

# 内容見本用 目次

実際の書籍には、これと同内容のものが表紙裏に入ります。

ページ	項目名
1	約数と倍数, 素数と素因数分解 (1)
2	約数と倍数, 素数と素因数分解 (2)
3	約数と倍数, 素数と素因数分解 (3)
4	最大公約数と最小公倍数 (1)
5	最大公約数と最小公倍数 (2)
6	最大公約数と最小公倍数 (3)
7	最大公約数と最小公倍数 (4)
8	整数の割り算 (1)
9	整数の割り算 (2)
10	整数の割り算 (3)
11	ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (1)
12	ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (2)
13	ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (3)
14	ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (4)
15	ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (5)
16	いろいろな方程式の整数解 (1)
17	いろいろな方程式の整数解 (2)
18	いろいろな方程式の整数解 (3)
19	記数法 (1)
20	記数法 (2)
21	記数法 (3)
22	ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (1)
23	ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (2)
24	いろいろな方程式の整数解
25	演習問題 数学と人間の活動 (1)
26	演習問題 数学と人間の活動 (2)
27	演習問題 数学と人間の活動 (3)
28	演習問題 数学と人間の活動 (4)
29	演習問題 数学と人間の活動 (5)
30	演習問題 数学と人間の活動 (6)
31	センター試験過去問 (1)
32	センター試験過去問 (2)

1 約数と倍数, 素数と素因数分解 (1)	数学 A	50
-----------------------	------	----

★  
1 次の問いに答えよ。(5点×2)

- (1) 36 の約数をすべて求めよ。
- (2) 23 の正の倍数を小さいものから 5 個求めよ。

★★  
2  $a, b$  は整数とする。次のことを証明せよ。(10点×2)

- (1)  $a, b$  が 5 の倍数ならば,  $2a + 3b$  は 5 の倍数である。

- (2)  $a, a - b$  が 7 の倍数ならば,  $b$  は 7 の倍数である。

★★  
3 4桁の自然数  $536□$  が 9 の倍数であるとき,  $□$  に入る数を求めよ。(10点)

★★  
4 次の問いに答えよ。(5点×2)

- (1) 252 を素因数分解せよ。
- (2) 252 の正の約数の個数を求めよ。

2 約数と倍数, 素数と素因数分解 (2) 数学A / 50

★★  
5  $a, b$  は整数とする。次のことを証明せよ。(15点)

$a, b$  が 5 の倍数ならば,  $a^2 + 4ab + 3b^2$  は 25 の倍数である。

★★  
6 一の位の数わからない 5 桁の自然数  $1852□$  が, 5 の倍数であり, 3 の倍数でもあるとき, 一の位の数を求めよ。(15点)

★★★  
7 次の数が自然数になるような最小の自然数  $n$  を求めよ。(10点×2)

(1)  $\sqrt{126n}$

(2)  $\sqrt{\frac{792}{n}}$

3	約数と倍数, 素数と素因数分解 (3)	数学A	50
---	---------------------	-----	----

★★★  
8 5桁の自然数  $abcde$  が 11 の倍数であるのは,  $a-b+c-d+e$  が 11 の倍数のときであること証明せよ。ただし,  $abcde$  は  $a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10 + e$  を表す。(25点)

★★★  
9 800 以下の自然数のうち, 正の約数が 14 個である数の個数を求めよ。(25点)

4 最大公約数と最小公倍数 (1)	数学A	50
-------------------	-----	----

★ **10** 次の数の組の最大公約数と最小公倍数を求めよ。(15点×2)

(1) 45, 126

(2) 150, 225, 675



★★ **11** 縦 270 cm, 横 396 cm の長方形の場所に, 1 辺の長さ  $a$  cm の正方形のタイルをすき間なく敷き詰めたい。タイルをできるだけ大きくするには,  $a$  の値をいくかにすればよいか。ただし,  $a$  は整数とする。(20点)

( 月 日) 得点

5 最大公約数と最小公倍数 (2)

数学A

50

★★

12 最大公約数が 12, 最小公倍数が 240 である異なる 2 つの自然数  $a, b$  をすべて求めよ。ただし,  $a < b$  とする。(20 点)

★★

13 和が 168, 最大公約数が 14 である 2 つの自然数  $a, b$  の組をすべて求めよ。ただし,  $a < b$  とする。(30 点)

( 月 日)	得 点
数学 A	50

## 6 最大公約数と最小公倍数 (3)

★★

14 次の数の組の最大公約数と最小公倍数を求めよ。(10点×2)

(1) 588, 784

(2) 216, 360, 900

★★

15  $n$  は正の整数とする。 $n$  と 24 の最小公倍数が 792 であるような  $n$  をすべて求めよ。(30点)

7 最大公約数と最小公倍数 (4)

数学A

50

★★

16 最大公約数が 24, 最小公倍数が 720 である 2 つの自然数  $a, b$  の組をすべて求めよ。ただし,  $a < b$  とする。(15 点)

★★

17 積が 5400, 最小公倍数が 360 である 2 つの自然数  $a, b$  の組をすべて求めよ。ただし,  $a < b$  とする。(15 点)

★★★

18 2 つの自然数  $a$  と  $b$  が互いに素であるとき,  $3a + 2b$  と  $7a + 5b$  も互いに素であることを証明せよ。  
(20 点)



( 月 日) 得点

8 整数の割り算 (1)

数学A

50

★★

19  $a, b$  は整数とする。 $a$  を 8 で割ると 5 余り、 $b$  を 8 で割ると 7 余る。このとき、次の数を 8 で割ったときの余りを求めよ。(15 点×2)

(1)  $3a + 2b$

(2)  $a^2 + b^2$

★★

20 連続する 2 つの奇数の 2 乗の差は、8 の倍数であることを証明せよ。(20 点)

( 月 日) 得点

9 整数の割り算 (2)

数学A

50

★★

21

$n$  は自然数とする。243 を  $n$  で割ると 9 余り、383 を  $n$  で割ると 5 余る。このような自然数  $n$  を求めよ。(25 点)

★★

22

$n$  は整数とする。次のことを証明せよ。(25 点)

$n^2 + n$  を 4 で割ったときの余りは、0 か 2 である。

( 月 日) 得点

10 整数の割り算 (3)

数学A

50

★★★  
23

$n$  は整数とする。次のことを証明せよ。(20点)

$5n^3 + n$  は6の倍数である。

★★★  
24

1 から 300 までの自然数の積  $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 300$  を計算すると、末尾には0が連続して何個並ぶか。(20点)

★★★  
25

$8^{100}$  を7で割った余りを求めよ。(10点)

1 1 ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (1) 数学A	50
---------------------------------	----

★ **26** 次の2つの整数の最大公約数を, 互除法を用いて求めよ。(15点×2)

(1) 368, 299

(2) 459, 391



★ **27** 等式  $33x + 7y = 1$  を満たす整数  $x, y$  の組を1つ求めよ。(20点)

( 月 日) 得点

12 ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (2)	数学A	50
----------------------------	-----	----

★  
28 754, 319 の最大公約数を, 互除法を用いて求めよ。(10点)

★★  
29 等式  $49x + 34y = 2$  を満たす整数  $x, y$  の組を 1 つ求めよ。(20点)

★★  
30 方程式  $7x + 2y = 1$  の整数解をすべて求めよ。(20点)

( 月 日) 得点

13 ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (3)	数学A	50
----------------------------	-----	----

★★  
31 方程式  $55x + 23y = 2$  の整数解をすべて求めよ。(25点)

★★  
32 7で割ると4余り, 8で割ると5余るような自然数のうち, 最小のものを求めよ。(25点)

( 月 日) 得点

14 ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (4) 数学A

50

★★  
33

2431, 1054 の最大公約数を, 互除法を用いて求めよ。(15点)

★★  
34

$n$  が自然数のとき,  $3n + 10$  と  $2n + 7$  は互いに素であることを示せ。(15点)

★★  
35

方程式  $9x - 8y = 5$  の整数解をすべて求めよ。(20点)

( 月 日) 得点

15 ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (5) 数学A	50
--------------------------------	----

★★★  
36

5で割ると1余り, 9で割ると8余るような自然数のうち, 3桁で最大のものと最小のものを求めよ。(25点)

★★★  
37

所持金 840 円で 1 個 50 円のお菓子 A と 1 個 80 円のお菓子 B をそれぞれ何個か買う。所持金をちょうど使い切るとき, お菓子 A とお菓子 B をそれぞれ何個買えばよいか。(25 点)



16	いろいろな方程式の整数解 (1)	数学A	50
----	------------------	-----	----

★ **38** 次の等式を満たす自然数  $x$ ,  $y$  の組をすべて求めよ。(1), (2) 各5点 (3), (4) 各10点

(1)  $xy=6$

(2)  $x(y+4)=48$

(3)  $(2x-1)(y-3)=8$

(4)  $(x-2)(3y+1)=20$

★ **39** 次の方程式の整数解をすべて求めよ。(10点×2)

(1)  $x^2 - y^2 = 3$

(2)  $x^2 + xy - 6y^2 = 14$  ( $x > 0$ ,  $y > 0$ )

17	いろいろな方程式の整数解 (2)	数学A	50
----	------------------	-----	----

★★  
40  $2x+3y=33$  を満たす自然数  $x, y$  の組は  $\pi$   組ある。それらのうち  $x$  が 2 桁で最小である組は  $(x, y)=(\iota$  ,  $\upsilon$   ) である。(15点)

★★  
41 次の方程式の整数解をすべて求めよ。(10点×2)

(1)  $xy-3x-2y+3=0$

(2)  $2xy-2x-5y=0$

★★  
42  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$  を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めよ。(15点)

18	いろいろな方程式の整数解 (3)	数学A	50
----	------------------	-----	----

★★  
43 次の等式を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めよ。(15点×2)

(1)  $x^2 - y^2 = 364$

(2)  $x^2 + xy + y^2 = 12$

★★  
44 等式  $4x + 2y + z = 15$  を満たす自然数  $x, y, z$  の組をすべて求めよ。(20点)

( 月 日)	得 点
数学A	50

19 記数法 (1)

★  
45 次の数を 10 進数で表せ。(5 点×3)

(1)  $110101_{(2)}$

(2)  $3112_{(4)}$

(3)  $654_{(7)}$

★  
46 次の 10 進数を [ ] 内の表し方で表せ。(5 点×3)

(1) 50 [2 進法]

(2) 108 [5 進法]

(3) 3549 [8 進法]

★★  
47 次の分数を小数で表したとき, [ ] 内の数字を求めよ。(10 点×2)

(1)  $\frac{14}{27}$  [小数第 50 位]

(2)  $\frac{5}{41}$  [小数第 100 位]

( 月 日)	得 点
数学 A	50

20 記数法 (2)

★★

48 次の10進数を[ ]内の表し方で表せ。(10点×2)

(1) 6357 [7進法]

(2) 0.936 [5進法]

★★

49  $753_{(8)}$ を3進法で表せ。(15点)

★★

50  $\frac{9}{13}$ を小数で表したとき、小数第200位の数字を求めよ。(15点)

21	記数法 (3)	数学A	50
----	---------	-----	----

★★  
51  $\frac{5}{12}, \frac{17}{32}, \frac{43}{90}$  のうち, 有限小数で表されるものをいえ。(15点)

★★  
52 次の計算をせよ。(5点×4)

(1)  $11010_{(2)} + 1101_{(2)}$

(2)  $1202_{(3)} + 121_{(3)}$

(3)  $101101_{(2)} - 11011_{(2)}$

(4)  $32043_{(5)} - 3214_{(5)}$

★★  
53 10進数の64を $n$ 進法で表すと $121_{(n)}$ となるような3以上の自然数 $n$ を求めよ。(15点)

( 月 日) 得点

22 ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (1) 数学A

50

★★★  
54

$4n + 18$  と  $3n + 16$  の最大公約数が 5 となるような 50 以下の自然数  $n$  をすべて求めよ。(15 点)

★★★  
55

$x, y$  が互いに素な自然数であるとき,  $\frac{x+3y}{x+2y}$  は既約分数であることを示せ。(15 点)

★★★  
56

整数  $x, y$  は  $0 \leq x \leq 30, 0 \leq y \leq 30$  の範囲にあるとする。このとき, 方程式  $7x - 13y = 1$  の整数解をすべて求めよ。(20 点)

( 月 日) 得点

23 ユークリッドの互除法, 1次不定方程式 (2) 数学A

50

★★★  
57

5で割ると2余り, 7で割ると4余り, 11で割ると8余るような自然数のうち, 4桁で最小のものを求めよ。



24	いろいろな方程式の整数解	数学A	50
----	--------------	-----	----

★★★  
58  $0 < x \leq y \leq z$  である整数  $x, y, z$  が次の等式を満たしている。 $x, y, z$  の組をすべて求めよ。

- (1)  $xyz + x + y + z = xy + yz + zx + 5$  (2)  $xyz = x + y + z$  (10点×2) [同志社大]

★★★  
59 方程式  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z} = \frac{4}{3}$  …… ① を満たす正の整数の組  $(x, y, z)$  について考える。

- (1)  $x=1$  のとき、正の整数  $y, z$  の組をすべて求めよ。(10点)  
(2)  $x$  のとりうる値を求めよ。(10点) (3) 方程式 ① を解け。(10点) [早稲田大]

25 演習問題 数学と人間の活動 (1)

数学A

50

★★

60 最大公約数が 24 で、最小公倍数が 432 であるような 2 つの自然数  $a, b$  の組  $(a, b)$  をすべて求めよ。ただし、 $a \leq b$  とする。(15 点) [愛媛大]

★★

61  $m$  と  $n$  を正の整数とする。 $n$  を  $m$  で割ると 7 余り、 $n + 13$  は  $m$  で割り切れるとき、 $m$  の値をすべて求めよ。(15 点) [鹿児島大]

★★

62 整数  $n$  に対して、 $2n^3 - 3n^2 + n$  が 6 の倍数であることを示せ。(20 点) [北海道教育大]

26 演習問題 数学と人間の活動 (2)	数学A	50
----------------------	-----	----

★★  
63  $\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 1$  を満たす正の整数の組  $(x, y)$  は  $\square$  組あり、そのうちで  $x$  が最大のものは  $(x, y) = (\text{イ}\square, \text{ウ}\square)$  である。(ア) 10点 (イ)(ウ) 各5点 [上智大]

★★  
64 整数  $a, b$  が  $2a + 3b = 42$  を満たすとき、 $ab$  の最大値を求めよ。(15点) [早稲田大]

★★  
65 9進法で表された7桁の数1234568に8を掛けると、8桁の数11111111となることを示せ。(15点) [京都薬大]

( 月 日) 得点

27 演習問題 数学と人間の活動 (3)

数学A

50

★★

66

$n$  は自然数である。 $n+5$  は3の倍数であり、 $n+3$  は5の倍数であるとき

[北海道教育大]

(1)  $n+8$  を15で割った余りを求めよ。(15点)

(2) 上の条件を満たす  $n$  のうちで最小のものを求めよ。(10点)

★★

67

2つの正の整数の和は528で、その最小公倍数は5797である。各数を求めよ。(25点)

[愛知学院大]

28	演習問題 数学と人間の活動 (4)	数学A	50
----	-------------------	-----	----

★★★

68  $m, n$  は整数で  $\sqrt{m^2 - 2m + 98} = n$  を満たしている。このとき、 $m$  についての2次方程式を作るとア□となり、これを解くと  $m = \text{イ}□$  となる。この  $m$  の値が整数となるのは、 $n = \text{ウ}□$  のときで、このとき、 $m = \text{エ}□$  となる。(ア)(イ)(エ) 各5点 (ウ) 10点 [関西大]

★★★

69 3より大きな素数  $p$  について、 $p^2$  を12で割ったときの余りがどうなるかを調べたい。 [弘前大]

(1)  $p = 5, 7, 11$  に対して、 $p^2$  を12で割ったときの余りを求めよ。(10点)

(2) (1)の結果から、一般に3より大きな素数  $p$  に対して、 $p^2$  を12で割ったときの余りがどうなるかを予想し、さらにその予想が正しいことを証明せよ。(15点)

( 月 日) 得点

29 演習問題 数学と人間の活動 (5)

数学A

50

★★★  
70

$n$  を自然数とする。 $219!$  は  $2^n$  で割り切れるが、 $2^{n+1}$  では割り切れないとき、 $n$  の値を求めよ。

(25点) [早稲田大]

★★★  
71

$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{35}$ ,  $m \leq n$  となる自然数  $m, n$  をすべて求めよ。(25点)

[信州大]

30 演習問題 数学と人間の活動 (6)	数学A	50
----------------------	-----	----

★★★  
72  $n$  を整数とする。

[大阪経大]

(1)  $\frac{6}{n^2-7}$  が整数となるような  $n$  をすべて求めよ。(15点)

(2)  $n+7, n+1$  がともに  $n^2-7$  の整数倍となるような  $n$  をすべて求めよ。(15点)

★★★  
73 (1) 自然数のうち、10進法で表しても5進法で表しても、3桁になるものは全部で何個あるか。

(10点)

(2) 自然数のうち、10進法で表しても5進法で表しても、4桁になるものは存在しないことを示せ。

(10点) [東京女子大]

3 1 センター試験過去問 (1) 数学A /20

★★★  
74

- (1) 百の位の数が3, 十の位の数が7, 一の位の数が  $a$  である3桁の自然数を  $37a$  と表記する。  
 $37a$  が4で割り切れるのは  $a =$  ,  のときである。ただし, ,  の解答の順序は問わない。
- (2) 千の位の数が7, 百の位の数が  $b$ , 十の位の数が5, 一の位の数が  $c$  である4桁の自然数を  $7b5c$  と表記する。  
 $7b5c$  が4でも9でも割り切れる  $b, c$  の組は, 全部で  個ある。これらのうち,  $7b5c$  の値が最小になるのは  $b =$  ,  $c =$   のときで,  $7b5c$  の値が最大になるのは  $b =$  ,  $c =$   のときである。  
また,  $7b5c = (6 \times n)^2$  となる  $b, c$  と自然数  $n$  は  $b =$  ,  $c =$  ,  $n =$   である。
- (3) 1188の正の約数は全部で  個ある。  
これらのうち, 2の倍数は  個, 4の倍数は  個ある。  
1188のすべての正の約数の積を2進法で表すと, 末尾には0が連続して  個並ぶ。  
(得点の配点は答冊子を参照) [17 センター試験]



32 センター試験過去問 (2) 数学A /20

★★★  
75

(1) 不定方程式  $21x + 13 = 16y + 12 = 96z + 28$  の整数解  $x, y, z$  を求めるためには、2つの不定方程式

$$21x + 13 = 16y + 12 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$16y + 12 = 96z + 28 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

の共通の整数解を求めればよい。

まず、 $\textcircled{1}$  の整数解  $x, y$  のうち、 $|x|$  が最小になるのは  $x = \text{ア}$  ,  $y = \text{イ}$  であり、 $\textcircled{1}$  のすべての解は  $s$  を整数として  $x = \text{ア} + \text{ウエ}s$  ,  $y = \text{イ} + \text{オカ}s$  と表される。

次にこれらのうち、 $\textcircled{2}$  を満たすものを求める。

$\textcircled{2}$  に  $y = \text{イ} + \text{オカ}s$  を代入すると

$$\text{キ}z - \text{ク}s = 1 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

となる。 $\textcircled{3}$  の整数解  $z, s$  のうち、 $|z|$  が最小になるのは  $z = \text{ケコ}$  ,  $s = \text{サシ}$  であり、 $\textcircled{3}$  のすべての解は  $t$  を整数として  $z = \text{ケコ} + \text{ス}t$  ,  $s = \text{サシ} + \text{セ}t$  と表される。

よって、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$  の共通解は

$$x = \text{ソタチ} + \text{ツテ}t$$

$$y = \text{トナニ} + \text{ヌネ}t$$

$$z = \text{ケコ} + \text{ス}t$$

である。

(2) 自然数  $n$  は、21 で割ると 13 余り、16 で割ると 12 余り、96 で割ると 28 余るとする。

このとき、 $x, y, z$  をそれぞれの商とすると

$$n = 21x + 13 = 16y + 12 = 96z + 28$$

を満たす。このような  $n$  のうち、最小のものは  $\text{ノハヒ}$  である。

(得点の配点は答冊子を参照)

[17 センター試験追試]