

内容見本用 目次

実際の書籍には、これと同内容のものが表紙裏に入ります。

ページ	項目名
1	等差数列 (1)
2	等差数列 (2)
3	等差数列 (3)
4	等比数列 (1)
5	等比数列 (2)
6	等比数列 (3)
7	種々の数列 (1)
8	種々の数列 (2)
9	種々の数列 (3)
10	種々の数列 (4)
11	種々の数列 (5)
12	種々の数列 (6)
13	漸化式 (1)
14	漸化式 (2)
15	漸化式 (3)
16	数学的帰納法 (1)
17	数学的帰納法 (2)
18	数学的帰納法 (3)
19	漸化式 (1)
20	漸化式 (2)
21	演習問題 数列 (1)
22	演習問題 数列 (2)
23	演習問題 数列 (3)
24	演習問題 数列 (4)
25	演習問題 数列 (5)
26	演習問題 数列 (6)
27	センター試験過去問 (1)
28	センター試験過去問 (2)

1 等差数列 (1)	数学B	50
------------	-----	----

★ **1** 次のような等差数列の一般項を求めよ。また、その第 20 項を求めよ。(各 5 点)

(1) 初項 3, 公差 8

(2) 29, 25, 21, 17, ……

★ **2** (1) 初項 -11 , 公差 4 の等差数列の、初項から第 20 項までの和を求めよ。(10 点)

(2) 次の等差数列の和を求めよ。(10 点)

67, 60, 53, ……, 11

★ **3** 初項が -3 , 第 11 項が 37 である等差数列 $\{a_n\}$ について

(1) 一般項 a_n を求めよ。(10 点)

(2) 85 は第何項か。(10 点)

2 等差数列 (2)	数学B	50
------------	-----	----

★ **4** 第3項が44, 第8項が29である等差数列 $\{a_n\}$ について (10点×2)

- (1) 第10項を求めよ。 (2) -1 は第何項か。

★★ **5** 第10項が15で, 初項から第20項までの和が320である等差数列の初項と公差を求めよ。(10点)

★★ **6** (1) 数列 $9, x, -5$ が等差数列であるとき, x の値を求めよ。(10点)

- (2) 20から100までの自然数のうち, 4で割って1余る数の和を求めよ。(10点)

3 等差数列 (3)	数学B	/ 50
-------------------	------------	------

★★ **7** 第5項が8, 第10項が-7である等差数列 $\{a_n\}$ について (1) 10点 (2) 5点

- (1) 第100項を求めよ。 (2) 初めて-100より小さくなるのは第何項か。

★★ **8** 等差数列をなす3つの数がある。その和は3で, 平方の和は21である。この3つの数を求めよ。
(15点)

★★ **9** 初項-70, 公差3の等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする。(5点×4)

- (1) 第何項が初めて正になるか。 (2) S_n が最小になる n の値を求めよ。
(3) S_n の最小値を求めよ。 (4) S_n が初めて正となる n の値を求めよ。

4 等比数列 (1)	数学B	50
------------	-----	----

★ **10** 次のような等比数列の一般項を求めよ。また、その第6項を求めよ。(各5点)

(1) 初項5, 公比2

(2) $3, -1, \frac{1}{3}, \dots$

★ **11** (1) 初項4, 公比3の等比数列の、初項から第5項までの和を求めよ。(10点)

(2) 次の等比数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。(10点)

$36, -12, 4, \dots$

★ **12** 第3項が12, 第5項が48で、公比が負である等比数列 $\{a_n\}$ について

(1) 初項と公比を求めよ。(10点)

(2) 初項から第6項までの和を求めよ。(10点)

5 等比数列 (2)	数学B	50
------------	-----	----

★
13 次の等比数列の項数を求めよ。(10点×2)

(1) 初項が 5, 末項が 320, 公比が 2

(2) 初項が 5, 公比が 2, 初項から末項までの和が 155

★★
14 数列 $4, a, b$ および数列 $b, 40, 64$ はともに等比数列である。 a, b の値を求めよ。(10点)

★★
15 次の等比数列の初項と公比を求めよ。ただし, 公比は実数とする。(10点×2)

(1) 第 3 項が 3, 第 6 項が -24

(2) 第 2 項が 6, 第 2 項から第 4 項までの和が 42

6 等比数列 (3)	数学B	50
------------	-----	----

★★
16 第3項が20, 第5項が80, 第 k 項が640の等比数列がある。このとき, 次の値を求めよ。

(1) 初項, 公比, k の値 (10点)

(2) 第5項から第11項までの和 (10点)

★★
17 第3項が6, 初項から第3項までの和が78である等比数列の一般項 a_n を求めよ。(15点)

★★
18 数列24, a , b が等差数列をなし, 数列 a , b , 8が等比数列をなすという。このとき, a , b の値を求めよ。(15点)

7 種々の数列 (1)	数学B	50
-------------	-----	----

★
19 次の和を求めよ。(10点×2)

(1) $\sum_{k=1}^n (k+3)$

(2) $\sum_{k=1}^n (k^2-2k)$

★
20 和 $S=1\cdot 1+2\cdot 3+3\cdot 5+\cdots+n(2n-1)$ を計算せよ。(15点)

★★
21 数列 $\frac{1}{2\cdot 4}, \frac{1}{4\cdot 6}, \frac{1}{6\cdot 8}, \frac{1}{8\cdot 10}, \cdots$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。(15点)

(月 日) 得点

8 種々の数列 (2)

数学B

50

★
22 階差数列を利用して、次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(15点×2)

(1) 3, 4, 6, 9, 13, ……

(2) 1, 2, 5, 14, 41, ……

★
23 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 - 5n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(20点)

9 種々の数列 (3)

数学B

50

★
24 次の和を計算せよ。(1) 10点 (2) 5点

(1) $\sum_{k=1}^n k(k-1)$

(2) $\sum_{k=1}^n 2^{k-1}$

★
25 和 $S=2^2+5^2+8^2+\cdots+(3n-1)^2$ を計算せよ。(15点)

★★
26 次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(20点)

1, 2, 7, 16, 29, 46, ……

(月 日) 得 点

10 種々の数列 (4)

数学B / 50

★
27 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 + 3n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(15点)

★★
28 数列 $\frac{1}{1 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 7}, \frac{1}{7 \cdot 10}, \frac{1}{10 \cdot 13}, \dots$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。(15点)

★★
29 和 $S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 + \dots + n \cdot 3^{n-1}$ を計算せよ。(20点)

1 1 種々の数列 (5)	数学B	50
---------------	-----	----

★★
30 数列 $1, 1+5, 1+5+9, 1+5+9+13, \dots$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。(15点)

★★
31 数列 $\{a_n\}$ を $1, 3, 7, 15, 31, 63, \dots$ とする。

(1) 一般項 a_n を求めよ。(10点)

(2) 初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。(5点)

★★
32 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n(n+1)(n+2)$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) 一般項 a_n を求めよ。(10点)

(2) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ を求めよ。(10点)

1 2 種々の数列 (6)	数学B	50
---------------	-----	----

★★
33 和 $S=1+\frac{3}{2}+\frac{5}{2^2}+\frac{7}{2^3}+\cdots+\frac{2n-1}{2^{n-1}}$ を計算せよ。(15点)

★★
34 偶数の列を、次のように1個、2個、3個、……の群に分ける。
{2}, {4, 6}, {8, 10, 12}, {14, 16, 18, 20}, ……

- (1) 第 n 群の最初の数を求めよ。(10点)

- (2) 第 n 群に含まれる数の和を求めよ。(10点)

- (3) 300 は第何群の何番目に並ぶ数か。(15点)

13 漸化式 (1)	数学B	50
------------	-----	----

★ **35** 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(5点×2)

(1) $a_1=1, a_{n+1}-a_n=2$

(2) $a_1=2, a_{n+1}=-3a_n$

★ **36** 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(10点×2)

(1) $a_1=2, a_{n+1}-a_n=n$

(2) $a_1=1, a_{n+1}-a_n=5^n$

★ **37** $a_1=3, a_{n+1}=2a_n-1$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(20点)

(月 日) 得点

1 4 漸化式 (2)

数学B

50

★
38 $a_1=2, a_{n+1}=a_n+n+2$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(15点)

★
39 $a_1=1, 2a_{n+1}=a_n+4$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(15点)

★★
40 $a_1=\frac{1}{2}, \frac{1}{a_{n+1}}=\frac{3}{a_n}+2$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(20点)

15 漸化式 (3)	数学B	50
------------	-----	----

★★
41 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{9a_n + 4}$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(25点)

★★★
42 $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_{n+2} + 5a_{n+1} - 6a_n = 0$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(25点)

16	数学的帰納法 (1)	数学B	50
----	------------	-----	----

★
43 数学的帰納法を用いて、次の等式を証明せよ。(25点)

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

★
44 n は自然数とする。 $10^n - 1$ は9の倍数であることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。(25点)

17	数学的帰納法 (2)	数学B	50
----	------------	-----	----

★
45 n は自然数とする。 $1+3+3^2+\dots+3^{n-1}=\frac{3^n-1}{2}$ が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証

明せよ。(25点)

★★
46 n を3以上の自然数とする。不等式 $3^n > 8n$ が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

(25点)

(月 日) 得点

18 数学的帰納法 (3)

数学B / 50

★★

47 n は自然数とする。 $5^n - 2^n$ は 3 の倍数であることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。(25 点)

★★

48 $a_1 = 1$, $a_{n+1} + a_n = 4n$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を推測して、それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。(25 点)

19 漸化式 (1)	数学B	/ 50
------------	-----	------

★★
49 数列 $\{a_n\}$ が $a_1=3, a_{n+1}=2a_n+3^{n+1}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を満たすとき、一般項 a_n を求めよ。
 (20点) [信州大]

★★★
50 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、 $2S_{n+1}-5S_n+3S_{n-1}=1$ ($n \geq 2$) が成り立つ。ただし、 $a_1=\frac{1}{2}, a_2=\frac{5}{4}$ である。このとき、 $a_{n+1}=\text{ア}\square a_n + \text{イ}\square$ ($n \geq 1$) となり、この数列の一般項は、 $a_n=\text{ウ}\square$ ($n \geq 1$) と表される。また、 S_n を a_n と n で表すと、 $S_n=\text{エ}\square a_n - n$ ($n \geq 1$) である。(ア)(イ) 各5点 (ウ)(エ) 各10点
 [西南学院大]

20 漸化式 (2)	数学B	/ 50
------------	-----	------

★★★
51 $a_1=1, b_1=3, a_{n+1}=3a_n+b_n, b_{n+1}=2a_n+4b_n$ で定められている数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ がある。

[三重大]

(1) $a_{n+1}+\alpha b_{n+1}=\beta(a_n+\alpha b_n)$ を満たす α, β の組を 2 組求めよ。(10 点)

(2) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。(15 点)

★★★
52 四角形 ABCD を底面とする四角錐 OABCD を考える。点 P は時刻 0 では頂点 O にあり、1 秒ごとに次の規則に従ってこの四角錐の 5 つの頂点のいずれかに移動する。

規則：点 P のあった頂点と 1 つの辺によって結ばれる頂点の 1 つに、等しい確率で移動する。

このとき、 n 秒後に点 P が頂点 O にある確率を求めよ。(25 点) [京都大]

2 1 演習問題 数列 (1)

数学B / 50

★★
53 第 10 項が 81, 第 25 項が 51 の等差数列 $\{a_n\}$ がある。

[広島工大]

(1) 一般項 a_n を求めよ。(10 点)

(2) 初項から第 n 項までの和を S_n とする。 S_n が最大になるときの n とそのときの S_n の値を求めよ。(10 点)

★★
54 (1) 和 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{9 \times 11}$ を求めよ。(15 点)

[関東学院大]

(2) 和 $\sum_{k=1}^n k 2^k$ を求めよ。(15 点)

[信州大]

22	演習問題 数列 (2)	数学B	50
----	-------------	-----	----

★★
55 (1) 漸化式 $\begin{cases} a_1=3 \\ a_{n+1}=a_n+6(n+1) \end{cases} (n \geq 1)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について、その一般項を求めよ。
(10点) [信州大]

(2) $a_1=3, a_n=5a_{n-1}-4 (n=2, 3, 4, \dots)$ で決まる数列 $\{a_n\}$ に対して、 $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。
(15点) [東北学院大]

★★
56 実数 a が $a \geq 2$ を満たすとする。すべての自然数 n に対して $a^n \geq an$ が成り立つことを示せ。
(25点) [津田塾大]

23 演習問題 数列 (3)

数学B / 50

★★

57 異なる数 x, y について、数列 $\sqrt{3}, x, y$ は等差数列で、数列 $x, \sqrt{3}, y$ は等比数列であるとき、 $x = \sqrt{\quad}$ で、等比数列の公比は $\sqrt{\quad}$ である。(20点) [福岡大]

★★★

58 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、関係式 $S_n = 2a_n + n$ が成り立っている。

(10点×3) [宮崎大]

(1) $n \geq 2$ のとき、 a_n を a_{n-1} を用いて表せ。

(2) $n \geq 1$ のとき、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおく。 b_n を n を用いて表せ。

(3) a_n を n を用いて表せ。

24 演習問題 数列 (4)	数学B	50
----------------	-----	----

★★
59

数列の項が、次のように第 m 群は m 個の数からなるように分けられている。

1 | 3, 5 | 7, 9, 11 | 13, 15, 17, 19 | 21, 23, 25, 27, 29 | 31, ……

(1) 第 17 群の最後の数を求めよ。(15 点)

[昭和薬大]

(2) 第 17 群の 17 個の数の和を求めよ。(10 点)

★★★
60

n を 2 以上の自然数とすると、 $n^7 - n$ が 7 の倍数であることを数学的帰納法によって証明せよ。

(25 点) [日本女子大]

25 演習問題 数列 (5)

数学B / 50

★★

61 数列 $\{a_n\}$ は初項 1, 公比 5 の等比数列である。 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq 10^{100}$ を満たす最小の n を求めよ。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。(25点) [学習院大]

★★★

62 (1) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{1}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{2}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt[4]{n+1}+\sqrt[4]{n}}$ を求めよ。(10点) [小樽商大]

(2) $\{a_n\}$ を初項 27, 公比 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ の等比数列とするとき, 和 $\sum_{k=1}^n \log_3 a_k$ を求めよ。(15点) [山口大]

26 演習問題 数列 (6)	数学B	/ 50
----------------	-----	------

★★

63 自然数 n に対して、 $(1 + \sqrt{5})^n = a_n + b_n\sqrt{5}$ となるように整数 a_n, b_n を定める。

このとき、 a_{n+1} を a_n と b_n を用いて表すと、 $a_{n+1} = \text{ア}$ □である。

また、 $c_n = (a_n)^2 - 5(b_n)^2$ とおいたとき、数列 $\{c_n\}$ の一般項を n を用いて表すと、 $c_n = \text{イ}$ □である。
(10点×2) [福岡大]

★★★

64 $a_1 = 2, \frac{a_{n+1}}{2a_n} = 4^{n+1} (n = 1, 2, 3, \dots)$ で与えられる数列について、 $b_n = \log_2 a_n$ において、数列 $\{b_n\}$ に関する漸化式を求めると、 $b_{n+1} = b_n + \text{ア}$ □ + イ □となる。

この漸化式より、 b_n を n で表すと、 $b_n = n^2 + \text{ウ}$ □ $n + \text{エ}$ □となる。この結果から、 $a_n = 2^{166}$ となるのは $n = \text{オ}$ □のときである。(6点×5) [立命館大]

27 センター試験過去問 (1) 数学B 20

★★★
65 s を定数とし、数列 {a_n} を次のように定義する。

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{2a_n + s}{a_n + 2} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \dots\dots \textcircled{1}$$

(1) s=4 とする。a₂=、a₁₀₀= である。

(2) s=0 とする。b_n= $\frac{1}{a_n}$ とおくと、b₁= である。

さらに、b_n と b_{n+1} は関係式 b_{n+1}=b_n+ $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ を満たすから、{a_n} の一般項は

$$a_n = \frac{\text{カ}}{n + \text{キ}}$$

(3) s=1 とする。c_n= $\frac{1+a_n}{1-a_n}$ とおくと、c₁= である。

さらに、c_n と c_{n+1} の関係式を求め、数列 {c_n} の一般項を求めることにより、{a_n} の一般項は

$$a_n = \frac{\text{ケ}}{\text{サ}} - \frac{\text{コ}}{\text{シ} + 1}$$

ただし、 については、当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つ選べ。

- ① n-2 ② n-1 ③ n ④ n+1 ⑤ n+2

(4) (3) の数列 {c_n} について $\sum_{k=1}^n c_k c_{k+1} = \frac{\text{スセ}}{\text{ソ}} (\text{タ}^n - 1)$ である。

次に、(3) の数列 {a_n} について考える。s=1 であることに注意して、① の漸化式を変形すると

$$a_n a_{n+1} = \text{チ} (a_n - a_{n+1}) + \text{ツ}$$

$$\text{ゆえに } \sum_{k=1}^n a_k a_{k+1} = \text{テ} + \frac{\text{ト}}{\text{サ} + \text{ニ}}$$

ただし、 と については、当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つずつ選べ。

同じものを選んでもよい。

- ① n-2 ② n-1 ③ n ④ n+1 ⑤ n+2

(得点の配点は答冊子を参照)

[18 センター試験追試]

28 センター試験過去問 (2) 数学B 20

★★★
66

初項が 3、公比が 4 の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする。また、数列 $\{T_n\}$ は、初項が -1 であり、 $\{T_n\}$ の階差数列が数列 $\{S_n\}$ であるような数列とする。

(1) $S_2 = \boxed{\text{アイ}}$, $T_2 = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $\{S_n\}$ と $\{T_n\}$ の一般項は、それぞれ

$$S_n = \boxed{\text{エ}}^{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}$$

$$T_n = \frac{\boxed{\text{キ}}^{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}} - n - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{ク}}$ については、当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つずつ選べ。同じものを選んでよい。

- ① $n-1$ ② n ③ $n+1$ ④ $n+2$ ⑤ $n+3$

(3) 数列 $\{a_n\}$ は、初項が -3 であり、漸化式

$$na_{n+1} = 4(n+1)a_n + 8T_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。 $\{a_n\}$ の一般項を求めよう。

そのために、 $b_n = \frac{a_n + 2T_n}{n}$ により定められる数列 $\{b_n\}$ を考える。 $\{b_n\}$ の初項は $\boxed{\text{シス}}$ である。

$\{T_n\}$ は漸化式

$$T_{n+1} = \boxed{\text{セ}} T_n + \boxed{\text{ソ}} n + \boxed{\text{タ}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たすから、 $\{b_n\}$ は漸化式

$$b_{n+1} = \boxed{\text{チ}} b_n + \boxed{\text{ツ}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たすことがわかる。よって、 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{テト}} \cdot \boxed{\text{チ}}^{\boxed{\text{ナ}}} - \boxed{\text{ニ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ナ}}$ については、当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つ選べ。

- ① $n-1$ ② n ③ $n+1$ ④ $n+2$ ⑤ $n+3$

したがって、 $\{T_n\}$ 、 $\{b_n\}$ の一般項から $\{a_n\}$ の一般項を求めると

$$a_n = \frac{\boxed{\text{ヌ}} (\boxed{\text{ネ}} n + \boxed{\text{ノ}}) \boxed{\text{チ}}^{\boxed{\text{ナ}}} + \boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である。

(得点の配点は答冊子を参照)

[19 センター試験]