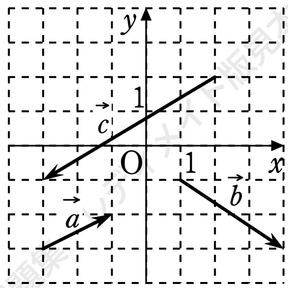
内容見本用 目次

実際の書籍には，これと同内容のものが表紙裏に入ります。

得　点
／50

1　ベクトルの成分 (1)　数学C

★
1　右の図のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を，それぞれ成分表示せよ。また，各ベクトルの大きさを求めよ。(4点×3)



★
2　$\vec{a}=(2,\ -1)$，$\vec{b}=(-4,\ 3)$ であるとき，次のベクトルを成分で表せ。また，その大きさを求めよ。

((1)(2) 各4点，(3)(4) 各5点)

(1)　$3\vec{a}$

(2)　$-2\vec{b}$

(3)　$\vec{a}+\vec{b}$

(4)　$-5\vec{a}+3\vec{b}$

★
3　3点 A(1，3)，B(5，-2)，C(-4，3) について，次のベクトルを成分で表せ。また，その大きさを求めよ。(5点×4)

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}$

（　月　日）

得　点
／50

2　ベクトルの成分 (2)　数学C

★
4　$\vec{a}=(3,\ -1)$，$\vec{b}=(2,\ 3)$ とする。(10 点×2)

(1)　$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを求めよ。

(2)　$2\vec{a}-3\vec{b}$ を成分で表せ。また，その大きさを求めよ。

★★
5　4 点 A$(3,\ -3)$，B$(2,\ 1)$，C$(x,\ -2)$，D$(4,\ y)$ を頂点とする四角形 ABCD が平行四辺形となるように，x，y の値を定めよ。(10 点)

★★
6　$\vec{a}=(1,\ -2)$，$\vec{b}=(-1,\ 4)$ であるとき，次の問いに答えよ。(10 点×2)

(1)　$\vec{c}=(2,\ -3)$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

(2)　$\vec{d}=(3,\ p)$ が $\vec{a}$ に平行になるように定数 p の値を定めよ。

（　月　日）

得　点
/50

3　ベクトルの成分 (3)　　数学C

★★
7　$\vec{a}=(1,\ 1)$，$\vec{b}=(-1,\ 3)$ であるとき，次のベクトルを求めよ。((1) 5点　(2) 10点)

(1)　$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトル

(2)　$2\vec{a}-\vec{b}$ と平行な単位ベクトル

★★
8　$\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(3,\ 4)$ に対して，$\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$ (t は実数) とする。((1) 5点　(2) 10点)

(1)　$|\vec{c}|=\sqrt{10}$ を満たす t の値を求めよ。

(2)　$|\vec{c}|$ の最小値とそのときの t の値を求めよ。

★★
9　3つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ に対し，$\vec{a}=(3,\ 5)$，$\vec{b}=(4,\ 2)$ とする。$\vec{c}$ が $2\vec{a}-3\vec{b}$ に平行で，$|\vec{c}|=\sqrt{13}$ であるとき，$\vec{c}$ を求めよ。(20点)

（　月　日）

得　点
/50

4　ベクトルの内積 (1)　数学C

★
10　2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，大きさとなす角 θ が，それぞれ次のように与えられたとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を求めよ。(5 点×4)

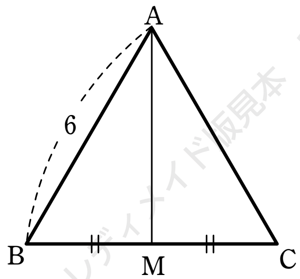
(1)　$|\vec{a}|=6$，$|\vec{b}|=7$，$\theta=45^\circ$

(2)　$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=4$，$\theta=60^\circ$

(3)　$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=5$，$\theta=120^\circ$

(4)　$|\vec{a}|=8$，$|\vec{b}|=6$，$\theta=150^\circ$

★
11　右の図の正三角形 ABC において，辺 BC の中点を M とする。このとき，次の内積を求めよ。(5 点×4)



(1)　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

(2)　$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AM}$

(3)　$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BC}$

(4)　$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$

★
12　次の 2 つのベクトルのなす角を求めよ。(5 点×2)

(1)　$\vec{a}=(3,\ 1)$，$\vec{b}=(2,\ 4)$

(2)　$\vec{a}=(2,\ -1)$，$\vec{b}=(-2+\sqrt{3},\ 1+2\sqrt{3})$

（　月　日）

得　点
/50

５　ベクトルの内積 (2)　数学Ｃ

★★
13　(1)　ベクトル $\vec{a}=(5,\ 4)$ に垂直な単位ベクトル $\vec{e}$ を求めよ。(10 点)

(2)　2 つのベクトル $\vec{a}=(1,\ 1)$ と $\vec{b}=(1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3})$ のなす角を求めよ。(10 点)

★★
14　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=\sqrt{13}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=5$ のとき，$|\vec{a}-2\vec{b}|$ の値を求めよ。(10 点)

★★
15　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{6}$ のとき，次の値を求めよ。(10 点×2)

(1)　$\vec{a}\cdot\vec{b}$

(2)　$|\vec{a}-\vec{b}|$

得　点
／50

６　ベクトルの内積 (3)　数学Ｃ

★★
16　$\vec{a}=(-1,\ \sqrt{3})$ に垂直な単位ベクトル $\vec{e}$ を求めよ。(15 点)

★★
17　(1)　$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=1$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{13}$ のとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を求めよ。(10 点)

(2)　$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-4\vec{b}|=7$ であるとき，$\vec{a}+t\vec{b}$ と $\vec{a}+\vec{b}$ が垂直になるように，t の値を定めよ。(10 点)

★★
18　$\triangle$OAB において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。$|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=4$，$|\vec{a}+\vec{b}|=5$ のとき，$\triangle$OAB の面積を求めよ。(15 点)

（　月　日）

得　点
／50

7　位置ベクトルと図形 (1)　数学C

★
19　2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を次の比に内分する点，外分する点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。(5 点×3)

(1)　5 : 3

(2)　4 : 7

(3)　1 : 5

★
20　△ABC において，辺 BC を 3 : 1 に内分する点を D，外分する点を E とし，△ABC の重心を G とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。(5 点×4)

(1)　$\overrightarrow{AD}$

(2)　$\overrightarrow{AE}$

(3)　$\overrightarrow{BD}$

(4)　$\overrightarrow{GD}$

★
21　3 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$，C$(\vec{c})$ を頂点とする △ABC において，辺 BC，CA，AB を 1 : 4 に内分する点を，それぞれ D，E，F とする。等式 $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\vec{0}$ が成り立つことを証明せよ。(15 点)

(　　月　　日)

得　点
／50

8　位置ベクトルと図形 (2)　　数学C

★★
$\boxed{22}$ △ABC の辺 AB, AC をそれぞれ 1 : 2, 2 : 3 に内分する点を D, E とする。線分 BE, CD をそれぞれ 10 : 3, 9 : 4 に内分する点は同じ点であることを証明せよ。(15 点)

★★
$\boxed{23}$ 平面上に点 P と △ABC がある。$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AB}$ が成り立つとき，△ABP : △BCP を求めよ。(15 点)

★★
$\boxed{24}$ 平行四辺形 ABCD の対角線 BD の 3 等分点を，B に近い方から順に E, F とする。このとき，四角形 AECF は平行四辺形であることをベクトルを用いて証明せよ。(20 点)

9　位置ベクトルと図形 (3)　数学C

★★
25　△ABC の辺 BC，CA，AB を 3 : 2 に内分する点をそれぞれ D，E，F とする。このとき，△DEF の重心は △ABC の重心と一致することを証明せよ。(15 点)

★★
26　OA＝7，OB＝3，AB＝5 である △OAB の内心を I，∠AOB の二等分線と辺 AB の交点を D とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。(10 点)

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OI}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。(10 点)

★★★
27　△ABC と点 P について，等式 $2\overrightarrow{\mathrm{PA}}+3\overrightarrow{\mathrm{PB}}+4\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0}$ が成り立っているとき，点 P はどのような位置にあるか。(15 点)

（　月　日）

得　点
／50

１０　ベクトルの図形への応用 (1)　　数学Ｃ

★
28　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=4\vec{a}-3\vec{b}$ であるとき，点 P は直線 AB 上にあることを証明せよ。ただし，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\not\parallel\vec{b}$ とする。(15 点)

★
29　3 点 A$(4,\ 3)$，B$(7,\ 1)$，C$(x,\ -1)$ が一直線上にあるとき，x の値を求めよ。(15 点)

★
30　$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\not\parallel\vec{b}$ とする。次の等式を満たす実数 s，t の値を求めよ。

(1)　$3\vec{a}+s\vec{b}=t\vec{a}-2\vec{b}$　(5 点)

(2)　$2s\vec{a}+(5-4t)\vec{b}=\vec{0}$　(5 点)

(3)　$\vec{c}=\vec{a}+3\vec{b}$，$\vec{d}=4\vec{a}-5\vec{b}$ のとき　$s\vec{c}+t\vec{d}=16\vec{a}-3\vec{b}$　(10 点)

得　点
／50

１１　ベクトルの図形への応用 (2)　数学C

★
31　3 点 A $(2,\ x)$, B $(x,\ 0)$, C $(-1,\ 12)$ が一直線上にあるように x の値を定めよ。(15 点)

★★
32　平行四辺形 ABCD において，辺 AB を 3 : 2 に内分する点を E，対角線 BD を 2 : 5 に内分する点を F とする。3 点 E，F，C は一直線上にあることを示し，EF : FC を求めよ。(20 点)

★★
33　△ABC の辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D，辺 BC の中点を M とし，AM と CD の交点を E とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ とおくとき，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。(15 点)

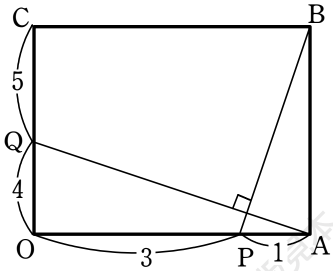
（　月　日）

得　点
／50

１２　ベクトルの図形への応用 (2)　数学C

★★
34　△OAB において，辺 OA を 2 : 3 に内分する点を D，辺 OB を 4 : 1 に内分する点を E，辺 AB を 6 : 1 に外分する点を F とする。3 点 D，E，F は一直線上にあることを証明せよ。(15 点)

★★
35　右の図の長方形 OABC において，OA＝4，OC＝3，OP : PA＝3 : 1，OQ : QC＝4 : 5 とするとき，BP⊥AQ であることを証明せよ。(15 点)



★★
36　△OAB において，辺 OA を 2 : 1 に内分する点を C，辺 OB を 3 : 2 に内分する点を D，辺 AB の中点を E とし，2 つの線分 BC，DE の交点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。(20 点)

(月 日)

得点
/50

13 ベクトル方程式 (1) 数学C

★
37 点 A (5, −6) を通りベクトル $\vec{d}=(2,\ -3)$ に平行な直線 g が，x 軸と交わる点を B，y 軸と交わる点を C とする。

(1) B の座標を求めよ。(10 点)

(2) C の座標を求めよ。(10 点)

★
38 次の直線を，媒介変数 t を用いて表せ。また，t を消去した式を求めよ。

(1) 点 A (5, 2) を通り，$\vec{d}=(3,\ 1)$ に平行な直線 (5 点)

(2) 2 点 A (1, 2)，B (6, 4) を通る直線 (10 点)

★
39 次のような直線，円の方程式を，ベクトルを利用して求めよ。

(1) 点 A (7, −2) を通り，$\vec{n}=(4,\ 3)$ が法線ベクトルである直線 (5 点)

(2) 中心 C (4, 5)，半径 6 の円 (10 点)

(　月　日)

得　点
／50

１４　ベクトル方程式 (2)　数学C

★
40　次のような直線の方程式を，ベクトルを利用して求めよ。(10 点×2)

(1)　点 A$(1,\ 4)$ を通り，2 点 B$(2,\ 1)$，C$(5,\ 3)$ を通る直線に平行な直線。

(2)　点 A$(5,\ -2)$ を通り，OA に垂直な直線。ただし，O は原点とする。

★★
41　次のような円の方程式を，ベクトルを利用して求めよ。

(1)　中心 C$(6,\ -3)$，半径 $\sqrt{7}$ の円　(5 点)

(2)　2 点 A$(1,\ 2)$，B$(5,\ 6)$ を直径の両端とする円　(10 点)

★★
42　点 A$(-1,\ 1)$ から直線 $x-2y+2=0$ に垂線を引き，交点を H とする。

(1)　$\vec{n}=(1,\ -2)$ に対して，$\overrightarrow{\mathrm{AH}}=k\vec{n}$ を満たす実数 k の値を求めよ。(10 点)

(2)　点 H の座標を求めよ。(5 点)

（　月　日）

得点
/50

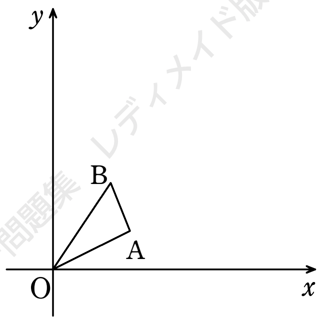
１５　ベクトル方程式 (3)　数学Ｃ

★★
43　2 直線 $2x-3y+1=0$ …… ①，$5x-y-4=0$ …… ② のなす角 α を求めよ。ただし，$0°\leqq\alpha\leqq 90°$ とする。(15 点)

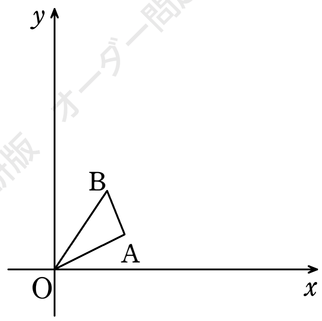
★★★
44　△ABC と，△ABC の重心 G とは異なる点 O がある。点 P が $\left|3\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right|=3$ を満たしているとき，点 P はどのような図形を描くか。(15 点)

★★★
45　△OAB に対し，s，t は実数の変数とし，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。次の各場合に点 P の存在範囲を図示せよ。(10 点×2)

(1)　$s+t=2$



(2)　$3s+2t\leqq 6$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$



（　月　　日）

得　点
／50

１６　空間座標とベクトルの成分 (1)　数学Ｃ

★
46　$\vec{a}=(2,\ 0,\ -1)$，$\vec{b}=(3,\ -1,\ -2)$ であるとき，次のベクトルを成分で表せ。また，その大きさを求めよ。(5 点×3)

(1)　$4\vec{a}$

(2)　$-2\vec{a}+\vec{b}$

(3)　$2(3\vec{a}-2\vec{b})$

★
47　2 点 A (1，2，3)，B (2，3，4) から等距離にあって，x 軸上にある点 P の座標を求めよ。(15 点)

★
48　次の球面の方程式を求めよ。(10 点×2)

(1)　中心が (2，-6，1)，半径が 3 の球面

(2)　原点を中心とし，点 A (-3，1，5) を通る球面

（　月　日）

得　点
／50

１７　空間座標とベクトルの成分 (2)　数学C

★
49 4点 A(1, 5, −2), B(3, 1, 2), C(0, 4, −1), D を頂点とする四角形 ABCD が平行四辺形であるとき，頂点 D の座標を求めよ。(10点)

★
50 3点 O(0, 0, 0), A(1, −1, 1), B(2, 2, 1) から等距離にあって，zx 平面上にある点 P の座標を求めよ。(15点)

★★
51 (1) 2点 A(−1, 2, 0), B(3, 2, −4) を直径の両端とする球面の方程式を求めよ。(15点)

(2) 球面 $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=10$ が xy 平面と交わってできる円の中心の座標と半径を求めよ。(10点)

（　月　日）

得　点
／50

18　空間座標とベクトルの成分 (3)　　数学C

★
52　$\vec{a}=(-2,\ 5,\ 4)$，$\vec{b}=(1,\ -2,\ 1)$，$\vec{c}=(0,\ 1,\ 2)$ のとき，$\vec{d}=(2,\ -6,\ 2)$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。(15 点)

★★
53　$\vec{a}=(1,\ 2,\ 3)$，$\vec{b}=(2,\ -1,\ 1)$ とする。ベクトル $\vec{a}+t\vec{b}$ の大きさが最小となるような，実数 t の値と，そのときの最小値を求めよ。(15 点)

★★
54　中心が $(-2,\ 0,\ a)$，半径が 4 の球面が，xy 平面と交わってできる円の半径が 3 であるとき，a の値を求めよ。(20 点)

（　月　日）

得　点
/50

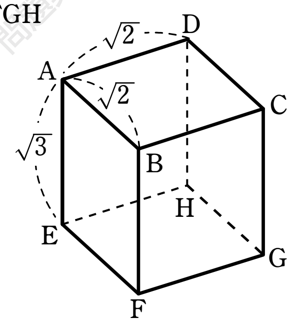
１９　空間ベクトルの内積 (1)　　数学C

★
55 $\vec{a}=(1,\ -1,\ 1)$，$\vec{b}=(1,\ \sqrt{6},\ -1)$ について，内積とそのなす角 θ を求めよ。(15 点)

★
56 (1) $\vec{a}=(1,\ 2,\ -3)$，$\vec{b}=(-2,\ 1,\ 3)$ について，内積 $(3\vec{a}-2\vec{b})\cdot(2\vec{a}+3\vec{b})$ を求めよ。(10 点)

(2) $\vec{a}=(1,\ y,\ z)$ が $\vec{b}=(1,\ 2,\ 3)$，$\vec{c}=(-2,\ 1,\ 1)$ の両方に垂直になるように，y，z の値を定めよ。(10 点)

★
57 右の図のような $\mathrm{AB}=\mathrm{AD}=\sqrt{2}$，$\mathrm{AE}=\sqrt{3}$ の直方体ABCD－EFGH において，次の内積を求めよ。(5 点×3)



(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CF}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{GE}}$

（　月　　日）

得　点
／50

２０　空間ベクトルの内積 (2)　数学C

★
58　$\vec{a}=(2,\ 1,\ -3)$，$\vec{b}=(1,\ -2,\ 1)$ の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。(20 点)

★★
59　3 点 A$(4,\ 0,\ 1)$，B$(2,\ -2,\ -3)$，C$(4,\ -2,\ -1)$ を頂点とする $\triangle$ABC において，次のものを求めよ。(15 点×2)

(1)　$\angle$B の大きさ

(2)　$\triangle$ABC の面積 S

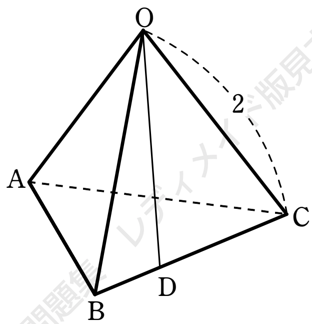
（　月　日）

得点
／50

２１　空間ベクトルの内積 (3)　数学C

★
60　3 点 A(3, 2, 3), B(5, 1, 2), C(3, −1, 6) を頂点とする △ABC の 3 つの内角の大きさを求めよ。(25 点)

★★
61　1 辺の長さが 2 の正四面体 OABC において，辺 BC を 1 : 2 に内分する点を D とする。次の値を求めよ。



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}$　(10 点)

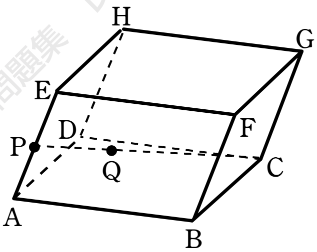
(2)　$\cos\angle\mathrm{AOD}$　(15 点)

２２　空間ベクトルと図形 (1)　数学Ｃ

★
62　3 点 A $(2,\ -1,\ 5)$，B $(4,\ 3,\ -7)$，C $(5,\ 5,\ -13)$ が一直線上にあることを証明せよ。(15 点)

★
63　4 点 O $(0,\ 0,\ 0)$，A $(1,\ 2,\ 3)$，B $(-1,\ 3,\ -2)$，C $(x,\ 12,\ 5)$ が同じ平面上にあるとき，x の値を求めよ。(15 点)

★
64　平行六面体 ABCD − EFGH において，辺 AE の中点を P，線分 CP を 2 : 1 に内分する点を Q とする。(10 点×2)



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{c}$ を用いて表せ。

(2)　AQ : QG を求めよ。

（　月　日）

得　点
／50

２３　空間ベクトルと図形 (2)　数学C

★
65　3 点 A$(1,\ 4,\ 3)$，B$(3,\ -1,\ 2)$，C$(2,\ x,\ y)$ が一直線上にあるとき，x，y の値を求めよ。(20 点)

★★
66　四面体 OABC において，辺 OA の中点を M，△MBC の重心を G とし，直線 OG と平面 ABC の交点を H とする。このとき，$\overrightarrow{OH}$ を $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。(30 点)

（　　月　　日）

得　点
／50

２４　空間ベクトルと図形 (3)　数学Ｃ

★★
67　四面体 ABCD において，辺 AB，CD の中点をそれぞれ M，N とし，線分 MN の中点を P とする。△BCD の重心を G とするとき，3 点 A，P，G が一直線上にあることを証明せよ。(20 点)

★★
68　3 点 A(0，−1，0)，B(2，0，0)，C(0，0，1) が定める平面 α に原点 O から垂線 OH を下ろす。

(1)　$\overrightarrow{OH}$ を $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。(20 点)

(2)　点 H の座標を求めよ。(10 点)

得点
/50

２５　位置ベクトルと図形　数学C

★★★
69　三角形 ABC の内部に点 P があり，$4\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ を満たしている。〔神戸薬大〕

(1)　$\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ の式で表せ。(5 点)

(2)　面積比 △PAB : △PBC : △PCA を求めよ。(10 点)

★★★
70　正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とする。線分 AD と線分 BE の交点を O，線分 OC の中点を G，線分 OE の中点を H とするとき，ベクトル $\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BG}$，$\overrightarrow{GH}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(5 点×3)　〔類　武蔵工大〕

★★★
71　△OAB において，OA : OB＝2 : 3 であり，辺 OB 上の点 D は OD＝OA を満たしている。∠AOB の二等分線と AD，AB の交点をそれぞれ E，F とする。$\vec{a}=\overrightarrow{OA}$，$\vec{b}=\overrightarrow{OB}$ とおくとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。〔類　香川大〕

(1)　$\overrightarrow{OE}$　(10 点)

(2)　$\overrightarrow{OF}$　(5 点)

(3)　$\overrightarrow{AF}$　(5 点)

（　月　日）

得　点
／50

２６　ベクトル方程式　数学Ｃ

★★★
$\boxed{72}$ △ABC を 1 辺の長さが 1 の正三角形とする。△ABC を含む平面上の点 P が
$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BP}}-\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=0$ を満たして動くとき，P が描く図形を求めよ。(25 点)　〔埼玉大〕

★★★
$\boxed{73}$ O を原点とする座標平面上に 2 点 A(1, 1), B(3, −1) がある。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。　〔類 金沢大〕

(1)　t が $0\leqq t\leqq 2$ を満たしながら変化するとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{a}+t\vec{b}$ で定められる点 P の動く範囲を図示せよ。(10 点)

(2)　s，t が $1\leqq s\leqq 3$，$0\leqq t\leqq 2$ を満たしながら変化するとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ で定められる点 Q の動く範囲の面積を求めよ。(15 点)

得　点
／50

２７　演習問題　平面上のベクトル (1)　数学Ｃ

★★
74　$\vec{a}=(-3,\ 4)$，$\vec{b}=(1,\ -2)$ のとき，$\vec{a}+\vec{b}$ と同じ向きの単位ベクトルを求めよ。(15 点)　〔湘南工科大〕

★★
75　ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角が $30°$ で，かつ $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$ であるとする。このとき，$\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ア$\square$，$(\vec{a}-\vec{b})\cdot(3\vec{a}+2\vec{b})=$ イ$\square$，$|\vec{a}-\sqrt{3}\,\vec{b}|=$ ウ$\square$ である。(15 点)　〔青山学院大〕

★★
76　三角形 OAB において，OA$=3$，OB$=4$，AB$=2$ とする。三角形 OAB の重心を G，内心を I とするとき，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OI}}$ をベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。(20 点)　〔東京理科大〕

(月 日) | 得 点

28 演習問題 平面上のベクトル (2) 数学C

/50

★★
77 △OAB において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{7}$ のとき，△OAB の面積を求めよ。(15 点) 〔類 慶応大〕

★★
78 △OAB の辺 OA を 1 : 2 に内分する点を C，線分 BC を 3 : 2 に内分する点を P とすると，
$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=$ ア□ $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+$ イ□ $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ である。直線 OP と直線 AB の交点を Q とすると，
$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=$ ウ□ $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+$ エ□ $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ である。(5 点×4) 〔同志社大〕

★★
79 平面上に三角形 ABC がある。実数 k に対して，点 P が $\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を満たすとする。点 P が三角形 ABC の内部 (辺上を含まない) にあるような k の値の範囲を求めよ。(15 点) 〔福井県大〕

（　月　日）

得　点
／50

２９　演習問題　平面上のベクトル (3)　数学Ｃ

★★
80 ベクトル $\vec{a}=(1,\ 2)$，$\vec{b}=(1,\ 1)$ に対し，ベクトル $t\vec{a}+\vec{b}$ の大きさが 1 となる t の値を求めよ。

(15 点)〔京都産大〕

★★
81 2 つのベクトル $\vec{a}=(4,\ 3)$，$\vec{b}=(-2,\ 1)$ に対し，$\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$ とおく。t が実数全体を動くとき，$|\vec{c}|$ の最小値は $\boxed{}$ である。(15 点)

〔明治薬科大〕

★★
82 平面上に △ABC と点 P があり，等式 $8\overrightarrow{\mathrm{BP}}+5\overrightarrow{\mathrm{AP}}=5\overrightarrow{\mathrm{CP}}+8\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ が成り立つとき，△PAB と △ABC の面積の比を求めよ。(20 点)

〔学習院大〕

（　月　日）

得　点
／50

３０　演習問題　平面上のベクトル (4)　数学C

★★
83　△ABC の重心を G とし，$\overrightarrow{\mathrm{BA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\vec{c}$ とするとき　〔佐賀大〕

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{BG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。(5 点)

(2)　BP : PA＝2 : 3 となる点 P を辺 AB 上にとり，直線 PG と直線 BC が交わる点を Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{BQ}}$ を $\vec{c}$ を用いて表せ。(15 点)

★★
84　半径 1 の円に内接する △ABC において，$|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=\dfrac{6}{5}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=1$ とする。

$\sin A=$ ア［　］であり，△ABC の面積は イ［　］である。((ア) 5 点　(イ) 10 点)　〔芝浦工大〕

★★
85　O を原点，A を定点 (3, 0) とする。点 P(x, y) が条件 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+2\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|$ を満たすように動くとき，点 P の描く軌跡の方程式を求めよ。(15 点)　〔東北学院大〕

３１　センター試験過去問 (1)　数学C

★★★
86　座標平面上に点 A (2, 0) をとり，原点 O を中心とする半径が 2 の円周上に点 B, C, D, E, F を，点 A, B, C, D, E, F が順に正六角形の頂点となるようにとる。ただし，B は第 1 象限にあるとする。

(1)　点 B の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \sqrt{\boxed{\text{イ}}}\right)$，点 D の座標は $\left(-\boxed{\text{ウ}}, 0\right)$ である。

(2)　線分 BD の中点を M とし，直線 AM と直線 CD の交点を N とする。$\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ を求めよう。

$\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ は実数 r, s を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+r\overrightarrow{\mathrm{AM}}$, $\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}+s\overrightarrow{\mathrm{DC}}$ と 2 通りに表すことができる。

ここで $\overrightarrow{\mathrm{AM}}=\left(-\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)$, $\overrightarrow{\mathrm{DC}}=\left(\boxed{\text{ク}}, \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}\right)$ であるから

$r=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$, $s=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

よって $\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\left(-\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \dfrac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)$ である。

(3)　線分 BF 上に点 P をとり，その y 座標を a とする。点 P から直線 CE に引いた垂線と，点 C から直線 EP に引いた垂線との交点を H とする。

$\overrightarrow{\mathrm{EP}}$ が $\overrightarrow{\mathrm{EP}}=\left(\boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}}+\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}\right)$ と表せることにより，H の座標を a を用いて表すと

$\left(\dfrac{\boxed{\text{ニ}}a^{\boxed{\text{ヌ}}}+\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}, \boxed{\text{ハ}}\right)$ である。

さらに，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ のなす角を θ とする。$\cos\theta=\dfrac{12}{13}$ のとき，a の値は $a=\pm\dfrac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

(得点の配点は答冊子を参照)　　[17 センター試験]

（　月　日）　得点　$/20$

３２　センター試験過去問 (2)　数学Ｃ

★★★
87　a を $0<a<1$ を満たす定数とする。三角形 ABC を考え，辺 AB を $1:3$ に内分する点を D，辺 BC を $a:(1-a)$ に内分する点を E，直線 AE と直線 CD の交点を F とする。

$\overrightarrow{\mathrm{FA}}=\vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{FB}}=\vec{q}$，$\overrightarrow{\mathrm{FC}}=\vec{r}$ とおく。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\boxed{\text{ア}}$ であり $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2=|\vec{p}|^2-\boxed{\text{イ}}\,\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ …… ① である。ただし，$\boxed{\text{ア}}$ については，当てはまるものを，次の ⓪ ～ ③ のうちから一つ選べ。

⓪　$\vec{p}+\vec{q}$　　①　$\vec{p}-\vec{q}$　　②　$\vec{q}-\vec{p}$　　③　$-\vec{p}-\vec{q}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{FD}}$ を $\vec{p}$ と $\vec{q}$ を用いて表すと $\overrightarrow{\mathrm{FD}}=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\vec{p}+\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{q}$ …… ② である。

(3)　s，t をそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{FD}}=s\vec{r}$，$\overrightarrow{\mathrm{FE}}=t\vec{p}$ となる実数とする。s と t を a を用いて表そう。

$\overrightarrow{\mathrm{FD}}=s\vec{r}$ であるから，② により $\vec{q}=\boxed{\text{キク}}\,\vec{p}+\boxed{\text{ケ}}\,s\vec{r}$ …… ③ である。

また，$\overrightarrow{\mathrm{FE}}=t\vec{p}$ であるから $\vec{q}=\dfrac{t}{\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}}\vec{p}-\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}}\vec{r}$ …… ④ である。

③ と ④ により $s=\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)}$，$t=\boxed{\text{タチ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)$ である。

(4)　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{BE}}|$ とする。$|\vec{p}|=1$ のとき，$\vec{p}$ と $\vec{q}$ の内積を a を用いて表そう。

① により $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2=1-\boxed{\text{イ}}\,\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ である。

また $|\overrightarrow{\mathrm{BE}}|^2=\boxed{\text{ツ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)^2+\boxed{\text{テ}}\left(\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}\right)\vec{p}\cdot\vec{q}+|\vec{q}|^2$ である。

したがって $\vec{p}\cdot\vec{q}=\dfrac{\boxed{\text{トナ}}-\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(得点の配点は答冊子を参照)　　[18 センター試験]

33　演習問題　空間のベクトル (1)　数学C	得点
	/50

★★
88 3点 A(1, 1, 4), B(2, 1, 5), C(3, −1, 8) がある。このとき，∠BAC と △ABC の面積を求めよ。(20点)　〔関西大〕

★★
89 xyz 空間に2点 A(−1, −1, 0), B(1, 1, 2) をとる。　〔岩手大〕

(1) 点 C(a, 3, $b-1$) が直線 AB 上にあるように，実数 a，b の値を定めよ。(15点)

(2) △ABP が正三角形になるような xy 平面上の点 P の座標をすべて求めよ。(15点)

（　月　日）

得　点
／50

３４　演習問題　空間のベクトル (2)　数学C

★★

90　2 点 $(1,\ 1,\ 3)$，$(3,\ 5,\ 5)$ を通る直線を ℓ とし，原点に最も近い ℓ 上の点を A とする。〔群馬大〕

(1)　点 A の座標を求めよ。(15 点)

(2)　$\mathrm{B}(x,\ y,\ z)$ を ℓ 上の点とする。$x=1$ のとき $\triangle\mathrm{AOB}$ の面積を求めよ。(15 点)

★★

91　四面体 OABC と $3\overrightarrow{\mathrm{PO}}+4\overrightarrow{\mathrm{PA}}+2\overrightarrow{\mathrm{PB}}+3\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0}$ を満たす四面体 OABC の内部の点 P がある。直線 OP と 3 点 A，B，C を含む平面の交点を Q とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおく。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。(20 点)　〔福岡大〕

３５　センター試験過去問 (1)　数学Ｃ

★★★

92 点 O を原点とする座標空間に 4 点 A(6, -1, 1), B(1, 6, 2), P(2, -1, -1), Q(0, 1, -1) がある。3 点 O, P, Q を通る平面を α とし, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$, $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\vec{q}$ とおく。平面 α 上に点 M をとり, $|\overrightarrow{\mathrm{AM}}|+|\overrightarrow{\mathrm{MB}}|$ が最小となるときの点 M の座標を求めよう。

(1) $|\vec{p}|=\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$, $|\vec{q}|=\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。また, $\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角は $\boxed{\text{ウエ}}$° である。

(2) $\vec{p}$ および $\vec{q}$ と垂直であるベクトルの一つとして $\vec{n}=\left(1,\ \boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$ をとる。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を実数 r, s, t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=r\vec{n}+s\vec{p}+t\vec{q}$ の形に表したときの r, s, t を求めよう。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\vec{n}=\boxed{\text{キ}}$, $\vec{n}\cdot\vec{n}=\boxed{\text{ク}}$, $\vec{n}\perp\vec{p}$, $\vec{n}\perp\vec{q}$ であることから, $r=\boxed{\text{ケ}}$ となる。また,

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\vec{p}$, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\vec{q}$ を考えることにより, $s=\boxed{\text{コ}}$, $t=\boxed{\text{サシ}}$ であることがわかる。

同様に, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を実数 u, v, w を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=u\vec{n}+v\vec{p}+w\vec{q}$ の形に表したとき, $u=\boxed{\text{ス}}$ である。

(3) r, s, t を (2) で求めた値であるとし, 点 C は $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-r\vec{n}+s\vec{p}+t\vec{q}$ となる点とする。C の座標は $\left(\boxed{\text{セ}},\ \boxed{\text{ソタ}},\ \boxed{\text{チツ}}\right)$ である。

また, 線分 BC と平面 α との交点は, BC を 3 : $\boxed{\text{テ}}$ に内分する。

$\vec{n}\perp\vec{p}$, $\vec{n}\perp\vec{q}$, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=r\vec{n}+s\vec{p}+t\vec{q}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-r\vec{n}+s\vec{p}+t\vec{q}$ であることにより, 線分 AC は平面 α に垂直であり, その中点は α 上にある。

よって, α 上の点 M について, $|\overrightarrow{\mathrm{AM}}|=|\overrightarrow{\mathrm{CM}}|$ が成り立ち, $|\overrightarrow{\mathrm{AM}}|+|\overrightarrow{\mathrm{MB}}|$ が最小となる M は線分 BC 上にある。

したがって, 求める M の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}},\ \boxed{\text{ノハ}}\right)$ である。

(得点の配点は答冊子を参照)　[18 センター試験追試]

得点
/20

３６　センター試験過去問 (2)　数学Ｃ

★★★
93 四角形 ABCD を底面とする四角錐 OABCD を考える。四角形 ABCD は，辺 AD と辺 BC が平行で，AB＝CD，∠ABC＝∠BCD を満たすとする。

さらに，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ として

$$|\vec{a}|=1,\quad |\vec{b}|=\sqrt{3},\quad |\vec{c}|=\sqrt{5}$$
$$\vec{a}\cdot\vec{b}=1,\quad \vec{b}\cdot\vec{c}=3,\quad \vec{a}\cdot\vec{c}=0$$

であるとする。

(1)　∠AOC＝$\boxed{\text{アイ}}$° により，三角形 OAC の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2)　$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\boxed{\text{オカ}}$，$|\overrightarrow{BA}|=\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$，$|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ であるから，∠ABC＝$\boxed{\text{ケコサ}}$° である。さらに，辺 AD と辺 BC が平行であるから，∠BAD＝∠ADC＝$\boxed{\text{シス}}$° である。よって，$\overrightarrow{AD}=\boxed{\text{セ}}\,\overrightarrow{BC}$ であり

$$\overrightarrow{OD}=\vec{a}-\boxed{\text{ソ}}\,\vec{b}+\boxed{\text{タ}}\,\vec{c}$$

と表される。また，四角形 ABCD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3)　三角形 OAC を底面とする三角錐 BOAC の体積 V を求めよう。

3 点 O，A，C の定める平面 α 上に，点 H を $\overrightarrow{BH}\perp\vec{a}$ と $\overrightarrow{BH}\perp\vec{c}$ が成り立つようにとる。$|\overrightarrow{BH}|$ は三角錐 BOAC の高さである。H は α 上の点であるから，実数 s，t を用いて $\overrightarrow{OH}=s\vec{a}+t\vec{c}$ の形に表される。

$\overrightarrow{BH}\cdot\vec{a}=\boxed{\text{ト}}$，$\overrightarrow{BH}\cdot\vec{c}=\boxed{\text{ト}}$ により，$s=\boxed{\text{ナ}}$，$t=\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。よって，

$|\overrightarrow{BH}|=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ が得られる。したがって，(1) により，$V=\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ であることがわかる。

(4)　(3) の V を用いると，四角錐 OABCD の体積は $\boxed{\text{フ}}\,V$ と表せる。さらに，四角形 ABCD を底面とする四角錐 OABCD の高さは $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

(得点の配点は答冊子を参照)　　［19 センター試験］