# 内容見本用 目次

実際の書籍には，これと同内容のものが表紙裏に入ります。


| ページ | 項目名 |
|---|---|
| 1 | 展開の公式 |
| 2 | 因数分解 |
| 3 | 平方根を含む式の計算 |
| 4 | 必要条件と十分条件 |
| 5 | 命題の逆・裏・対偶 |
| 6 | 2次関数のグラフ |
| 7 | 2次関数の最大・最小 |
| 8 | 2次関数の決定 |
| 9 | 2次方程式 |
| 10 | 2次不等式 |
| 11 | 三角比 |
| 12 | 三角比の相互関係 |
| 13 | 正弦定理・余弦定理 |
| 14 | 三角形の面積 |
| 15 | 集合の要素の個数 |
| 16 | 順列・円順列 |
| 17 | 組合せ |
| 18 | 確　率 |
| 19 | 反復試行の確率 |
| 20 | 三角形の外心・内心 |
| 21 | 円周角の定理・円に内接する四角形 |
| 22 | 接線と弦の作る角 |
| 23 | 方べきの定理 |
| 24 | 最大公約数と最小公倍数 |
| 25 | 余りに関する証明 |
| 26 | 1次不定方程式の自然数解 |
| 27 | 2次不定方程式の整数解 |
| 28 | n進数の底，桁数 |

( 月 日) | 得 点 | /50

# 1 展開の公式 数学 I

★
**1** 《**例題**》次の式を展開せよ。

(1) $(2x+3)^2$ (2) $(a+b-c)^2$

(3) $(x+3)^2(x-3)^2$ (4) $(2x-1)^3$

解答 (1) $(2x+3)^2=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 3+3^2=4x^2+12x+9$ 答 ← 公式の適用。

(2) $(a+b-c)^2=\{(a+b)-c\}^2=(a+b)^2-2(a+b)c+c^2$ ← $a+b$ を1つのまとまりとして計算する。

$=a^2+2ab+b^2-2ac-2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$ 答

(3) $(x+3)^2(x-3)^2=\{(x+3)(x-3)\}^2=(x^2-3^2)^2=(x^2-9)^2$ ← 計算の順序を工夫する。

$=(x^2)^2-2\cdot x^2\cdot 9+9^2=x^4-18x^2+81$ 答

(4) $(2x-1)^3=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 1+3\cdot 2x\cdot 1^2-1^3$ ← 公式の適用。

$=8x^3-12x^2+6x-1$ 答

類 題 次の式を展開せよ。((1)(2) 各10点 (3)(4) 各15点)

(1) $(2x+3)(3x-1)$ (2) $(2x-y+3)^2$

(3) $(2x+1)(x+2)(2x-1)(x-2)$ (4) $(2x+3)^3$

（　月　日）　得点　$/50$

# 2　因数分解　　数学 I

★
**2** 《**例題**》次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^2-x-12$　　(2)　$2x^2+3x-2$

(3)　$ax^2-9ay^2$　　(4)　$x^2+xy-6y^2+8x-y+15$

**解答**　(1)　$x^2-x-12=x^2+(3-4)x+3\cdot(-4)=(x+3)(x-4)$　答　← 公式の適用。

(2)　$2x^2+3x-2=(x+2)(2x-1)$　答

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2 & \longrightarrow & 4 \\ 2 & & -1 & \longrightarrow & -1 \\ \hline 2 & & -2 & & 3 \end{array}$$

(3)　$ax^2-9ay^2=a(x^2-9y^2)$　← まず，共通因数をくくり出す。

$=a\{x^2-(3y)^2\}$

$=a(x+3y)(x-3y)$　答

(4)　$x^2+xy-6y^2+8x-y+15$

$=x^2+(y+8)x-(6y^2+y-15)$

$=x^2+(y+8)x-(2y-3)(3y+5)$

$=\{x-(2y-3)\}\{x+(3y+5)\}$

$=(x-2y+3)(x+3y+5)$　答

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -(2y-3) & \longrightarrow & -2y+3 \\ 1 & & 3y+5 & \longrightarrow & 3y+5 \\ \hline 1 & & -(2y-3)(3y+5) & & y+8 \end{array}$$

**類題**　次の式を因数分解せよ。((1)(2) 各 10 点　(3)(4) 各 15 点)

(1)　$x^2-2x-35$　　(2)　$3x^2-20x+12$

(3)　$2x^3y-8xy^3$　　(4)　$x^2-2xy-3y^2+4x-8y+3$

| 得 点 |
| --- |
| /50 |

# 3　平方根を含む式の計算　　数学 I

★
**3** 《**例題**》次の式を計算せよ。(3) は分母を有理化せよ。

(1) $\dfrac{\sqrt{15}\sqrt{125}}{\sqrt{12}}$　　(2) $(3-\sqrt{8})(3+\sqrt{2})$　　(3) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

解答 (1) $\dfrac{\sqrt{15}\sqrt{125}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\dfrac{15\times125}{12}}=\sqrt{\dfrac{5\times125}{4}}=\sqrt{\dfrac{25^2}{2^2}}=\dfrac{25}{2}$ 答

(2) $(3-\sqrt{8})(3+\sqrt{2})=(3-\sqrt{2^2\cdot2})(3+\sqrt{2})=(3-2\sqrt{2})(3+\sqrt{2})$
$=3^2+(-2\sqrt{2}+\sqrt{2})\cdot3-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$
$=9-3\sqrt{2}-4=5-3\sqrt{2}$ 答

(3) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$　← 分母と分子に $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ を掛ける。
$=\dfrac{(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$
$=\dfrac{3-2\sqrt{6}+2}{3-2}=5-2\sqrt{6}$ 答

**類** **題**　次の式を計算せよ。(3) は分母を有理化せよ。((1) 10 点　(2), (3) 各 20 点)

(1) $\sqrt{24}\div\sqrt{3}\times\sqrt{2}$　　(2) $(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{20})$　　(3) $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

| 得　点 |
|---|
| ／50 |

# 4　必要条件と十分条件　数学 I

★
**4** 《例題》 $x$ は実数とする。次の □ にあてはまるものを下の ① ～ ④ の中から選べ。

(1) $x=3$ は，$3x+5=14$ であるための ア□ 。

(2) $x=\sqrt{2}$ は，$x^2=2$ であるための イ□ 。

① 必要条件であるが，十分条件でない　② 十分条件であるが，必要条件でない

③ 必要十分条件である　④ 必要条件でも十分条件でもない　〔松山大〕

**解答** (1) $x=3$ のとき　$3x+5=3\cdot3+5=14$

よって，「$x=3 \Longrightarrow 3x+5=14$」は真である。

また，$3x+5=14$ のとき　$x=3$

よって，「$3x+5=14 \Longrightarrow x=3$」も真である。

ゆえに，$x=3$ は，$3x+5=14$ であるための必要十分条件である。　答 ア ③

(2) $x=\sqrt{2}$ のとき　$x^2=(\sqrt{2})^2=2$

よって，「$x=\sqrt{2} \Longrightarrow x^2=2$」は真である。

また，「$x^2=2 \Longrightarrow x=\sqrt{2}$」は偽である。（反例：$x=-\sqrt{2}$）

ゆえに，$x=\sqrt{2}$ は，$x^2=2$ であるための十分条件であるが，必要条件でない。　答 イ ②

**類** **題** $x$，$y$ は実数とする。次の □ にあてはまるものを《例題》の ① ～ ④ の中から選べ。

(1) $x=5$ かつ $y=1$ は，$xy=5$ であるための ア□ 。(25 点)

(2) $x+y=0$ かつ $xy=0$ は，$x=y=0$ であるための イ□ 。(25 点)　〔中央学院大〕

# 5　命題の逆・裏・対偶　数学Ⅰ

★

**5** 《**例題**》 $x$，$y$ を実数とする。命題「$x+y<0 \Longrightarrow x<0$ または $y<0$」の逆と対偶をいえ。〔大阪工大〕

解答　命題「$x+y<0 \Longrightarrow x<0$ または $y<0$」の逆は

「$x<0$ または $y<0 \Longrightarrow x+y<0$」　答

また，$x+y<0$ の否定は　$x+y \geqq 0$

$x<0$ または $y<0$ の否定は　$x \geqq 0$ かつ $y \geqq 0$

よって，命題の対偶は

「$x \geqq 0$ かつ $y \geqq 0 \Longrightarrow x+y \geqq 0$」　答

← 命題 $p \Longrightarrow q$ に対して

$q \Longrightarrow p$ を $p \Longrightarrow q$ の **逆**

$\overline{p} \Longrightarrow \overline{q}$ を $p \Longrightarrow q$ の **裏**

$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$ を $p \Longrightarrow q$ の **対偶**

という。

**類題**　$x$，$y$，$z$ を実数とする。命題「$x+y+z \neq 0$ かつ $x \neq y \Longrightarrow x^3+y^3+z^3 \neq 3xyz$」の逆と対偶をいえ。〔類　日本大〕

| 得点 |
|---|
| ／50 |

# 6　2次関数のグラフ　数学Ⅰ

★
**6** 《例題》 (1)　2次関数 $y=-x^2+6x+3$ のグラフをかき，軸と頂点を求めよ。

(2)　2次関数 $y=2x^2+3x-1$ のグラフを $x$ 軸方向に3，$y$ 軸方向に $-2$ だけ平行移動したものをグラフとする2次関数を求めよ。

〔(2) 山梨学院大〕

解答　(1)　$y=-x^2+6x+3=-(x^2-6x)+3$　← 平方完成を行う。

$=-\{(x^2-2\cdot3x+3^2)-3^2\}+3$

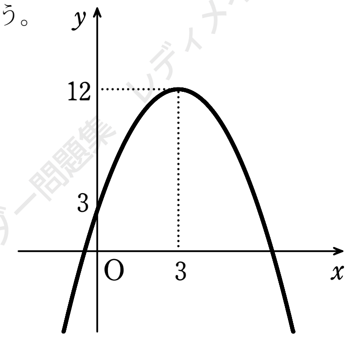
$=-(x-3)^2+3^2+3$

$=-(x-3)^2+12$

よって，この関数のグラフは右の図のようになる。答

また，軸は　直線 $x=3$，

頂点は　点 $(3,\ 12)$　である。答




(2)　$y=2x^2+3x-1$ のグラフを $x$ 軸方向に3，$y$ 軸方向に $-2$ だけ平行移動すると

$y+2=2(x-3)^2+3(x-3)-1$　← $y=f(x)$ を $x$ 軸方向に $p$，$y$ 軸方向に $q$ だけ平行移動すると $y-q=f(x-p)$

すなわち　$y=2x^2-9x+6$　答

類題 (1)　2次関数 $y=2x^2+2x+1$ のグラフをかき，軸と頂点を求めよ。(25点)

(2)　2次関数 $y=-x^2+2x$ のグラフを $x$ 軸方向に $-2$，$y$ 軸方向に3だけ平行移動したものをグラフとする2次関数を求めよ。(25点)

〔(2) 獨協大〕

（　月　日）　得点　/50

# 7　２次関数の最大・最小　数学Ⅰ

★ 7 《例題》 (1)　2 次関数 $y=x^2-4x+7$ の最小値を求めよ。〔日本歯大〕

(2)　関数 $y=-x^2-6x-1$ $(-4\leqq x\leqq -1)$ の最大値と最小値を求めよ。〔法政大〕

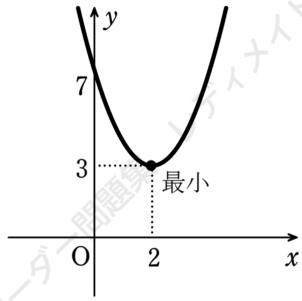
解答 (1)　$y=x^2-4x+7=(x-2)^2+3$

この関数のグラフは下に凸で，右の図のようになる。

したがって，

$x=2$ で最小値 3

をとる。 答



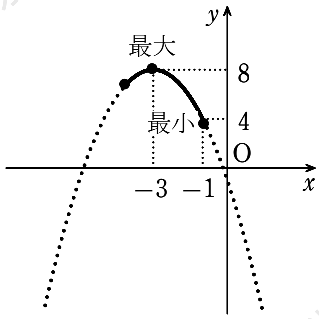

(2)　$y=-x^2-6x-1=-(x+3)^2+8$

よって，この関数のグラフは右の図の実線部分である。

したがって，$x=-3$ で最大値 8,

$x=-1$ で最小値 4

をとる。 答




類 題 (1)　2 次関数 $y=-3x^2+12x+15$ の最大値を求めよ。(20 点)〔金沢学院大〕

(2)　関数 $y=2x^2-3x+5$ $(-2\leqq x\leqq 3)$ の最大値と最小値を求めよ。(30 点)〔北海道工大〕

（　月　日）

| 得　点 |
|---|
| ／50 |

# 8　2次関数の決定　数学Ⅰ

★ **8** 《**例題**》グラフが次の条件を満たす $x$ の2次関数を求めよ。

(1)　軸が直線 $x=-1$ で，2点 $(-2,\ 2)$，$(1,\ 14)$ を通る。　〔東京家政大〕

(2)　3点 $(0,\ 0)$，$(2,\ 3)$，$(-2,\ 5)$ を通る。　〔北海道医療大〕

解答 (1)　軸が直線 $x=-1$ であるから，求める2次関数を $y=a(x+1)^2+q$ とおく。

点 $(-2,\ 2)$ を通るから　$2=a(-2+1)^2+q$　すなわち　$a+q=2$ ……①

点 $(1,\ 14)$ を通るから　$14=a(1+1)^2+q$　すなわち　$4a+q=14$ ……②

②−①から　$3a=12$　よって　$a=4$ ……③

③を①に代入して　$4+q=2$　よって　$q=-2$

ゆえに，求める2次関数は　$y=4(x+1)^2-2$　すなわち　$y=4x^2+8x+2$　答

(2)　求める2次関数を $y=ax^2+bx+c$ とおく。

点 $(0,\ 0)$ を通るから　$0=a\cdot0^2+b\cdot0+c$　すなわち　$c=0$ ……①

点 $(2,\ 3)$ を通るから　$3=a\cdot2^2+b\cdot2+c$　すなわち　$4a+2b+c=3$ ……②

点 $(-2,\ 5)$ を通るから　$5=a\cdot(-2)^2+b\cdot(-2)+c$　すなわち　$4a-2b+c=5$ ……③

②−③から　$4b=-2$　よって　$b=-\dfrac{1}{2}$ ……④

①，④を②に代入して　$4a+2\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)+0=3$　ゆえに　$a=1$

したがって，求める2次関数は　$y=x^2-\dfrac{1}{2}x$　答

**類題**　グラフが次の条件を満たす $x$ の2次関数を求めよ。(25点×2)

(1)　軸が直線 $x=2$ で，2点 $(3,\ 2)$，$(-1,\ 6)$ を通る。　〔中央学院大〕

(2)　3点 $(-1,\ -3)$，$(1,\ 5)$，$(2,\ 3)$ を通る。　〔国士舘大〕

（　月　日）

| 得　点 |
| --- |
| /50 |

# 9　2次方程式　数学 I

★
**9** 《**例題**》次の2次方程式を解け。

(1)　$x^2+2x-15=0$　　(2)　$3x^2+2x-5=0$　　(3)　$2x^2-3x-1=0$

**解答**　(1)　左辺を因数分解して　$(x+5)(x-3)=0$

よって　$x=-5,\ 3$　**答**

(2)　左辺を因数分解して　$(3x+5)(x-1)=0$

よって　$x=-\dfrac{5}{3},\ 1$　**答**

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \times & 5 & \longrightarrow & 5 \\ 1 & & -1 & \longrightarrow & -3 \\ \hline 3 & & -5 & & 2 \end{array}$$

(3)　解の公式より

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-1)}}{2\cdot 2}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$$　**答**

← 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

**類** **題**　次の2次方程式を解け。((1), (2) 各15点　(3) 20点)

(1)　$x^2-x-12=0$　　(2)　$2x^2-7x-15=0$　　(3)　$2x^2+2x-1=0$

(　月　日)

| 得　点 |
|---|
| ／50 |

# １０　２次不等式　　数学Ⅰ

★
**10** 《**例題**》次の 2 次不等式を解け。

(1)　$x^2-4x+3 \leqq 0$　　(2)　$x^2+x-1>0$　　(3)　$x^2-2x+1<0$

解答 (1)　2 次方程式 $x^2-4x+3=0$ を解く。

$(x-1)(x-3)=0$ から　　$x=1,\ 3$

よって，この 2 次不等式の解は　　$1 \leqq x \leqq 3$　答

(2)　2 次方程式 $x^2+x-1=0$ を解くと　　$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

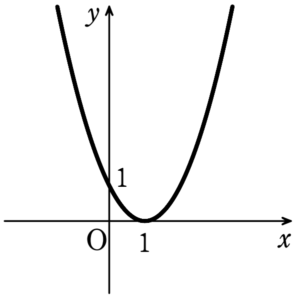
よって，この 2 次不等式の解は　　$x<\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$，$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}<x$　答

(3)　2 次関数 $y=x^2-2x+1$ すなわち $y=(x-1)^2$ のグラフは右の図のようになり，$x$ 軸と点 $(1,\ 0)$ で接している。

よって　$x \fallingdotseq 1$ のとき　$y>0$

　　　　$x=1$ のとき　$y=0$

したがって，この 2 次不等式の解は　ない　答




類題　次の 2 次不等式を解け。((1)，(2) 各 15 点　(3) 20 点)

(1)　$3x^2-17x+10 \leqq 0$　　(2)　$3x^2-5x+1<0$　　(3)　$64x^2-176x+121>0$

| 得　点 |
|---|
| ／50 |

# １１　三角比　　数学 I

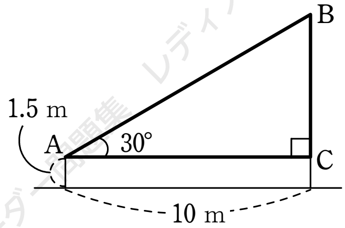
★
11 《例題》あなたは木の高さを測ろうとしている。木から 10 m 離れた地点で，木の先端を見上げる角度を測ったら，30° であった。目線の高さを 1.5 m として，この木の高さを求めよ。ただし，$\tan 30°=0.6$，$\sin 30°=0.5$，$\cos 30°=0.9$ として計算せよ。〔関西大〕

解答　右の図のように，目の位置を A，木の先端を B，木の一部で目の高さと同じ位置を C とする。
このとき，木の高さは

$$BC+1.5\ (\mathrm{m})$$

と表される。

よって　$BC+1.5=AC\tan 30°+1.5$
$=10\times 0.6+1.5$
$=7.5$ m　答




類題　ある山のケーブルカーの軌道は水平面と 22° の傾きになっている。このケーブルカーの麓の駅 A と山頂駅 B との直線距離が 500 m であるとき，山頂駅 B の地点は麓の駅 A の地点よりも何 m 高いか。ただし，$\sin 22°=0.3746$ とし，小数第 1 位を四捨五入して答えよ。〔立教大〕

（　月　日）

| 得　点 |
| --- |
| ／50 |

# １２　三角比の相互関係　数学Ⅰ

★
12 《例題》 (1) 角 $\theta$ が鋭角で，$\sin\theta=\dfrac{2}{3}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。〔中央大〕

(2) $0°\leqq\theta\leqq180°$ で，$\tan\theta=7$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ。〔明海大〕

解答 (1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{5}{9}$

$\theta$ が鋭角であるから　$\cos\theta>0$

よって　$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{5}{9}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ 答

また　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{2}{3}\div\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 答

(2) $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から　$\cos^2\theta=\dfrac{1}{1+\tan^2\theta}=\dfrac{1}{1+7^2}=\dfrac{1}{50}$

$\tan\theta>0$ であるから　$0°<\theta<90°$　ゆえに　$\cos\theta>0$

よって　$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{1}{50}}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ 答

また　$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=7\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{10}=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$ 答　← $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ から。

類 題 (1) $\cos\theta=-\dfrac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。ただし，$0°<\theta<180°$ とする。

(25点)〔北海道工大〕

(2) $0°<\theta<90°$ で，$\tan\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ。(25点)〔大阪商大〕

# １３　正弦定理・余弦定理　数学Ⅰ

★
**13** 《例題》 (1) △ABCにおいて，$\angle A=45^\circ$，$\angle B=60^\circ$，$BC=2\sqrt{6}$ のとき，外接円の半径とCAを求めよ。 〔千葉工大〕

(2) △ABCにおいて，$\angle A=60^\circ$，$AB=4$，$BC=5$ のとき，CAを求めよ。 〔千葉工大〕

解答 (1) △ABCの外接円の半径を $R$ とすると，正弦定理により $\dfrac{BC}{\sin\angle A}=2R$

よって $R=\dfrac{BC}{2\sin\angle A}=\dfrac{2\sqrt{6}}{2\sin 45^\circ}=\dfrac{2\sqrt{6}}{2\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}}=2\sqrt{3}$ 答

また，正弦定理により $\dfrac{CA}{\sin\angle B}=2R$

したがって $CA=2R\sin\angle B=2\cdot2\sqrt{3}\sin 60^\circ=2\cdot2\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6$ 答

(2) △ABCにおいて，余弦定理により

$$BC^2=CA^2+AB^2-2CA\cdot AB\cos\angle A$$

すなわち $5^2=CA^2+4^2-2CA\cdot4\cos60^\circ$

よって $5^2=CA^2+4^2-2CA\cdot4\cdot\dfrac{1}{2}$ 整理すると $CA^2-4CA-9=0$

これを解くと $CA=2\pm\sqrt{13}$ 　 $CA>0$ であるから $CA=2+\sqrt{13}$ 答

類題 (1) △ABCにおいて，$BC=9$，$\angle B=45^\circ$，$\angle C=105^\circ$ のとき，CAと外接円の半径を求めよ。(25点) 〔武蔵大〕

(2) △ABCにおいて，$\angle A=150^\circ$，$AB=2$，$BC=2\sqrt{7}$ のとき，CAを求めよ。(25点)

| 得　点 |
|---|
| ／50 |

# １４　三角形の面積　数学Ⅰ

★
14 《例題》 (1)　BC＝4，CA＝5，∠C＝30° である △ABC の面積を求めよ。　〔鹿児島大〕

(2)　△ABC において，BC＝5，CA＝6，AB＝7 のとき，cos$A$ の値を求めよ。また，△ABC の面積を求めよ。　〔岐阜聖徳学園大〕

解答 (1)　△ABC の面積を $S$ とすると

$$S=\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{CA}\sin\angle\mathrm{C}=\frac{1}{2}\cdot4\cdot5\sin30^\circ=\frac{1}{2}\cdot4\cdot5\cdot\frac{1}{2}=5$$ 答

(2)　△ABC において，余弦定理により

$$\cos A=\frac{\mathrm{CA}^2+\mathrm{AB}^2-\mathrm{BC}^2}{2\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}}=\frac{6^2+7^2-5^2}{2\cdot6\cdot7}=\frac{5}{7}$$ 答

$0^\circ<A<180^\circ$ であるから　$\sin A>0$

よって　$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{5}{7}\right)^2}=\frac{2\sqrt{6}}{7}$

したがって，△ABC の面積を $S$ とすると

$$S=\frac{1}{2}\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}\sin A=\frac{1}{2}\cdot6\cdot7\cdot\frac{2\sqrt{6}}{7}=6\sqrt{6}$$ 答

類 題 (1)　AB＝5，AC＝8，∠BAC＝60° である △ABC の面積を求めよ。(15 点)〔類　北海学園大〕

(2)　△ABC において，AB＝6，BC＝7，CA＝9 のとき，cos$A$ の値を求めよ。また，△ABC の面積を求めよ。(35 点)　〔愛知大〕

（　月　日）

| 15　集合の要素の個数 | 数学A | 得点 $\;/50$ |
|---|---|---|

★ **15** 《**例題**》 1 から 50 までの自然数のうち，次の数は何個あるか。 〔北海道東海大〕

(1) 5 で割り切れる　　(2) 7 で割り切れる

(3) 5 でも 7 でも割り切れる　　(4) 5 または 7 で割り切れる

**解答** 1 から 50 までの自然数のうち，5 で割り切れる数の集合を $A$，7 で割り切れる数の集合を $B$ とする。

(1) $A=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot10\}$

よって，求める個数は　$n(A)=10$（個）　答

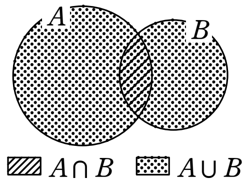
(2) $B=\{7\cdot1,\ 7\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 7\cdot7\}$

よって，求める個数は　$n(B)=7$（個）　答

(3) 5 でも 7 でも割り切れる数の集合は $A\cap B$ と表され，これは 5 と 7 の最小公倍数 35 で割り切れる数の集合である。

$A\cap B=\{35\cdot1\}$ であるから，求める個数は

$n(A\cap B)=1$（個）　答




(4) 5 または 7 で割り切れる数の集合は $A\cup B$ と表される。

よって，求める個数は

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$
$$=10+7-1=16\text{（個）}$$　答

**類** **題** 1 から 200 までの自然数のうち，次の数は何個あるか。 〔愛知学院大〕

(1) 3 で割り切れる　(10 点)　　(2) 5 で割り切れる　(10 点)

(3) 3 でも 5 でも割り切れる　(15 点)　　(4) 3 または 5 で割り切れる　(15 点)

| 得　点 |
|---|
| ／50 |

# １６　順列・円順列　　数学Ａ

★
**16** 《例題》 (1) 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 から異なる 4 個を取り出してできる 4 桁の偶数は何個あるか。 〔法政大〕

(2) 6 人が円形のテーブルの席に着く方法は何通りあるか。 〔恵泉女学園大〕

解答 (1) 偶数となるのは一の位が 0, 2, 4 の場合である。

[1] 一の位が 0 の場合

千, 百, 十の位には残り 4 個の数字から 3 個取る順列で

$${}_4P_3=4\cdot3\cdot2=24 \text{ (個)}$$

[2] 一の位が 2 または 4 の場合

千の位には 0 以外の 3 個の中から取り出し, 百, 十の位には千と一の位で取り出した数字以外の 3 個の中から 2 個取る順列で

$$3\times{}_3P_2\times2=3\times3\cdot2\times2=36 \text{ (個)}$$

[1], [2] から, 求める偶数は全部で　$24+36=60$ (個)　答

(2) 6 人の円順列であるから, 求める方法は

$$(6-1)!=5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120 \text{ (通り)}$$　答

類 題 (1) 6 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 から異なる 3 個を取り出してできる 3 桁の奇数は何個あるか。(30 点) 〔拓殖大〕

(2) 7 人が円形のテーブルの席に着く方法は何通りあるか。(20 点) 〔広島修道大〕

| 得　点 |
| --- |
| ／50 |

# １７　組合せ　　数学Ａ

★
17 《例題》 (1) 男子 6 人，女子 4 人の中から 4 人の代表を選ぶとき，男子 2 人，女子 2 人を選ぶ方法は何通りあるか。 〔中央学院大〕

(2) DOKKYO の 6 文字をすべて使って文字列を作るとき，何通りの文字列ができるか。 〔獨協大〕

解答 (1) 男子 6 人から 2 人を選ぶ方法は ${}_6C_2$ 通りある。

そのおのおのに対して，女子 4 人から 2 人を選ぶ方法は ${}_4C_2$ 通りある。

よって，求める方法の総数は　${}_6C_2\times{}_4C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=90$（通り） 答

(2) DOKKYO の 6 文字の中には O が 2 個，K が 2 個，D，Y が 1 個ずつある。

よって，求める文字列の総数は

$$\frac{6!}{2!\,2!}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot2\cdot1}=180\text{（通り）}$$ 答　　← 同じものを含む順列

類 題 (1) 店頭にあるパン 10 種類とジュース 8 種類の中からパン 3 種類とジュース 2 種類を選んで購入するとき，組合せは何通りあるか。(25 点) 〔道都大〕

(2) NARADAI の 7 文字をすべて使って文字列を作るとき，何通りの文字列ができるか。(25 点) 〔奈良大〕

（　月　日）

| 得　点 |
| --- |
| ／50 |

# 18　確　率　　数学A

★
**18** 《例題》 1から9までの番号の付いた9枚のカードから2枚抜き出すとき，カードの番号が2枚とも素数でない確率を求めよ。また，2枚のうち少なくとも1枚の番号が素数である確率を求めよ。

〔近畿大〕

解答　全部の9枚から2枚抜き出す組合せは ${}_9C_2$ 通りある。

また，9枚のうち素数のカードは2，3，5，7の4枚あり，素数でないカードは5枚ある。

この5枚から2枚抜き出す組合せは ${}_5C_2$ 通りある。

よって，2枚とも素数でない確率は

$$\frac{{}_5C_2}{{}_9C_2}=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}\div\frac{9\cdot8}{2\cdot1}=\frac{5}{18}$$ 答

また，「少なくとも1枚が素数である」という事象は，「2枚とも素数でない」という事象の余事象である。

よって，少なくとも1枚が素数である確率は

$$1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$$ 答

類 題　15個の電球の中に不合格品が3個含まれている。この中から3個の電球を同時に取り出すとき，3個すべてが合格品である確率を求めよ。また，少なくとも1個の不合格品が含まれる確率を求めよ。

〔愛知学泉大〕

（　月　日）

| 19　反復試行の確率 | 数学A | 得点 /50 |
|---|---|---|

★

19 《例題》 5セットマッチ(先に3セットとった方が勝ち)のテニスの試合で，まったく実力が同じA，B2人の選手が対戦するとき，セットカウント3−2でAが勝つ確率を求めよ。〔立教大〕

解答 1〜4セットでセットカウントを2−2として，5セット目をAがとる場合である。

1つのセットをAがとる確率は $\frac{1}{2}$ で，Bがとる確率も $\frac{1}{2}$ である。

よって，1〜4セットでセットカウント2−2となる確率は

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\cdot\frac{1}{2^4}=\frac{3}{8}$$ ← 反復試行の確率

5セット目をAがとる確率は $\frac{1}{2}$ であるから，求める確率は

$$\frac{3}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$ 答

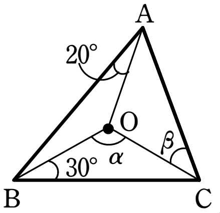
類 題 1枚の硬貨を何回か投げて，表の出た回数が3回になったところでやめることにする。ちょうど7回投げたところでやめることになる確率を求めよ。〔国士舘大〕

（　月　日）　得点　　/50

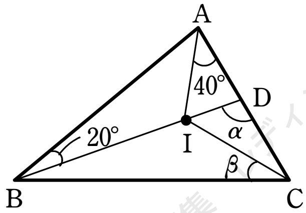
# ２０　三角形の外心・内心　　数学Ａ

★
**20** 《例題》　△ABC の外心を O，内心を I とする。下の図の角 $\alpha$，$\beta$ を求めよ。

(1)




(2)




解答　(1)　OB＝OC であるから　　$\angle OCB=\angle OBC=30°$

△OBC において，内角の和は 180° であるから

$\alpha+30°\times 2=180°$　　よって　$\alpha=120°$　答

また，OA＝OB＝OC であるから　　$\angle OBA=\angle OAB=20°$，$\angle OAC=\angle OCA=\beta$

△ABC において，内角の和は 180° であるから

$20°\times 2+30°\times 2+\beta\times 2=180°$　　よって　$\beta=40°$　答

(2)　I は △ABC の内心であるから

$\angle BAD=2\cdot 40°=80°$，　$\angle ABC=2\cdot 20°=40°$，　$\angle ACB=2\beta$

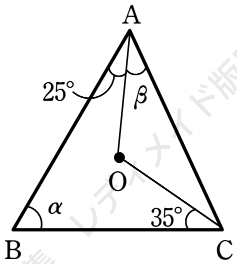
$\angle BDC=\angle BAD+\angle ABD$ であるから　　$\alpha=80°+20°=100°$　答

また，△ABC の内角の和は 180° であるから

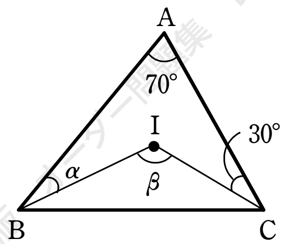
$80°+40°+2\beta=180°$　　よって　$\beta=30°$　答

類題　△ABC の外心を O，内心を I とする。下の図の角 $\alpha$，$\beta$ を求めよ。(25 点×2)

(1)




(2)

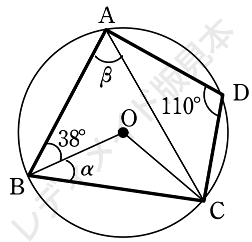


（　月　日）

| 得点 |
|---|
| ／50 |

# ２１　円周角の定理・円に内接する四角形　数学Ａ

★ **21** 《例題》 右の図のように，円 O に内接する四角形 ABCD がある。
このとき，角 $\alpha$，$\beta$ を求めよ。




解答　四角形 ABCD は円に内接するから

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$　← 対角の和が 180°

よって　$\angle ABC = 180° - \angle ADC = 180° - 110° = 70°$

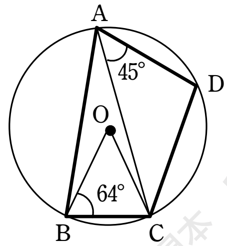
したがって　$\alpha = 70° - 38° = 32°$　答

$\triangle OBC$ は $OB = OC$ の二等辺三角形であるから　$\angle OCB = \angle OBC = 32°$

ゆえに　$\angle BOC = 180° - 32° \times 2 = 116°$

円周角の定理により　$\beta = \dfrac{1}{2}\angle BOC = \dfrac{1}{2} \times 116° = 58°$　答

類題　右の図のように，円 O に内接する四角形 ABCDがある。
$\angle OBC = 64°$，$\angle CAD = 45°$ のとき，$\angle BOC$，$\angle BCD$ の大きさを求めよ。

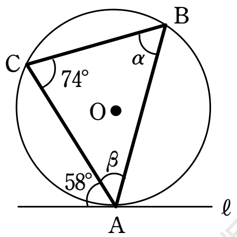


| 得　点 |
| --- |
| ／50 |

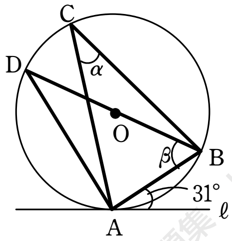
# ２２　接線と弦の作る角　数学Ａ

★ 22 《例題》 下の図において，直線 $\ell$ は円 O の接線で，A はその接点である。角 $\alpha$，$\beta$ を求めよ。

(1)




(2)




解答 (1) 接線と弦の作る角により　$\alpha=58°$　答

また，△ABC の内角の和は 180° であるから　$\beta+58°+74°=180°$

よって　$\beta=180°-58°-74°=48°$　答

(2) 接線と弦の作る角により　$\alpha=31°$　答

また，弧 AB に対する円周角は等しいから　$\angle \mathrm{ADB}=\angle \mathrm{ACB}=31°$

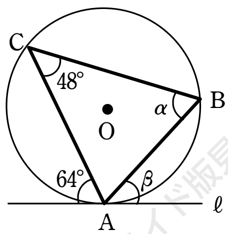
BD は円の直径であるから　$\angle \mathrm{BAD}=90°$

△ABD の内角の和は 180° であるから　$90°+\beta+31°=180°$

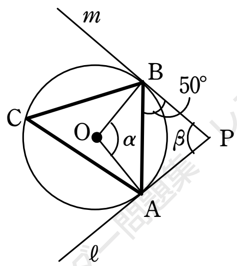
よって　$\beta=180°-90°-31°=59°$　答

類 題　下の図において，直線 $\ell$ ，$m$ は円 O の接線である。角 $\alpha$，$\beta$ を求めよ。(25 点×2)

(1)




(2)

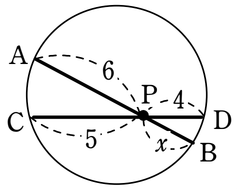


| 得　点 |
| --- |
| ／50 |

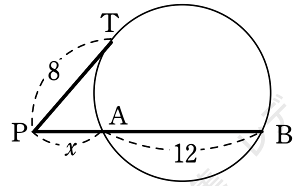
# ２３　方べきの定理　　数学Ａ

★
23 《例題》　下の図において，$x$ の値を求めよ。線分 PT は円の接線である。

(1)




(2)




解答　(1)　方べきの定理により　　$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

よって　　$6 \cdot x = 5 \cdot 4$　　　ゆえに　$x = \dfrac{10}{3}$　答

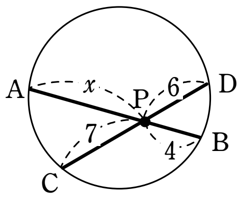
(2)　方べきの定理により　　$PA \cdot PB = PT^2$

よって　　$x(x+12) = 8^2$　　　ゆえに　$x^2 + 12x - 64 = 0$

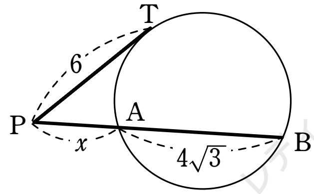
すなわち　$(x-4)(x+16) = 0$　　　$x > 0$ であるから　　$x = 4$　答

類題　下の図において，$x$ の値を求めよ。線分 PT は円の接線である。((1) 20 点　(2) 30 点)

(1)




(2)



| 24　最大公約数と最小公倍数 | 数学A | 得点 /50 |
|---|---|---|

★
24 《例題》 最大公約数が 9，最小公倍数が 486 である 2 つの自然数 $a$，$b$ の組をすべて求めよ。ただし，$a<b$ とする。

解答 最大公約数が 9 であるから，$a$，$b$ は $a=9a'$，$b=9b'$ と表される。
ただし，$a'$，$b'$ は互いに素である自然数で，$a'<b'$ である。
このとき，$a$，$b$ の最小公倍数は $9a'b'$ と表されるから　$9a'b'=486$
すなわち　$a'b'=54$
$a'b'=54$，$a'<b'$ を満たし，互いに素である自然数 $a'$，$b'$ の組は
$(a',\ b')=(1,\ 54),\ (2,\ 27)$
よって　$(a,\ b)=(9,\ 486),\ (18,\ 243)$ 答

類題 次のような条件を満たす 2 つの自然数 $a$，$b$ の組をすべて求めよ。ただし，$a<b$ とする。

(1) 最大公約数が 15，最小公倍数が 300 (25点×2)

(2) 最大公約数が 12，最小公倍数が 288

（　月　日）

| 得　点 |
| --- |
| /50 |

# ２５　余りに関する証明　　数学Ａ

★
25 《例題》 $n$ は整数とする。$n^2+n+2$ は 3 の倍数でないことを証明せよ。

解答 すべての整数 $n$ は，$3k$，$3k+1$，$3k+2$ ($k$ は整数) のいずれかの形で表される。

[1] $n=3k$ のとき

$$n^2+n+2=(3k)^2+3k+2=9k^2+3k+2=3(3k^2+k)+2$$

[2] $n=3k+1$ のとき

$$n^2+n+2=(3k+1)^2+(3k+1)+2=9k^2+9k+4$$
$$=3(3k^2+3k+1)+1$$

[3] $n=3k+2$ のとき

$$n^2+n+2=(3k+2)^2+(3k+2)+2=9k^2+15k+8$$
$$=3(3k^2+5k+2)+2$$

よって，$n^2+n+2$ を 3 で割ったときの余りは 1 か 2 であるから，$n^2+n+2$ は 3 の倍数でない。 終

類題 $n$ は整数とする。$n^2+5n+2$ は 3 の倍数でないことを証明せよ。

| 得　点 |
|---|
| ／50 |

# ２６　１次不定方程式の自然数解　数学Ａ

★
**26** 《例題》　等式 $3x+2y=15$ を満たす自然数 $x$，$y$ の組をすべて求めよ。

解答　$3x+2y=15$ から　　$2y=3(5-x)$　…… ①

$y>0$ であるから　　$3(5-x)>0$　　よって　　$x<5$　…… ②

① において，$2y$ は偶数であるから，$3(5-x)$ は偶数である。

これと ② を満たす自然数 $x$ は　　$x=1$，3

したがって，求める自然数 $x$，$y$ の組は　　$(x,\ y)=(1,\ 6)$，$(3,\ 3)$　答

参考　2 と 3 は互いに素であるから，① より　　$y=3k$，$5-x=2k$　（$k$ は整数）

よって　　$x=-2k+5$，$y=3k$　（$k$ は整数）

$x\geqq1$，$y\geqq1$ であることを利用して，$k$ の値を絞り込んでもよい。

類題　次の等式を満たす自然数 $x$，$y$ の組をすべて求めよ。(25点×2)

(1)　$3x+5y=35$

(2)　$9x+2y=47$

| 27　２次不定方程式の整数解 | 数学Ａ | 得点 $/50$ |
|---|---|---|

★
**27** **《例題》**　方程式 $xy-2x+3y-1=0$ の整数解をすべて求めよ。

解答　与えられた方程式は，次のように変形できる。

$(x+3)(y-2)+6-1=0$　　すなわち　　$(x+3)(y-2)=-5$

$x$，$y$ は整数であるから，$x+3$，$y-2$ は整数である。

よって　　$(x+3,\ y-2)=(-5,\ 1),\ (-1,\ 5),\ (1,\ -5),\ (5,\ -1)$

したがって　　$(x,\ y)=(-8,\ 3),\ (-4,\ 7),\ (-2,\ -3),\ (2,\ 1)$　答

**類題**　次の方程式の整数解をすべて求めよ。((1)(2) 各 15 点　(3) 20 点)

(1)　$(x+1)(y-2)=3$　　　(2)　$xy+3x-4y-5=0$

(3)　$2xy-6x+y-9=0$

（　月　日）

| 得　点 |
|---|
| ／50 |

# ２８　$n$ 進法で表された数　数学Ａ

★
**28** 《例題》 (1)　10 進法で表された数 145 を $n$ 進法で表すと $221_{(n)}$ となるような 3 以上の自然数 $n$ を求めよ。

(2)　5 進法で表したとき，4 桁となるような数の個数を 10 進数で答えよ。

解答 (1)　条件から　$145=2\cdot n^2+2\cdot n^1+1\cdot n^0$

整理すると　$2n^2+2n-144=0$

すなわち　$2(n+9)(n-8)=0$

$n$ は 3 以上の自然数であるから　$n=8$　答

(2)　5 進法で表したとき，4 桁となる数は，○□□□$_{(5)}$ の ○ に 1，2，3，4 のどれかを入れ，3 個の □ のそれぞれに 0，1，2，3，4 のどれかを入れた数である。

このような数の個数は　$4\times5^3=500$（個）　答

類題 (1)　10 進法で表された数 128 を $n$ 進法で表すと $332_{(n)}$ となるような 4 以上の自然数 $n$ を求めよ。

(2)　4 進法で表したとき，5 桁となるような数の個数を 10 進数で答えよ。　(25 点×2)