

内容見本用 目次

実際の書籍には、これと同内容のものが表紙裏に入ります。

ページ	項目名
1	式の計算, 実数 (1)
2	式の計算, 実数 (2)
3	集合と命題 (1)
4	集合と命題 (2)
5	2次関数の最大・最小
6	三角比 (1)
7	三角比 (2)
8	正弦定理, 余弦定理, 面積 (1)
9	正弦定理, 余弦定理, 面積 (2)
10	場合の数 (1)
11	場合の数 (2)
12	確率 (1)
13	確率 (2)
14	平面図形
15	数学と人間の活動 (1)
16	数学と人間の活動 (2)
17	数学と人間の活動 (3)
18	式と証明, 複素数と方程式 (1)
19	式と証明, 複素数と方程式 (2)
20	点と直線 (1)
21	点と直線 (2)
22	円の方程式 (1)
23	円の方程式 (2)
24	円と直線 (1)
25	円と直線 (2)
26	軌跡と方程式 (1)
27	軌跡と方程式 (2)
28	軌跡と方程式 (3)
29	軌跡と方程式 (4)
30	不等式と領域 (1)
31	不等式と領域 (2)
32	不等式と領域 (3)

ページ	項目名
33	不等式と領域 (4)
34	三角関数の相互関係
35	三角関数 (1)
36	三角関数 (2)
37	加法定理とその応用 (1)
38	加法定理とその応用 (2)
39	加法定理とその応用 (3)
40	加法定理とその応用 (4)
41	ベクトルの成分
42	ベクトルの内積 (1)
43	ベクトルの内積 (2)
44	位置ベクトルと図形 (1)
45	位置ベクトルと図形 (2)
46	ベクトルの図形への応用 (1)
47	ベクトルの図形への応用 (2)
48	ベクトル方程式

(月 日)	得点
数学 I	50

1 式の計算, 実数 (1)

★★
1 次の式を展開せよ。(5点×2)

(1) $(2x - y + 3)^2$

(2) $(3x + 1)(x + 3)(3x - 1)(x - 3)$

★★
2 次の式を因数分解せよ。(10点×2)

(1) $(a + b)x^2 - 2ax + a - b$

(2) $3x^2 + 7xy + 2y^2 - 10x - 8$

★★
3 次の式を因数分解せよ。(10点×2)

(1) $2x^4 - 7x^2 - 4$

(2) $(x + 1)(x + 3)(x + 4)(x + 6) + 8$

(月 日)	得 点
数学 I	50

2 式の計算, 実数 (2)

★★
4 (1) $\sqrt{80-32\sqrt{6}}$ を簡単にせよ。(5点)

(2) $\frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。(10点)

★★
5 $a = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ とするとき, a^2-b^2 , a^3+b^3 の値を求めよ。(10点×2)

★★
6 $2x+|x+1|+|x-1|=6$ を満たす実数 x の値を求めよ。(15点)

3 集合と命題 (1)	数学 I	/ 50
-------------	------	------

★
7 全体集合 U を $U = \{n \mid n^2 - 9n - 10 < 0, n \text{ は自然数}\}$ とする。 U の部分集合 A, B が、
 $A \cap B = \{7\}$, $\overline{A} \cap B = \{2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$ を満たしている。
 このとき、 $A \cap \overline{B} = \{^{\text{ア}} \square\}$ であり、 $\overline{A} \cap \overline{B} = \{^{\text{イ}} \square\}$ である。(10点×2) [広島工大]

★
8 次の命題について、以下の(ア)、(イ)に答えよ。ただし、 x, y は実数、 m, n は整数とする。
 (A) $|x| < 1$ ならば、 $x^2 < 1$ である。
 (B) m が4の倍数ならば、 m は2の倍数である。
 (C) $x > y$ ならば、 $x^2 > y^2$ である。
 (D) mn が6の倍数ならば、 m または n は6の倍数である。
 (ア) 命題が真であるものは \square である。(記号で答えよ)
 (イ) 命題の逆が偽であるものは \square である。(記号で答えよ) (15点×2)

4 集合と命題 (2)	数学 I	50
-------------	------	----

★ 9 次の文中の□にあてはまる語句を下記の①～④の中から選べ。(ア)12点 (イ)13点

自然数 A について、「 A が 6 で割り切れる」ことは「 A が 2 で割り切れる」ためのア□。また、「 A が 2 で割り切れない」ことは「 A が素数である」ためのイ□。

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも、十分条件でもない

★★ 10 次の問いに答えよ。ただし、 a, b は実数とする。 [類 山口大]

- (1) 命題「 $a=0$ かつ $b=0$ ならば、すべての実数 x について $ax+b=0$ である」の逆と対偶を述べよ。(10点)
- (2) 命題「 $a>0$ かつ $b>0$ ならば、 $ab>0$ である」の逆を述べ、その真偽について、真であれば証明し、偽であれば反例をあげよ。(15点)

5 2次関数の最大・最小 数学 I 50

★
11 2次関数 $y = -x^2 + 4x + a$ ($1 \leq x \leq 4$, a は定数) は, $x = \text{ア}$ のとき, 最大値 7 をとる。このとき, 最小値は イ である。(15点)

★★
12 2次関数 $y = x^2 + 2bx + 6 + 2b$ の最小値が最大になるのは, $b = \text{ア}$ のときで, その値は イ である。(15点)

★★
13 2次関数 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ の $-2 \leq x \leq 2$ の範囲における最大値が 5, 最小値が -4 のとき, 定数 a, b の値を求めよ。(20点)

6 三角比 (1)	数学 I	50
-----------	------	----

★ **14** θ が鋭角で $\tan \theta = \frac{1}{2}$ であるとき, $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を求めよ。(15点)

★★ **15** $\frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \left(\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} \right)$ の値を求めよ。(15点)

★★ **16** $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲で $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき, $\sin \theta \cos \theta$, $\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。

(20点)

7 三角比 (2)	数学 I	50
-----------	------	----

★★
17

(1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $2\cos^2\theta + \cos\theta = 0$ を満たす θ の値を求めよ。(15点)

(2) $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $2\cos^2\theta + 11\sin\theta - 7 = 0$ を満たす θ の値を求めよ。(15点)

★★
18

関数 $y = \sin^2 x - \cos x$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$) の最大値と最小値を求めよ。(20点)

(月 日) 得点

8 正弦定理, 余弦定理, 面積 (1)

数学 I

50

★
19 $\triangle ABC$ において, $AB=8$, $BC=5\sqrt{3}$, $\angle B=30^\circ$ のとき, 辺 AC の長さおよび $\sin C$ の値を求めよ。(15点)

★
20 $\triangle ABC$ において, $AB=1$, $BC=3$, $CA=\sqrt{6}$ であるとき, この三角形の外接円の半径を求めよ。(15点)

★★
21 $\triangle ABC$ において, $BC=7$, $\angle B=105^\circ$, $\angle C=45^\circ$ のとき, AB , AC の長さを求めよ。(10点×2)

9 正弦定理, 余弦定理, 面積 (2) 数学 I 50

★
22 $\triangle ABC$ において, $A=45^\circ$, $b=\sqrt{2}$, $c=1+\sqrt{3}$ のとき (10点 \times 2)

(1) a の値を求めよ。

(2) B, C の値を求めよ。



★★
23 $\triangle ABC$ において, $AB=4\sqrt{3}$, $AC=4$, $\angle ABC=30^\circ$ のとき, この三角形の面積を求めよ。(10点)

★★
24 円に内接する四角形 $ABCD$ があり, $AB=3$, $BC=CD$, $DA=1$, $\angle BAD=120^\circ$ である。このとき, 対角線 BD の長さを求めよ。また, 四角形 $ABCD$ の面積 S を求めよ。(10点 \times 2)

(月 日) 得点

10 場合の数 (1)

数学A / 50

★★

25 540 の正の約数の個数は ア である。更に、これらの約数の和は イ である。

((ア) 7点 (イ) 8点)

★★

26 0, 1, 2, 3 の 4 種類の数字から、相異なる 3 個の数字を並べて 3 桁の整数を作ると ア 個できる。また、そのうち偶数であるのは イ 個ある。((ア) 7点 (イ) 8点)

★★

27 男子 3 人、女子 2 人を横一列に並べるとき、両端がともに男子である並べ方は ア 通りある。また、この 5 人を円形に並べるとき、女子が隣り合わない並べ方は イ 通りある。(10点×2)

1 1	場合の数 (2)	数学 A	50
-----	----------	------	----

★
28 7人の男子と5人の女子がいる。この中から委員3人を選ぶ選び方は全部でア□通りある。
また、この3人の委員のうち少なくとも1人が女子である選び方はイ□通りである。
(ア) 6点 (イ) 9点

★★
29 I, S, H, I, K, A, W, Aの8個のアルファベットを横一列に並べてできる順列の総数はア□
通りであり、このうち、両端が母音であるものはイ□通りである。(10点×2)

★★
30 先生が、赤色の風船、青色の風船、黄色の風船をそれぞれ7本ずつ、合計で21本持っている。そして、これらの風船を7人の子どもたちに1本ずつ、全部で7本の風船を配っている。このとき、子どもたちへの風船の配り方はア□通りあり、3色すべての色の風船を少なくとも1本は配るときの配り方はイ□通りある。(ア) 5点 (イ) 10点

(月 日) 得点

12 確率 (1)

数学A

50

★
31 赤玉が4個と白玉が2個入った袋がある。いま、この袋から同時に玉を2個取り出す。このとき、赤玉を2個取り出す確率はア□□であり、赤玉を1個と白玉を1個取り出す確率はイ□□である。

((ア)7点 (イ)8点)

★
32 1から9までの番号を書いた札が1枚ずつ合計9枚ある。この中から3枚取り出すとき、札の番号がすべて奇数である確率はア□□である。また、3枚の札の番号の和が奇数となる確率はイ□□である。(10点×2)

★★
33 原点Oから出発して、数直線上を動く点Pがある。さいころを投げて出た目の数 k に対して、点Pは $+k$ だけ移動するものとする。さいころを3回投げたとき、点Pの座標が15となる確率を求めよ。(15点)

13 確率 (2)

数学A

50

★★

34 赤玉、白玉、青玉がそれぞれ3個ずつ入っている袋がある。この袋から3個の玉を同時に取り出すとき、次の確率を求めよ。(1) 7点 (2) 8点

(1) 赤玉、白玉、青玉が1個ずつである確率

(2) 少なくとも1個は赤玉である確率

★★

35 A, B, C, D, E と書かれた5枚のカードを横一列に並べたとき、母音が隣り合うか、または子音が隣り合う確率を求めよ。(15点)

★★

36 3つのさいころを同時に投げるとき、出た目がすべて異なる確率はア□である。また、3つとも4以下の目が出る確率はイ□であり、出た目の最大値が4となる確率はウ□である。

((ア)イ) 6点 (ウ) 8点

(月 日)	得 点
数学A	50

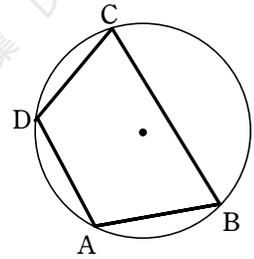
14 平面図形

★ **37** $\triangle ABC$ において、辺 AB を $2:3$ に内分する点を D 、辺 AC を $3:1$ に内分する点を E とする。そして点 D 、 E から辺 BC と平行な直線を引き、それと辺 AC 、 AB との交点をそれぞれ F 、 G とする。

(1) $DG : AB$ を求めよ。(15 点)

(2) $DF : GE$ を求めよ。(10 点)

★★ **38** 右の図で $AB=AD$ 、 $\angle CBD=34^\circ$ 、 $\angle CDB=70^\circ$ とする。このとき、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle D$ を求めよ。(7 点, 9 点, 9 点)



(月 日) 得点

15 数学と人間の活動 (1)

数学A

50

★★

39 2つの正の整数 a, b の積が 864 で、最小公倍数が 144 であるという。 a, b を求めよ。(15点)

[愛知学院大]

★★

40 n が整数であれば、 $\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$ も整数であることを証明せよ。(20点)

[神戸学院大]

★★

41 方程式 $3xy + 3x + y = 5$ を満たす 2 つの整数 x, y の組をすべて求めよ。(15点)

[倉敷芸科大]

(月 日) 得点

16 数学と人間の活動 (2)

数学A

50

★★★
42

3で割ると2余り, 5で割ると3余り, 11で割ると9余る正の整数のうちで, 1000を超えない最大のものを求めよ。(30点) [早稲田大]

★★★
43

正の整数 N を6進法, 9進法で表せば, それぞれ3桁の数 abc , cab になるという。 N を10進法で表せ。(20点) [山口大]

17 数学と人間の活動 (3)

数学A

50

★★★
44

a, b, c を自然数とする。(1) 10点 (2)(3) 各20点

[関西学院大]

(1) a が3の倍数でないならば、 $a^2 - 1$ は3の倍数であることを示せ。

(2) $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つとき、 a, b の少なくとも一方は3の倍数であることを示せ。

(3) a, b が互いに素で、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つとき、 c は奇数であることを示せ。

18 式と証明, 複素数と方程式 (1)

数学Ⅱ

50

★★

45 $(2x + y)^5$ を展開したとき, x^5 の係数は ア , x^2y^3 の係数は イ である。また, $(2x + y - z)^6$ を展開したとき, x^2y^3z の係数は ウ である。(5点×3)

★

46 $a > 0, b > 0$ のとき, 不等式 $(a + b)(a^3 + b^3) \geq (a^2 + b^2)^2$ が成り立つことを証明せよ。(15点)

★★

47 3次方程式 $x^3 + ax + b = 0$ の1つの解が $1 + i$ であるとき, 実数の定数 a, b の値を求めよ。また, 他の解を求めよ。(20点)

19	式と証明, 複素数と方程式 (2)	数学Ⅱ	50
----	-------------------	-----	----

★★

48

- (1) $8x^4 + 6x^2 - 9$ を有理数の範囲で因数分解せよ。(10点)
- (2) 4次方程式 $8x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 9x - 9 = 0$ の実数解を求めよ。(15点)

[大同工大]

★★

49

- 2次方程式 $x^2 + ax + a - 2 = 0$ (a は定数) について
- (1) この方程式が常に2つの異なる実数解をもつことを示せ。(5点)
- (2) この方程式の2つの異なる実数解を α, β ($\alpha < \beta$) とする。 $\alpha^2 + \beta^2$ が最小となるような定数 a の値を求めよ。(10点)
- (3) a が(2)で求めた値のとき, $\beta - \alpha$ の値を求めよ。(10点)

[高崎経大]

20 点と直線 (1)	数学Ⅱ	50
-------------	-----	----

★ **50** 点 A (3, 2) に関して, 原点 O と対称な点 Q がある。次のような点の座標を求めよ。

- (1) 点 Q (5 点)
- (2) 点 Q からの距離が 5 であるような x 軸上の点 R (10 点)

★ **51** 2 点 A (1, 6), B (-3, -2) がある。次の点の座標を求めよ。(10 点×2)

- (1) 線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P
- (2) 線分 AB を 3 : 1 に外分する点 Q

★ **52** 3 点 A (5, 4), B (-2, 3), C (3, -1) があるとき, 次の点の座標を求めよ。

- (1) $\triangle ABC$ の重心 G (5 点)
- (2) 平行四辺形 ABCD の頂点 D (10 点)

21 点と直線 (2)	数学Ⅱ	50
-------------	-----	----

★★
53 (1) 2直線 $ax + y = 0$, $3x + 2y + 1 = 0$ が平行であるように定数 a の値を定めよ。(5点)

(2) 2直線 $ax + y = 0$, $-\frac{1}{3}x + y + 1 = 0$ が垂直であるように定数 a の値を定めよ。(5点)

★★
54 直線 $y = -2x + 5$ に関して、原点 $(0, 0)$ と対称な点 A の座標を求めよ。(20点)

★★
55 3点 $A(1, 1)$, $B(3, 7)$, $C(-3, -1)$ があるとき、次の値を求めよ。(10点×2)

(1) 点 A と直線 BC との距離

(2) $\triangle ABC$ の面積

(月 日)	得 点
数学Ⅱ	50

22 円の方程式 (1)

★
56 次のような円の方程式を求めよ。(1) 5点 (2) 10点

(1) 点 $(-2, 1)$ を中心とし、 y 軸に接する

(2) 2点 $(6, 2)$, $(-2, -4)$ を直径の両端とする

★★
57 次のような円の方程式を求めよ。(10点×2)

(1) 円 $x^2 + 2x + y^2 - 4y - 4 = 0$ と中心が同じで、点 $(4, 2)$ を通る

(2) 中心が点 $(3, 0)$ で、直線 $4x - 3y - 2 = 0$ に接する

★★
58 3点 $(0, 0)$, $(-1, -2)$, $(3, 1)$ を通る円の方程式を求めよ。(15点)

23 円の方程式 (2)

数学Ⅱ

50

★★

59 点 $(2, -3)$ に関して、円 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ と対称な円の方程式を求めよ。(15点)

★★

60 中心が直線 $y=2x$ 上にあり、原点と点 $(2, 4)$ を通る円の方程式を求めよ。(15点)

★★

61 方程式 $x^2 + y^2 + 2mx - 2(m-1)y + 5m^2 = 0$ が円を表すとき、次の問いに答えよ。

(1) 定数 m の値の範囲を求めよ。(10点)

(2) この円の半径が最大になるとき、その大きさと定数 m の値を求めよ。(10点)

24 円と直線 (1)

数学Ⅱ / 50

★★
62 傾きが2で、円 $x^2 + y^2 = 1$ に接する直線の方程式を求めよ。(15点)

★★
63 円 $x^2 + y^2 = 25$ について、次の接線の方程式を求めよ。

(1) 円上の点 $(4, -3)$ における接線 (5点)

(2) 点 $(10, 5)$ を通る接線 (15点)

★★
64 円 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$ と直線 $x + 2y = 5$ の2つの交点と点 $A(3, 2)$ を通る円の方程式を求めよ。(15点)

25 円と直線 (2)	数学Ⅱ	50
-------------	-----	----

★★
65 円 $(x-1)^2+(y-2)^2=5$ が直線 $y=3x-6$ から切り取る弦の長さを求めよ。(10点)

★★
66 円 $x^2+y^2=25$ に点 $A(7, -1)$ から 2 本の接線を引く。この 2 本の接線の方程式を求めよ。また、2 つの接点を通る直線の方程式を求めよ。(20点)

★★
67 2 つの円 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$, $x^2+y^2-6x+5=0$ の 2 つの交点と原点を通る円の方程式を求めよ。また、2 つの円の交点を通る直線の方程式を求めよ。(20点)

26	軌跡と方程式 (1)	数学Ⅱ	50
----	------------	-----	----

★
68 2点 $A(-1, -2)$, $B(-3, 2)$ から等距離にある点 P の軌跡を求めよ。(15点)

★
69 (1) 2点 $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$ に対して, $AP^2 - BP^2 = 10$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。(10点)

(2) 3点 $A(0, 2)$, $B(-1, 0)$, $C(3, -4)$ に対して, $AP^2 = BP^2 + CP^2$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。(10点)

★
70 2点 $O(0, 0)$, $A(6, 0)$ からの距離の比が $2:1$ である点 P の軌跡を求めよ。(15点)

27	軌跡と方程式 (2)	数学Ⅱ	50
----	------------	-----	----

★★
71 点 A (5, 0) と円 $(x+1)^2 + y^2 = 16$ 上の点 Q を結ぶ線分 AQ の中点 P の軌跡を求めよ。(15点)

★★
72 2点 A (5, 0), B (7, -6) と円 $x^2 + y^2 = 9$ 上の動点 Q からなる $\triangle ABQ$ の重心 P の軌跡を求めよ。(20点)

★★
73 m の値が変化するとき、放物線 $y = x^2 - 4mx + 5$ の頂点 P の軌跡を求めよ。(15点)

28	軌跡と方程式 (3)	数学Ⅱ	50
----	------------	-----	----

★★
74

(1) 2点 $A(-\sqrt{3}, 0)$, $B(\sqrt{3}, 0)$ からの距離の平方の和が 30 である点 P の軌跡を求めよ。(10点)

(2) 2直線 $x+2y=0$, $2x-y=0$ への距離が等しい点 P の軌跡を求めよ。(10点)

★★
75

2点 $A(-3, 0)$, $B(2, 0)$ からの距離の比が $3:2$ である点 P の軌跡を求めよ。(15点)

★★
76

点 $(0, 3)$ との距離と、直線 $y=-3$ との距離が等しい点の軌跡を求めよ。(15点)

29 軌跡と方程式 (4)

数学Ⅱ / 50

★★

77 点 A (-3, 0) と円 $x^2 + y^2 = 6y$ 上の点 Q を結ぶ線分 AQ を 2 : 1 に内分する点 P の軌跡を求めよ。(20点)

★★

78 2点 A (3, 0), B (0, -3) と放物線 $y = x^2$ 上の動点 Q ととできる $\triangle ABQ$ の重心 G の軌跡を求めよ。(15点)

★★

79 放物線 $y = x^2 - 2(m+1)x + 3m^2 - m$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 頂点 P の座標を m で表せ。(5点)
- (2) m がすべての実数値をとって変化するとき、頂点 P の軌跡を求めよ。(10点)

(月 日)	得点
数学Ⅱ	50

30 不等式と領域 (1)

★ **80** 連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 9$, $x - y + 3 \leq 0$ について、次の問いに答えよ。(10点×2)

(1) 連立不等式の表す領域を図示せよ。

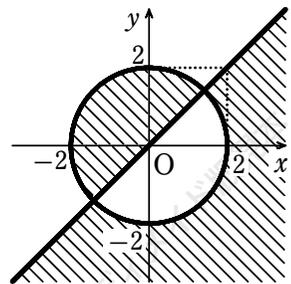
(2) この領域の面積を求めよ。

★★ **81** 次の不等式の表す領域を図示せよ。(10点×2)

(1) $(2x - y - 3)(x - y + 1) \leq 0$

(2) $1 < x^2 + (y - 1)^2 < 4$

★★ **82** 右の図の斜線部分を表す不等式を求めよ。ただし、境界線を含むものとする。(10点)



(月 日)	得 点
数学Ⅱ	50

3 1 不等式と領域 (2)

数学Ⅱ

50

★★

83 x, y が 4 つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, 3x + y \leq 15, x + 2y \leq 10$ を同時に満たすとき、 $4x + 3y$ の最大値と最小値を求めよ。(20 点)

★★

84 不等式 $x^2 + y^2 \leq 4$ を満たす x, y に対して、 $x + y$ の最大値と最小値を求めよ。(20 点)

★★

85 x, y は実数とする。「 $x^2 + y^2 < 4$ ならば $x^2 + y^2 - 8x + 12 > 0$ 」を証明せよ。(10 点)

(月 日)	得 点
数学Ⅱ	50

3 2 不等式と領域 (3)

★★
86 次の不等式の表す領域を図示せよ。(10点×2)

(1)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x < 16 \\ 4x - 3y < 12 \end{cases}$$

(2) $|x + 3y| \leq 3$

★★
87 次の不等式の表す領域を図示せよ。(10点×2)

(1) $(x + y - 3)(x^2 + y^2 - 9) \leq 0$

(2) $(x^2 - y)(x - y + 2) > 0$

★★
88 2点 A(-3, 0), B(3, 0) に対して, $2AP \leq BP$ を満たす点 P の存在範囲を図示せよ。(10点)

3 3 不等式と領域 (4)

数学Ⅱ

50

★★

89 x, y が 3 つの不等式 $x - 3y \geq -6$, $x + 2y \geq 4$, $3x + y \leq 12$ を同時に満たすとき, $2x + y$ の最大値と最小値を求めよ。(20 点)

★★

90 x, y が不等式 $x \geq 0$, $y \geq 0$, $5 \leq 4x + 3y \leq 12$ を同時に満たすとき, $x^2 + y^2$ の最大値と最小値を求めよ。(30 点)

3 4 三角関数の相互関係 数学Ⅱ 50

★ 91 (1) θ が第 3 象限の角で、 $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ のとき、 $\sin \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。(10 点)

(2) $\tan \theta = -\frac{1}{2}$ ($\pi < \theta < 2\pi$) のとき、 $\cos \theta$ と $\sin \theta$ の値を求めよ。(10 点)

★ 92 等式 $\frac{\sin^2 \theta}{\tan^2 \theta - \sin^2 \theta} = \frac{1}{\tan^2 \theta}$ を証明せよ。(10 点)

★★ 93 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、次の値を求めよ。(10 点×2)

(1) $\sin \theta \cos \theta$

(2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

(月 日)	得 点
数学Ⅱ	50

35 三角関数 (1)

★
94 次の関数のグラフをかけ。(5点×2)

(1) $y = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

(2) $y = 2\cos 2\theta$

★★
95 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。(10点×2)

(1) $\tan \theta + 1 > 0$

(2) $2\sin^2 \theta - 3\cos \theta = 0$

★★
96 次の関数の最大値と最小値、およびそのときの θ の値を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(10点×2)

(1) $y = \sin \theta - 2$

(2) $y = 1 + \cos \theta + \sin^2 \theta$

36 三角関数 (2)	数学Ⅱ	50
-------------	-----	----

★★
97 関数 $y = a \sin b\theta$ の周期は $\frac{4}{3}\pi$ であり、 $\theta = \frac{5}{9}\pi$ のとき $y = 2$ である。正の定数 a, b の値を求めよ。(10点)

★★
98 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。(10点×2)

(1) $\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

(2) $4\cos^2\theta < 8\sin\theta + 7$

★★★
99 等式 $\sin^2\theta + \cos\theta + a = 0$ を満たす θ が存在するように、定数 a の値の範囲を定めよ。(20点)

37 加法定理とその応用 (1)

数学Ⅱ / 50

★
100 α, β はともに鈍角で, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ のとき, $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha - \beta)$ の値を求めよ。(20点)

★
101 $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$, $\cos \theta = -\frac{3}{4}$ のとき, $\sin 2\theta$, $\cos \frac{\theta}{2}$ の値を求めよ。(10点)

★★
102 α, β, γ は鋭角で, $\tan \alpha = 1$, $\tan \beta = 2$, $\tan \gamma = 3$ のとき, $\tan(\alpha + \beta)$, $\tan(\alpha + \beta + \gamma)$, $\alpha + \beta + \gamma$ の値を求めよ。(20点)

3 8 加法定理とその応用 (2)

数学Ⅱ

50

★★
103 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。(15点×2)

(1) $\sin 2\theta = \sqrt{2} \sin \theta$

(2) $\cos 2\theta > 7\cos \theta + 3$

★★
104 (1) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、関数 $y = \sqrt{6} \sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta$ の最大値と最小値、およびそのときの θ の値を求めよ。(10点)

(2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\sqrt{6} \sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta = 2$ を解け。(10点)

39 加法定理とその応用 (3)	数学Ⅱ	50
------------------	-----	----

★★
105 $\sin \alpha + \cos \beta = \frac{1}{3}$, $\cos \alpha - \sin \beta = \frac{1}{2}$ のとき, $\sin(\alpha - \beta)$ の値を求めよ。(20点)

★★
106 $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 次の方程式, 不等式を解け。(10点×3)

(1) $\sin x - \cos x > 1$

(2) $\sin 2x < \sin x$

(3) $\sin x + \sin 3x = 0$

(月 日) 得点

40 加法定理とその応用 (4)

数学Ⅱ

50

★★

107

関数 $y = \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。(25点)

★★

108

関数 $y = 7\cos^2 x + 8\sin x \cos x + \sin^2 x$ の最大値と最小値を求めよ。(25点)

4 1 ベクトルの成分

数学C

50

★
109 $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (2, 3)$ とする。(10点×2)

(1) \vec{a} と同じ向き の 単位ベクトル を 求めよ。

(2) $2\vec{a} - 3\vec{b}$ を成分で表せ。また、その大きさを求めよ。

★★
110 4点 A(3, -3), B(2, 1), C(x, -2), D(4, y) を頂点とする四角形 ABCD が平行四辺形となるように、x, y の値を定めよ。(10点)

★★
111 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (-1, 4)$ であるとき、次の問いに答えよ。(10点×2)

(1) $\vec{c} = (2, -3)$ を \vec{a} , \vec{b} で表せ。

(2) $\vec{d} = (3, p)$ が \vec{a} に平行になるように定数 p の値を定めよ。

(月 日)	得 点
数学C	50

4 2 ベクトルの内積 (1)

★★

112 (1) ベクトル $\vec{a} = (5, 4)$ に垂直な単位ベクトル \vec{e} を求めよ。(10点)

(2) 2つのベクトル $\vec{a} = (1, 1)$ と $\vec{b} = (1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})$ のなす角を求めよ。(10点)

★★

113 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{13}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ のとき, $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ の値を求めよ。(10点)

★★

114 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{6}$ のとき, 次の値を求めよ。(10点×2)

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

(2) $|\vec{a} - \vec{b}|$

43	ベクトルの内積 (2)	数学C	50
----	-------------	-----	----

★★
115 $\vec{a} = (-1, \sqrt{3})$ に垂直な単位ベクトル \vec{e} を求めよ。(15点)

★★
116 (1) $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}$ のとき, \vec{a} と \vec{b} のなす角を求めよ。(10点)

(2) $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - 4\vec{b}| = 7$ であるとき, $\vec{a} + t\vec{b}$ と $\vec{a} + \vec{b}$ が垂直になるように, t の値を定めよ。(10点)

★★
117 $\triangle OAB$ において, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。 $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 4, |\vec{a} + \vec{b}| = 5$ のとき, $\triangle OAB$ の面積を求めよ。(15点)

44	位置ベクトルと図形 (1)	数学C	50
----	---------------	-----	----

★★
118 $\triangle ABC$ の辺 AB , AC をそれぞれ $1:2$, $2:3$ に内分する点を D , E とする。線分 BE , CD をそれぞれ $10:3$, $9:4$ に内分する点は同じ点であることを証明せよ。(15点)

★★
119 平面上に点 P と $\triangle ABC$ がある。 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$ が成り立つとき、 $\triangle ABP : \triangle BCP$ を求めよ。(15点)

★★
120 平行四辺形 $ABCD$ の対角線 BD の 3 等分点を、 B に近い方から順に E , F とする。このとき、四角形 $AECF$ は平行四辺形であることをベクトルを用いて証明せよ。(20点)

4 5 位置ベクトルと図形 (2)	数学C	/ 50
-------------------	-----	------

★★
121 $\triangle ABC$ の辺 BC , CA , AB を $3:2$ に内分する点をそれぞれ D , E , F とする。このとき, $\triangle DEF$ の重心は $\triangle ABC$ の重心と一致することを証明せよ。(15 点)

★★
122 $OA=7$, $OB=3$, $AB=5$ である $\triangle OAB$ の内心を I , $\angle AOB$ の二等分線と辺 AB の交点を D とし, $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

(1) \overrightarrow{OD} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。(10 点)

(2) \overrightarrow{OI} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。(10 点)

★★★
123 $\triangle ABC$ と点 P について, 等式 $2\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ が成り立っているとき, 点 P はどのような位置にあるか。(15 点)

4 6	ベクトルの図形への応用 (1)	数学C	50
-----	-----------------	-----	----

★ **124** 3点 $A(2, x)$, $B(x, 0)$, $C(-1, 12)$ が一直線上にあるように x の値を定めよ。(15点)

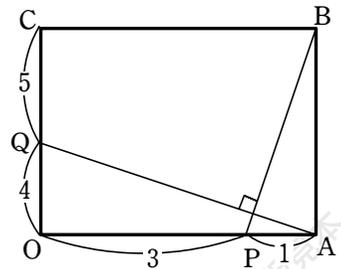
★★ **125** 平行四辺形 $ABCD$ において、辺 AB を $3:2$ に内分する点を E 、対角線 BD を $2:5$ に内分する点を F とする。3点 E, F, C は一直線上にあることを示し、 $EF:FC$ を求めよ。(20点)

★★ **126** $\triangle ABC$ の辺 AB を $2:1$ に内分する点を D 、辺 BC の中点を M とし、 AM と CD の交点を E とする。 $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とおくとき、 \overrightarrow{AE} を \vec{b} 、 \vec{c} で表せ。(15点)

47 ベクトルの図形への応用 (2) 数学C 50

127 △OABにおいて、辺OAを2:3に内分する点をD、辺OBを4:1に内分する点をE、辺ABを6:1に外分する点をFとする。3点D、E、Fは一直線上にあることを証明せよ。(15点)

128 右の図の長方形OABCにおいて、OA=4、OC=3、OP:PA=3:1、OQ:QC=4:5とするとき、BP⊥AQであることを証明せよ。(15点)



129 △OABにおいて、辺OAを2:1に内分する点をC、辺OBを3:2に内分する点をD、辺ABの中点をEとし、2つの線分BC、DEの交点をPとする。OA=a、OB=bとするとき、OPをa、bを用いて表せ。(20点)

4 8 ベクトル方程式

数学C

50

★
[130] 次のような直線の方程式を、ベクトルを利用して求めよ。(10点×2)

(1) 点 A (1, 4) を通り、2 点 B(2, 1), C (5, 3) を通る直線に平行な直線。

(2) 点 A (5, -2) を通り、OA に垂直な直線。ただし、O は原点とする。

★★
[131] 次のような円の方程式を、ベクトルを利用して求めよ。

(1) 中心 C (6, -3), 半径 $\sqrt{7}$ の円 (5点)

(2) 2 点 A (1, 2), B (5, 6) を直径の両端とする円 (10点)

★★
[132] 点 A (-1, 1) から直線 $x - 2y + 2 = 0$ に垂線を引き、交点を H とする。

(1) $\vec{n} = (1, -2)$ に対して、 $\overrightarrow{AH} = k\vec{n}$ を満たす実数 k の値を求めよ。(10点)

(2) 点 H の座標を求めよ。(5点)