-6)=0$　ゆえに　$a=0$，$a=\dfrac{6}{5}$

② から　$a=0$ のとき $b=2$，　$a=\dfrac{6}{5}$ のとき $b=-\dfrac{8}{5}$



したがって，求める接線の方程式は　$0\cdot x+2y=4$，$\dfrac{6}{5}x-\dfrac{8}{5}y=4$

すなわち　$y=2$，$3x-4y=10$　答

類題 (1)　円 $x^2+y^2=4$ 上の点 $(\sqrt{3},\ 1)$ における接線の方程式を求めよ。(10 点)　〔類 明治学院大〕

(2)　点 $(15,\ 5)$ から円 $x^2+y^2=25$ に引いた接線の方程式を求めよ。(40 点)　〔類 神奈川工科大〕

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

9　軌　跡　　数学Ⅱ

★ **9** 《例題》 2 点 A(0, 2), B(0, −3) からの距離の比が 2 : 3 である点 P の軌跡を求めよ。 〔高崎経大〕

解答 点 P の座標を $(x,\ y)$ とする。

AP : BP＝2 : 3 より，3AP＝2BP であるから　　$9\mathrm{AP}^2=4\mathrm{BP}^2$

$\mathrm{AP}^2=x^2+(y-2)^2$,　$\mathrm{BP}^2=x^2+(y+3)^2$

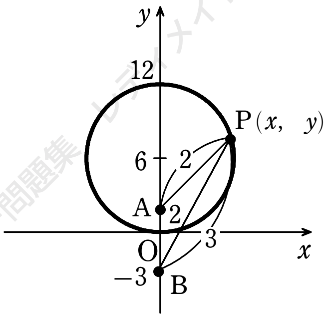
を代入して　$9\{x^2+(y-2)^2\}=4\{x^2+(y+3)^2\}$

よって　$9x^2+9y^2-36y+36=4x^2+4y^2+24y+36$

整理して　$x^2+y^2-12y=0$

変形すると　$x^2+(y^2-12y+36)-36=0$

したがって　$x^2+(y-6)^2=6^2$　…… ①



よって，点 P は円 ① 上にある。

逆に，円 ① 上のすべての点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ は，条件を満たす。

したがって，求める軌跡は，点 (0, 6) を中心とする半径 6 の円である。 答

類題 2 点 $\mathrm{A}(-2\sqrt{3},\ -2)$, $\mathrm{B}(\sqrt{3},\ 1)$ からの距離の比が 2 : 1 である点 P の軌跡を求めよ。

〔倉敷芸科大〕

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

１０　領　域　　数学Ⅱ

★
10 《例題》2つの不等式 $2x+y\geqq 1$，$x^2+y^2\leqq 4$ を同時に満たす領域を図示せよ。〔類 龍谷大〕

解答 $2x+y\geqq 1$ を変形すると　$y\geqq -2x+1$

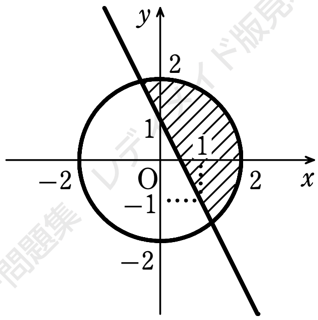
この不等式の表す領域は

直線 $y=-2x+1$ およびその上側

また，$x^2+y^2\leqq 4$ の表す領域は

円 $x^2+y^2=4$ およびその内部

求める領域は，これらの共通部分であるから，右の図の斜線部分のようになる。ただし，境界線を含む。答



類題　次の不等式の表す領域を求めよ。(25点×2)

(1) $\begin{cases} 3x+y+4\leqq 0 \\ x^2+y^2+2x\leqq 3 \end{cases}$

(2) $9<x^2+y^2<25$

（　月　日）

得　点
／50

１１　三角関数を含む方程式・不等式　　数学Ⅱ

★
11 《例題》$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $2\cos^2\theta - \sqrt{3}\cos\theta - 3 = 0$　　(2) $\sin 2\theta = \cos\theta$

(3) $\cos 2\theta \leqq -\sin\theta$

解答 (1) 左辺を因数分解して　$(\cos\theta - \sqrt{3})(2\cos\theta + \sqrt{3}) = 0$

$\cos\theta - \sqrt{3} \neq 0$ であるから　$2\cos\theta + \sqrt{3} = 0$　すなわち　$\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

これを解いて　$\theta = \dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{7}{6}\pi$　答

(2) $\sin 2\theta = \cos\theta$ から　$\sin 2\theta - \cos\theta = 0$

左辺を変形すると　$2\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0$　よって　$\cos\theta(2\sin\theta - 1) = 0$

ゆえに　$\cos\theta = 0$ または $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$　これを解いて　$\theta = \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{3}{2}\pi$　答

(3) $\cos 2\theta \leqq -\sin\theta$ から　$\cos 2\theta + \sin\theta \leqq 0$

左辺を変形すると　$(1 - 2\sin^2\theta) + \sin\theta \leqq 0$

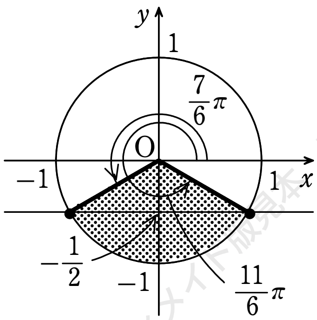
すなわち　$2\sin^2\theta - \sin\theta - 1 \geqq 0$

よって　$(\sin\theta - 1)(2\sin\theta + 1) \geqq 0$

$\sin\theta - 1 \leqq 0$ であるから　$2\sin\theta + 1 \leqq 0$

すなわち　$\sin\theta \leqq -\dfrac{1}{2}$

これを解いて　$\dfrac{7}{6}\pi \leqq \theta \leqq \dfrac{11}{6}\pi$　答



類題　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$　(15点)　　(2) $\sin 2\theta = -\sqrt{3}\sin\theta$　(15点)

(3) $\cos 2\theta > \cos\theta$　(20点)

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

１２　加法定理　数学Ⅱ

★
12 《例題》 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$ とする。$\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$，$\cos\beta=\dfrac{5}{6}$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$\sin(\alpha-\beta)$　　(2)　$\cos(\alpha+\beta)$　　〔類 南九州大〕

解答　$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$ であるから　$\sin\alpha>0$，$\sin\beta>0$

よって　$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　← $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\sqrt{1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{11}}{6}$　　← $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$

(1)　$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{11}}{6}=\dfrac{10\sqrt{2}-\sqrt{11}}{18}$　答

(2)　$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{5}{6}-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{11}}{6}=\dfrac{5-2\sqrt{22}}{18}$　答

類題　$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\pi<\beta<\dfrac{3}{2}\pi$ とする。$\sin\alpha=\dfrac{1}{3}$，$\cos\beta=-\dfrac{2}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$\sin(\alpha+\beta)$　(25 点)　　(2)　$\cos(\alpha-\beta)$　(25 点)　　〔類 青山学院大〕

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

（　月　日）

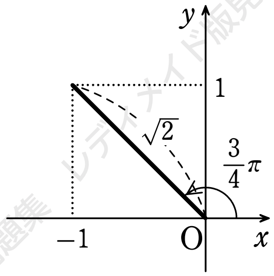
得　点
／50

13　三角関数の最大・最小　　数学Ⅱ

★
13 《例題》$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y = -\sin\theta + \cos\theta$ の最大値と最小値を求めよ。

解答　$-\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{3}{4}\pi\right)$ であるから

$$y = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{3}{4}\pi\right)$$



$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\frac{3}{4}\pi \leqq \theta + \frac{3}{4}\pi < \frac{11}{4}\pi$ であり

$$-1 \leqq \sin\left(\theta + \frac{3}{4}\pi\right) \leqq 1$$

よって　$-\sqrt{2} \leqq y \leqq \sqrt{2}$

また，$\sin\left(\theta + \frac{3}{4}\pi\right) = 1$ のとき，$\theta + \frac{3}{4}\pi = \frac{5}{2}\pi$ から　$\theta = \frac{7}{4}\pi$

$\sin\left(\theta + \frac{3}{4}\pi\right) = -1$ のとき，$\theta + \frac{3}{4}\pi = \frac{3}{2}\pi$ から　$\theta = \frac{3}{4}\pi$

したがって　$\theta = \frac{7}{4}\pi$ で最大値 $\sqrt{2}$，$\theta = \frac{3}{4}\pi$ で最小値 $-\sqrt{2}$　答

類題　$0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，関数 $y = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ の最大値と最小値を求めよ。〔神奈川大〕

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

１４　指数・対数の計算　数学Ⅱ

★
14 《**例題**》次の式を簡単にせよ。

(1) $\sqrt{5}\times\sqrt[4]{5}\div\sqrt[3]{5^2}$　　(2) $9^{\frac{1}{6}}\div27^{\frac{2}{9}}\times3$

(3) $\log_3 18+2\log_3 2-\log_3 8$ 〔東京電機大〕　　(4) $(\log_3 2)(\log_8 9)$ 〔明星大〕

解答 (1) $\sqrt{5}\times\sqrt[4]{5}\div\sqrt[3]{5^2}=5^{\frac{1}{2}}\times5^{\frac{1}{4}}\div5^{\frac{2}{3}}=5^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{2}{3}}=5^{\frac{1}{12}}=\sqrt[12]{5}$ 答

(2) $9^{\frac{1}{6}}\div27^{\frac{2}{9}}\times3=(3^2)^{\frac{1}{6}}\div(3^3)^{\frac{2}{9}}\times3=3^{\frac{1}{3}}\div3^{\frac{2}{3}}\times3=3^{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}+1}=3^{\frac{2}{3}}$ 答

(3) $\log_3 18+2\log_3 2-\log_3 8=\log_3 18+\log_3 2^2-\log_3 8$　← $k\log_a M=\log_a M^k$

$=\log_3\frac{18\cdot2^2}{8}=\log_3 9=\log_3 3^2=2$ 答

(4) $(\log_3 2)(\log_8 9)=\log_3 2\cdot\frac{\log_3 9}{\log_3 8}=\log_3 2\cdot\frac{\log_3 3^2}{\log_3 2^3}$　← 底を 3 にそろえる。

$=\log_3 2\cdot\frac{2}{3\log_3 2}=\frac{2}{3}$ 答

類 **題** 次の式を簡単にせよ。((1)(2) 各 10 点　(3)(4) 各 15 点)

(1) $\sqrt[3]{2}\times2^2\div\sqrt{2^3}$ 〔駿河台大〕　　(2) $8^{\frac{5}{4}}\div16^{\frac{3}{2}}\times2^{\frac{5}{2}}$ 〔福井工大〕

(3) $\log_3 54+\log_3 6-2\log_3 2$ 〔武蔵大〕　　(4) $(\log_2 3)(\log_{81} 32)$ 〔城西大〕

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

１５　指数・対数の方程式・不等式　数学Ⅱ

★
15 《**例題**》次の方程式，不等式を解け。

(1) $8^{-x-2}=4^{x-2}$ 〔神奈川大〕　(2) $5^{x+2}>\dfrac{1}{125}$ 〔福井工大〕

(3) $\log_2 x+\log_2(x-2)=3$ 〔湘南工科大〕　(4) $-1\leqq\log_{\frac{1}{3}}x$ 〔青山学院大〕

解答 (1) 方程式を変形すると　$(2^3)^{-x-2}=(2^2)^{x-2}$　よって　$2^{-3x-6}=2^{2x-4}$

したがって　$-3x-6=2x-4$　これを解いて　$x=-\dfrac{2}{5}$ 答

(2) 不等式を変形すると　$5^{x+2}>5^{-3}$

底 5 は 1 より大きいから　$x+2>-3$　これを解いて　$x>-5$ 答

(3) 真数は正であるから　$x>0$，$x-2>0$　すなわち　$x>2$ ……①

方程式を変形すると　$\log_2 x(x-2)=3$　よって　$x(x-2)=2^3$

整理して　$x^2-2x-8=0$　すなわち　$(x+2)(x-4)=0$

① から，解は　$x=4$ 答

(4) 真数は正であるから　$x>0$ ……①

$-1=\log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}=\log_{\frac{1}{3}}3$ であるから，$-1\leqq\log_{\frac{1}{3}}x$ より　$\log_{\frac{1}{3}}3\leqq\log_{\frac{1}{3}}x$

底 $\dfrac{1}{3}$ は 1 より小さいから　$x\leqq3$ ……②　①，② から，解は　$0<x\leqq3$ 答

類 **題**　次の方程式，不等式を解け。（(1)(2) 各 10 点　(3)(4) 各 15 点）

(1) $\left(\dfrac{1}{8}\right)^x=16^{x+1}$ 〔成蹊大〕　(2) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}>\dfrac{1}{16}$ 〔城西大〕

(3) $\log_3(x-2)+\log_3(2x-7)=2$ 〔同志社大〕　(4) $\log_2(x+2)<2$ 〔熊本学園大〕

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

１６　指数・対数関数の最大・最小　数学Ⅱ

★
16 《例題》(1)　関数 $y=4^{x+1}-2^{x+1}-6$ の最小値を求めよ。　〔類 北里大〕

(2)　関数 $y=\log_2 x+\log_2(1-x)+2$ について，次の問いに答えよ。　〔類 神奈川大〕

（ア）　定義域を求めよ。　（イ）　y の最大値を求めよ。

解答 (1)　$2^x=t$ とおくと　$t>0$

関数 y は　$y=4t^2-2t-6=4\left(t-\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{25}{4}$

よって，y は $t=\dfrac{1}{4}$ すなわち $x=-2$ で最小値 $-\dfrac{25}{4}$ をとる。 答

(2)　（ア）　真数は正であるから　$x>0$，$1-x>0$

よって，定義域は　$0<x<1$

（イ）　$y=\log_2 x+\log_2(1-x)+\log_2 4=\log_2 4x(1-x)$

$=\log_2\left\{-4\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+1\right\}$

$0<x<1$ であるから，y は $x=\dfrac{1}{2}$ で最大値 $\log_2 1=0$ をとる。 答

類題 (1)　関数 $y=3^{2x-1}-2\cdot 3^{x+1}$ $(0\leqq x\leqq 3)$ の最大値，最小値を求めよ。(25 点)　〔類 大阪産大〕

(2)　関数 $y=\log_2(x+7)+\log_2(1-x)$ について，次の問いに答えよ。

（ア）　定義域を求めよ。(10 点)　（イ）　y の最大値を求めよ。(15 点)　〔類 足利工大〕

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

(月 日) | 得 点

17 接線の方程式 数学Ⅱ

/50

★ **17** 《**例題**》次の関数のグラフ上の点 A における接線の方程式を求めよ。

(1) $y=3x^2-5x+1$，A(2，3)　　(2) $y=x^3-2x^2+x+5$，A$(-1,\ 1)$

解答 (1) $f(x)=3x^2-5x+1$ とする。

接線の傾きは　$f'(2)$

$f'(x)=6x-5$ であるから　$f'(2)=6\cdot2-5=7$

接線は，点 A(2，3) を通り傾きが 7 の直線である。

よって，その方程式は　$y-3=7(x-2)$　すなわち　$y=7x-11$ 答

(2) $f(x)=x^3-2x^2+x+5$ とする。

接線の傾きは　$f'(-1)$

$f'(x)=3x^2-4x+1$ であるから　$f'(-1)=3\cdot(-1)^2-4\cdot(-1)+1=8$

接線は，点 A$(-1,\ 1)$ を通り傾きが 8 の直線である。

よって，その方程式は　$y-1=8\{x-(-1)\}$　すなわち　$y=8x+9$ 答

類 題　次の関数のグラフ上の点 A における接線の方程式を求めよ。((1) 20 点 (2) 30 点)

(1) $y=-2x^2+4x+3$，A$(3,\ -3)$　　(2) $y=3x^3+5x^2-x+7$，A$(-2,\ 5)$

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

（　月　日）

得点
／50

１８　関数の増減とグラフ　数学Ⅱ

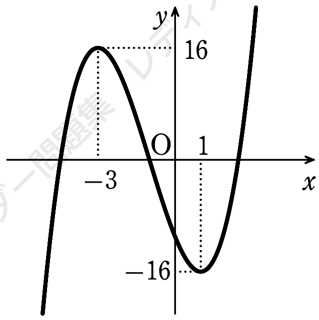
★
18 《例題》関数 $y=x^3+3x^2-9x-11$ の極値を求め，そのグラフをかけ。

解答　$y'=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$

$y'=0$ とすると　$x=-3,\ 1$

y の増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	極大 16	$\searrow$	極小 -16	$\nearrow$



よって，y は $x=-3$ で極大値 16,

$x=1$ で極小値 -16　をとる。

また，グラフは右の図のようになる。　答

類題　関数 $y=2x^3-3x^2-12x$ の極値を求め，そのグラフをかけ。　[類 東京水産大]

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

１９　関数の最大・最小　　数学Ⅱ

★
19 《例題》関数 $y=2x^3-9x^2+12x+3$ $(0\leqq x\leqq 3)$ の最大値，最小値を求めよ。〔類 慶応大〕

解答 $y'=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$

$y'=0$ とすると　$x=1,\ 2$

$0\leqq x\leqq 3$ における y の増減表は次のようになる。

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	3	↗	8	↘	7	↗	12

← 最大値は極大値 8 と端の値 12 を比較，最小値は極小値 7 と端の値 3 を比較して決定。

よって，$x=3$ で最大値 12，$x=0$ で最小値 3 をとる。 答

類 題　次の関数の最大値，最小値を求めよ。((1) 20 点 (2) 30 点)

(1) $y=x^3-9x^2+15x$ $(0\leqq x\leqq 3)$　〔類 京都産大〕

(2) $y=2x^3-15x^2+36x$ $(1\leqq x\leqq 4)$　〔類 大阪産大〕

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

２０　定積分の計算　数学Ⅱ

★
20 《**例題**》次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_0^1 (3x^2+5x+2)\,dx$　〔中央大〕　　(2) $\displaystyle\int_0^4 |x^2+2x-8|\,dx$　〔駒澤大〕

解答 (1) $\displaystyle\int_0^1 (3x^2+5x+2)\,dx=\left[x^3+\frac{5}{2}x^2+2x\right]_0^1=\left(1^3+\frac{5}{2}\cdot1^2+2\cdot1\right)-0=\frac{11}{2}$ 答

(2) $x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$

$0\leqq x\leqq 2$ のとき

$|x^2+2x-8|=-(x^2+2x-8)=-x^2-2x+8$

← 場合分けして絶対値記号をはずす。

$2\leqq x\leqq 4$ のとき　$|x^2+2x-8|=x^2+2x-8$

よって　$\displaystyle\int_0^4 |x^2+2x-8|\,dx=\int_0^2 (-x^2-2x+8)\,dx+\int_2^4 (x^2+2x-8)\,dx$

$\displaystyle=\left[-\frac{x^3}{3}-x^2+8x\right]_0^2+\left[\frac{x^3}{3}+x^2-8x\right]_2^4=24$ 答

類 **題**　次の定積分を求めよ。(⑴ 20 点　⑵ 30 点)

(1) $\displaystyle\int_{-2}^3 (x^2-3x-2)\,dx$　〔青山学院大〕　　(2) $\displaystyle\int_{-2}^5 |x^2-9|\,dx$　〔立教大〕

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

２１　面　積　　数学Ⅱ

★
21 《**例題**》(1)　放物線 $y=-x^2+4x-3$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。〔獨協大〕

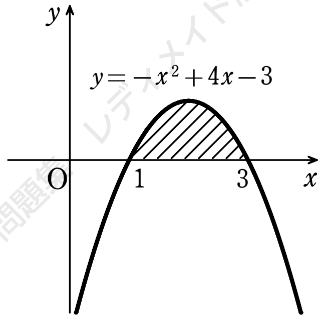
(2)　2 つの放物線 $y=x^2+4x+1$ と $y=-x^2+2x+5$ で囲まれた部分の面積を求めよ。〔文京学院大〕

解答　(1)　この放物線と x 軸の交点の x 座標は，$-x^2+4x-3=0$

を解いて　$x=1,\ 3$

$1\leqq x\leqq 3$ では $y\geqq 0$ であるから，求める面積 S は

$$S=\int_1^3(-x^2+4x-3)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+2x^2-3x\right]_1^3=\frac{4}{3}$$ 答



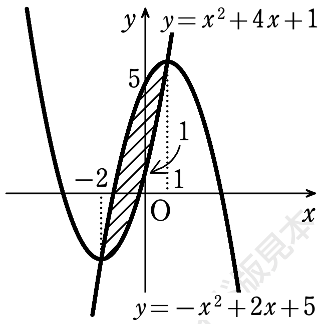
(2)　方程式 $x^2+4x+1=-x^2+2x+5$ を解くと　$x=-2,\ 1$

よって，求める面積 S は，図から

$$S=\int_{-2}^1\{(-x^2+2x+5)-(x^2+4x+1)\}dx$$

$$=\int_{-2}^1(-2x^2-2x+4)dx=-2\int_{-2}^1(x^2+x-2)dx$$

$$=-2\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{-2}^1=9$$ 答



参考　$\displaystyle\int_\alpha^\beta(x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$ を利用すると，例えば

(1) は $\displaystyle S=-\int_1^3(x-1)(x-3)dx=-\left\{-\frac{1}{6}(3-1)^3\right\}=\frac{4}{3}$ と

計算できる。

類題　(1)　放物線 $y=x^2-x-2$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。(20 点)　〔昭和女子大〕

(2)　2 つの放物線 $y=-x^2+2x$ と $y=x^2-4$ で囲まれた部分の面積を求めよ。(30 点)　〔南九州大〕

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

２２　等差数列　数学Ｂ

★
22 《例題》第 5 項が 71 で，第 11 項が 47 である等差数列 $\{a_n\}$ がある。

(1)　一般項を求めよ。　(2)　59 は第何項か。

(3)　初めて負になるのは第何項か。　(4)　初項から第 12 項までの和を求めよ。

解答　(1)　初項を a，公差を d とおくと　$a_n=a+(n-1)d$

第 5 項が 71，第 11 項が 47 であるから　$71=a+(5-1)d$，$47=a+(11-1)d$

すなわち　$a+4d=71$，　$a+10d=47$

これを解くと　$a=87$，$d=-4$

よって，一般項は　$a_n=87+(n-1)\cdot(-4)=-4n+91$　答

(2)　$a_n=59$ から　$-4n+91=59$　これを解くと　$n=8$

よって，59 は第 8 項である。　答

(3)　$a_n<0$ から　$-4n+91<0$　これを解くと　$n>22.75$

よって，初めて負になるのは，第 23 項である。　答

(4)　初項から第 12 項までの和は　$\dfrac{12}{2}\{2\cdot87+(12-1)\cdot(-4)\}=780$　答

類題　第 4 項が 4 で，第 8 項が 16 である等差数列 $\{a_n\}$ がある。((1) 20 点　(2)(3)(4) 各 10 点)

(1)　一般項を求めよ。　(2)　55 は第何項か。

(3)　初めて 100 より大きくなるのは第何項か。　(4)　初項から第 8 項までの和を求めよ。

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

得　点
／50

２３　等比数列　数学B

★
23 《**例題**》第 5 項が 48 で，第 7 項が 192 である等比数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) 初項 a と公比 r を求めよ。

(2) $\{a_n\}$ の公比が正のとき，初項から第 6 項までの和を求めよ。

解答 (1) 第 5 項が 48，第 7 項が 192 であるから　$ar^{5-1}=48$，　$ar^{7-1}=192$

すなわち　$ar^4=48$　……①，　$ar^6=192$　……②

① を ② に代入すると　$48r^2=192$

よって　$r^2=4$　　したがって　$r=\pm 2$

これと ① から　$a\cdot 16=48$　　よって　$a=3$

以上から　$a=3$，$r=2$　または　$a=3$，$r=-2$　答

(2) 初項 3，公比 2 の等比数列の初項から第 6 項までの和であるから

$$\frac{3(2^6-1)}{2-1}=3(64-1)=189$$ 答

類 **題** 第 2 項が $-\frac{1}{6}$ で，第 4 項が $-\frac{1}{54}$ である等比数列 $\{a_n\}$ がある。　〔類 札幌大〕

(1) 初項 a と公比 r を求めよ。(35 点)

(2) $\{a_n\}$ の公比が負のとき，初項から第 5 項までの和を求めよ。(15 点)

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

２４　階差数列　　数学Ｂ

★
24 《例題》数列 $\{a_n\}$: 2, 3, 8, 17, 30, …… の階差数列を $\{b_n\}$ とする。

(1) 階差数列の一般項 b_n を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。　〔類 大阪樟蔭女子大〕

解答 (1) 階差数列 $\{b_n\}$ は　1, 5, 9, 13, ……

これは初項 1, 公差 4 の等差数列であるから　$b_n=1+(n-1)\cdot 4=4n-3$ 答

(2) $n\geqq 2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k=2+\sum_{k=1}^{n-1}(4k-3)=2+4\sum_{k=1}^{n-1}k-\sum_{k=1}^{n-1}3$$
$$=2+4\cdot\frac{1}{2}(n-1)n-(n-1)\cdot 3$$

よって　$a_n=2n^2-5n+5$ ……①

初項は $a_1=2$ であるから, ① は $n=1$ のときにも成り立つ。

したがって, 一般項は　$a_n=2n^2-5n+5$ 答

類題 数列 5, 1, 0, 2, 7, 15, 26, 40, …… の一般項を a_n とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とする。数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。(15 点)

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(35 点)　〔広島修道大〕

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

２５　数列の和と一般項　数学Ｂ

★
25 《**例題**》初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=4n^2-5n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

解答　$n=1$ のとき　$a_1=S_1=4\cdot1^2-5\cdot1=-1$　……①

$n\geqq2$ のとき　$a_n=S_n-S_{n-1}=(4n^2-5n)-\{4(n-1)^2-5(n-1)\}$

$=(4n^2-5n)-(4n^2-13n+9)$

よって　$a_n=8n-9$　……②

② で $n=1$ とすると，① に一致するから，② は $n=1$ のときにも成り立つ。

したがって，一般項は　$a_n=8n-9$　答

類題　初項から第 n 項までの和 S_n が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(25 点×2)

(1)　$S_n=n^2-2n+3$　〔創価大〕

(2)　$S_n=n^3-n$　〔八戸工大〕

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

２６　数学的帰納法　数学Ｂ

★
26 《**例題**》 自然数 $n=1$，2，3，…… について，次の等式が成り立つことを数学的帰納法によって証明せよ。 〔多摩大〕

$$1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+\cdots\cdots+n(n+2)=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+7)$$

解答 この等式を ① とする。

[1]　$n=1$ のとき　(左辺)$=3$，　(右辺)$=\frac{1}{6}\cdot 1\cdot(1+1)(2\cdot 1+7)=3$

よって，① は成り立つ。

[2]　$n=k$ のとき ① が成り立つ，すなわち

$$1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+\cdots\cdots+k(k+2)=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+7)\quad \cdots\cdots ②$$

と仮定する。$n=k+1$ のとき，① の左辺について考えると，② により

$$\begin{aligned}&1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+\cdots\cdots+k(k+2)+(k+1)(k+3)\\&=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+7)+(k+1)(k+3)=\frac{1}{6}(k+1)\{k(2k+7)+6(k+3)\}\\&=\frac{1}{6}(k+1)(2k^2+13k+18)=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+9)\end{aligned}$$

すなわち　$1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+\cdots\cdots+(k+1)\{(k+1)+2\}=\frac{1}{6}(k+1)\{(k+1)+1\}\{2(k+1)+7\}$

よって，$n=k+1$ のときにも ① は成り立つ。

[1]，[2] から，すべての自然数 n について ① は成り立つ。 終

類 **題**　次の等式を数学的帰納法を用いて証明せよ。 〔東北学院大〕

$$1\cdot n+2\cdot(n-1)+3\cdot(n-2)+\cdots\cdots+n\cdot 1=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

２７　ベクトルの演算と成分　数学Ｃ

★
27 《例題》(1)　等式 $3(2\vec{a}-\vec{x})=5\vec{a}-6\vec{b}$ を満たすベクトル $\vec{x}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2)　2 つのベクトル $\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(4,\ -3)$ に対して $\vec{x}+2\vec{y}=\vec{a}$，$2\vec{x}-\vec{y}=\vec{b}$ を満たすベクトル $\vec{x}$，$\vec{y}$ の成分を求めよ。　［(2) 高知工科大］

解答 (1)　$3(2\vec{a}-\vec{x})=5\vec{a}-6\vec{b}$ から　$6\vec{a}-3\vec{x}=5\vec{a}-6\vec{b}$

よって　$3\vec{x}=\vec{a}+6\vec{b}$　　ゆえに　$\vec{x}=\dfrac{1}{3}\vec{a}+2\vec{b}$　答

← x の方程式 $3(2a-x)=5a-6b$ を解く要領で。

(2)　$\vec{x}+2\vec{y}=\vec{a}$ ……①，$2\vec{x}-\vec{y}=\vec{b}$ ……②　とする。

← x，y の連立方程式 $x+2y=a$，$2x-y=b$ を解く要領で。

①＋②×2 から　$5\vec{x}=\vec{a}+2\vec{b}$

よって　$\vec{x}=\dfrac{1}{5}(\vec{a}+2\vec{b})=\dfrac{1}{5}\{(2,\ 1)+2(4,\ -3)\}$

$=(2,\ -1)$　答

①×2－② から　$5\vec{y}=2\vec{a}-\vec{b}$

よって　$\vec{y}=\dfrac{1}{5}(2\vec{a}-\vec{b})=\dfrac{1}{5}\{2(2,\ 1)-(4,\ -3)\}=(0,\ 1)$　答

類題 (1)　等式 $4\vec{x}+\vec{a}-3\vec{b}=2(\vec{x}+\vec{b})$ を満たすベクトル $\vec{x}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。(20 点)

(2)　$\vec{a}=(1,\ 1)$，$\vec{b}=(1,\ 3)$ とする。$\begin{cases}\vec{x}+2\vec{y}=\vec{a}\\ \vec{x}-3\vec{y}=\vec{b}\end{cases}$ を満たす $\vec{x}$，$\vec{y}$ を求めよ。(30 点)　［(2) 小樽商科大］

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

２８　ベクトルの分解　　数学Ｃ

★
28 《例題》$\vec{a}=(3,\ 4)$，$\vec{b}=(-1,\ 2)$ のとき，$\vec{c}=(9,\ 2)$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。〔倉敷芸科大〕

解答　$\vec{c}=s\vec{a}+t\vec{b}$ とおくと

$$s\vec{a}+t\vec{b}=s(3,\ 4)+t(-1,\ 2)$$
$$=(3s-t,\ 4s+2t)$$

よって　$(9,\ 2)=(3s-t,\ 4s+2t)$　← 対応する成分が等しい。

したがって　$3s-t=9$　……①，　$4s+2t=2$　……②

①×2+② から　$10s=20$　　よって　$s=2$　……③

③ を ① に代入すると　$6-t=9$　　ゆえに　$t=-3$

したがって　$\vec{c}=2\vec{a}-3\vec{b}$　答

類題 (1)　$\vec{a}=(1,\ 2)$，$\vec{b}=(-1,\ 1)$ のとき，$\vec{c}=(-1,\ 3)$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。(25 点)　〔東和大〕

(2)　$\vec{a}=\left(\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{4}\right)$，$\vec{b}=(-1,\ 3)$ のとき，$\vec{c}=(3,\ -4)$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。(25 点)

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

（　月　日）

得　点
／50

２９　ベクトルの内積　数学Ｃ

★

29 《例題》2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$ を満たす。次のものを求めよ。

(1)　内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$　　(2)　$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ　〔類 駒澤大〕

解答　(1)　$|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$　　$\leftarrow |\vec{p}|^2=\vec{p}\cdot\vec{p}$

$=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$　　$\leftarrow (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ と同じように計算。

すなわち　$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$ を代入すると　$7=1+2\vec{a}\cdot\vec{b}+9$

したがって　$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\dfrac{3}{2}$　答

(2)　$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=-\dfrac{3}{2}\div(1\times 3)=-\dfrac{1}{2}$

$0°\leqq\theta\leqq 180°$ であるから　$\theta=120°$　答

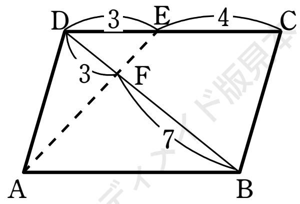
類 題　2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ に対して，$|\vec{a}|=3$，$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{37}$，$|\vec{b}|=2$ とする。このとき，$\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。　〔類 立教大〕

数研版　オーダー問題集　レディメイド版見本　印刷不可

得点
／50

３０　ベクトルの図形への応用　数学Ｃ

★
30 《**例題**》平行四辺形 ABCD において，辺 CD を 4 : 3 に内分する点を E，対角線 BD を 7 : 3 に内分する点を F とする。3 点 A，F，E は一直線上にあることを示せ。



解答　$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。

BF : FD＝7 : 3 であるから

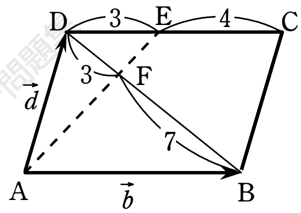
$$\overrightarrow{AF}=\frac{3\vec{b}+7\vec{d}}{7+3}=\frac{3\vec{b}+7\vec{d}}{10}$$

CE : ED＝4 : 3 であるから

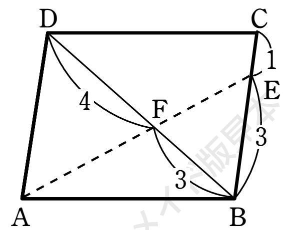
$$\overrightarrow{AE}=\frac{3\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{AD}}{4+3}=\frac{3(\vec{b}+\vec{d})+4\vec{d}}{7}=\frac{3\vec{b}+7\vec{d}}{7}$$

よって　$\overrightarrow{AF}=\frac{7}{10}\overrightarrow{AE}$

したがって，3 点 A，F，E は一直線上にある。 終



類題　平行四辺形 ABCD において，辺 BC を 3 : 1 に内分する点を E，対角線 BD を 3 : 4 に内分する点を F とする。3 点 A，F，E は一直線上にあることを示せ。



（　月　日）

得　点
／50

３１　空間における点の座標　数学Ｃ

★
31 《例題》3 点 A$(1,\ 2,\ 3)$，B$(-3,\ 2,\ 4)$，C$(2,\ 4,\ 1)$ が定める平面上に点 D$(1,\ y,\ 10)$ があるとき，y の値を求めよ。

解答 3 点 A，B，C が定める平面上に点 D があるとき

$$\overrightarrow{AD}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$$

となる実数 s，t がある。

ここで，$\overrightarrow{AB}=(-4,\ 0,\ 1)$，$\overrightarrow{AC}=(1,\ 2,\ -2)$，$\overrightarrow{AD}=(0,\ y-2,\ 7)$ であるから

$$\begin{aligned}(0,\ y-2,\ 7)&=s(-4,\ 0,\ 1)+t(1,\ 2,\ -2)\\&=(-4s+t,\ 2t,\ s-2t)\end{aligned}$$

したがって　$0=-4s+t$ ……①，　$y-2=2t$ ……②，　$7=s-2t$ ……③

①，③ を解いて　$s=-1$，$t=-4$

よって，② から　$y=2\cdot(-4)+2=-6$ 答

類題 3 点 O$(0,\ 0,\ 0)$，A$(0,\ 2,\ 1)$，B$(1,\ -1,\ 3)$ が定める平面上に点 C$(2,\ 4,\ z)$ があるとき，z の値を求めよ。

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可

(月 日) | 得 点

３２　空間ベクトルの大きさの最小値　数学C

／50

★
32 《**例題**》$\vec{a}=(1,\ -3,\ -2)$，$\vec{b}=(1,\ 2,\ 0)$ とする。$\vec{x}=\vec{a}+t\vec{b}$ （t は実数）について，$|\vec{x}|$ の最小値を求めよ。また，そのときの $\vec{x}$ を成分で表せ。

解答　$\vec{x}=\vec{a}+t\vec{b}=(1,\ -3,\ -2)+t(1,\ 2,\ 0)=(1+t,\ -3+2t,\ -2)$

よって　$|\vec{x}|^2=(1+t)^2+(-3+2t)^2+(-2)^2$　← $|\vec{p}|$ は $|\vec{p}|^2$ として扱う。

$=5t^2-10t+14$

$=5(t-1)^2+9$　← 平方完成

したがって，$|\vec{x}|^2$ は $t=1$ のとき最小となる。

$|\vec{x}|\geqq 0$ であるから，このとき $|\vec{x}|$ も最小となる。

その最小値は　$\sqrt{9}=3$　答

また，$t=1$ のとき　$\vec{x}=(2,\ -1,\ -2)$　答

類 **題**　$\vec{a}=(0,\ -2,\ 4)$，$\vec{b}=(1,\ 2,\ -1)$ のとき，$\vec{x}=\vec{a}+t\vec{b}$ （t は実数）について，$|\vec{x}|$ の最小値を求めよ。また，そのときの $\vec{x}$ を成分で表せ。

数研版 オーダー問題集 レディメイド版見本 印刷不可