

内容見本用 目次

実際の書籍には、これと同内容のものが表紙裏に入ります。

ページ	項目名
1	式の計算, 実数 (1)
2	式の計算, 実数 (2)
3	集合と命題 (1)
4	集合と命題 (2)
5	2次関数の最大・最小 (1)
6	2次関数の最大・最小 (2)
7	三角比 (1)
8	三角比 (2)
9	正弦定理, 余弦定理, 面積 (1)
10	正弦定理, 余弦定理, 面積 (2)
11	場合の数 (1)
12	場合の数 (2)
13	確率 (1)
14	確率 (2)
15	平面図形 (1)
16	平面図形 (2)
17	数学と人間の活動 (1)
18	数学と人間の活動 (2)
19	数学と人間の活動 (3)
20	式と証明, 複素数と方程式 (1)
21	式と証明, 複素数と方程式 (2)
22	点と直線 (1)
23	点と直線 (2)
24	円の方程式 (1)
25	円の方程式 (2)
26	円の方程式 (3)
27	円と直線 (1)
28	円と直線 (2)
29	円と直線 (3)
30	軌跡と方程式 (1)
31	軌跡と方程式 (2)
32	軌跡と方程式 (3)

ページ	項目名
33	軌跡と方程式 (4)
34	不等式と領域 (1)
35	不等式と領域 (2)
36	不等式と領域 (3)
37	不等式と領域 (4)
38	三角関数の相互関係
39	三角関数 (1)
40	三角関数 (2)
41	加法定理とその応用 (1)
42	加法定理とその応用 (2)
43	加法定理とその応用 (3)
44	加法定理とその応用 (4)
45	等差数列
46	等比数列
47	種々の数列 (1)
48	種々の数列 (2)
49	漸化式 (1)
50	漸化式 (2)
51	漸化式 (3)
52	数学的帰納法

(月 日)	得 点
数学 I	50

1 式の計算, 実数 (1)

★★

1 (1) $x^2 - y^2 - (y^2 + xy) + 3(yz + zx)$ を因数分解せよ。(10点)

(2) $(x^2 + 2x - 30)(x^2 + 2x - 8) - 135$ を因数分解せよ。(10点)

★★

2 (1) $\frac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$ を簡単にせよ。(5点)

(2) $\frac{6}{3+\sqrt{6}-\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。(10点)

★★

3 方程式 $3|x+2|=|2x-1|$ を解け。(15点)

2 式の計算, 実数 (2)	数学 I	50
----------------	------	----

★★★★
4 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ のとき, $x^3 - \frac{1}{x^3}$, $x^5 - \frac{1}{x^5}$ の値を求めよ。ただし, $0 < x < 1$ とする。(10点×2)

[立教大]

★★★★
5 $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$, $y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ のとき, $x + y$, xy , $x^2 + y^2$ の値を求めよ。また, x の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, $a^2 + 6ab + 7b^2$ の値を求めよ。(5点×3, 15点)

[順天堂大]

3 集合と命題 (1)	数学 I	50
-------------	------	----

★★
6 整数を要素とする次の2つの集合において、 $A \cap B = \{2, 7\}$ とする。

$$A = \{-3, 2, a^2 - 9a + 25, 2a + 3\}$$

$$B = \{-2, a^2 - 4a - 10, a^2 - 5a + 1, a + 6, 16\}$$

[類 釧路公大]

(1) a の値を求めよ。(10点)

(2) $A \cup B$ を求めよ。(5点)

(3) $\overline{A} \cap B$ を求めよ。(5点)

★★
7 次の空欄を「必要」、「十分」、「必要十分」の中の最も適するもので埋めよ。また、いずれも不適当な場合は、空欄に「×」を記入せよ。ただし、 a, b, c は実数とする。(10点×3) [類 神戸女学院大]

(1) 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ について、 $b^2 - 4ac = 0$ が成り立つことは、この方程式が実数解をもつための 条件。

(2) 不等式 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ が成り立つことは、等式 $a = b$ が成り立つための 条件。

(3) 等式 $\sqrt{a^2} = a$ が成り立つことは、不等式 $a \geq 0$ が成り立つための 条件。

4 集合と命題 (2)	数学 I	50
-------------	------	----

★★ **8** 次の4つの命題を考える。ただし、 x は実数、 m, n は自然数とする。 (類 近畿大)

- ① $|x| < 2$ ならば、 $x^2 < 1$ である。 ② n が 8 の倍数ならば、 n は 4 の倍数である。
③ $x > 3$ ならば、 $x^2 - x - 2 > 0$ である。 ④ $m + n$ が偶数ならば、 m, n はともに偶数である。

- (1) 真である命題を選べ。(5点)
- (2) その逆が真である命題を選べ。(10点)
- (3) その対偶が真である命題を選べ。(5点)

★★★ **9** 以下の命題の真偽を述べ、真の場合には証明し、偽の場合には反例をあげよ。 (愛知教育大)

- (1) x が有理数、 y が無理数ならば、 $x + y$ は無理数である。(20点)
- (2) x, y が無理数ならば、 $x + y$ は無理数である。(10点)

5	2次関数の最大・最小 (1)	数学 I	50
---	----------------	------	----

★★
10 $1 \leq x \leq 5$ の範囲で、 $x=2$ のとき最大値 2 をとり、最小値が -1 である 2 次関数を求めよ。(15 点)

★★
11 a を負の定数とする。2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ の $-2 \leq x \leq 2$ における最大値が 12、最小値が -6 のとき、 a 、 b の値を求めよ。(15 点)

★★
12 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $3x + 2y = 1$ のとき、 $3x^2 + 4y^2$ の最大値、最小値を求めよ。(20 点)

6	2次関数の最大・最小 (2)	数学 I	50
---	----------------	------	----

★★★
13

x を実数とするとき、 $y = (x^2 + 2x)^2 + 8(x^2 + 2x) + 10$ とする。 $t = x^2 + 2x$ とおくと、
 $y = (t + \square)^2 - 1\square$ となる。したがって、 y は $x = \square$ で最小値 \square をとる。

(5点×4) [近畿大]

★★★
14

a を定数とする2次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + 1$ について

[類 釧路工大]

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる2つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。(10点)

(2) $-1 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値 m と最大値 M を求めよ。(10点)

(3) a と m との関係、および a と M との関係を図示せよ。(10点)

7 三角比 (1)	数学 I	50
-----------	------	----

★★
15 角 θ が鈍角で $\cos\theta \tan\theta = \frac{1}{2}$ のとき、 θ および $\cos\theta$ の値を求めよ。(10点)

★★
16 θ が $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲で $\frac{1}{1-\sin\theta} + \frac{1}{1+\sin\theta} = 6$ を満たすとき、 $\sin\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ。(20点)

★★
17 $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ のとき、関数 $y = \cos^2 x + \sin x + 2$ の最大値、最小値を求めよ。(20点)

8 三角比 (2)

数学 I / 50

★★★

18 角 θ が $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{\frac{3}{2}}$ を満たすとき、次の式の値を求めよ。

[青山学院大]

(1) $\cos \theta \sin \theta$ (5点)

(2) $\cos^4 \theta + \sin^4 \theta$ (10点)

(3) $\tan \theta$ (10点)

★★★

19 $AB=AC=1$ の二等辺三角形 ABC において、辺 BC 上の点 D が次の条件(ア), (イ)を満たしている。

[岩手大]

(ア) $DA=DB$ (イ) $CA=CD$

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DAB$ が相似であることを用いて、 BD の長さを求めよ。(10点)

(2) $\angle B$ を求めよ。(10点)

(3) $\cos \angle B$ を求めよ。(5点)

9 正弦定理, 余弦定理, 面積 (1) 数学 I 50

★★
20 $\triangle ABC$ において, $AB=5$, $BC=6$, $CA=4$ とするとき, 次のものを求めよ。

- (1) $\sin A$ の値 (10点)

- (2) $\triangle ABC$ の面積 S (5点)

- (3) $\triangle ABC$ に内接する円の半径 r (5点)

★★★
21 等式 $\sin A = \sin B \cos C$ が成り立つとき, $\triangle ABC$ はどのような三角形か。(15点)

★★
22 $AB=4$, $AC=5$, $\angle A=60^\circ$ である $\triangle ABC$ について, $\angle A$ の二等分線が BC と交わる点を D とする。

- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。(5点)

- (2) 線分 AD の長さを求めよ。(10点)

10	正弦定理, 余弦定理, 面積 (2)	数学 I	50
----	--------------------	------	----

★★★
23 $\triangle ABC$ において, $\sin A : \sin B : \sin C = 7 : 5 : 3$ のとき

[九州東海大]

(1) 3 辺の比 $a : b : c$ を求めよ。(5 点)

(2) $\cos B, \sin B$ の値を求めよ。(10 点)

(3) $\triangle ABC$ の面積が $15\sqrt{3}$ であるとき, 3 辺 a, b, c の値を求めよ。(10 点)

★★★
24 円に内接する四角形 $ABCD$ において, $AB=2, BC=1, CD=3$ であり, $\cos \angle BCD = -\frac{1}{6}$ と

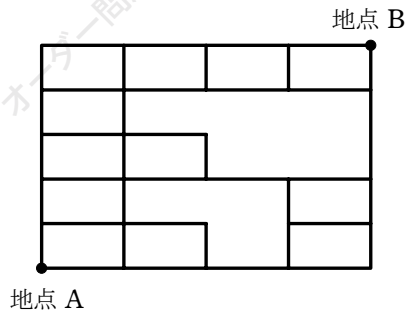
する。このとき, AD の長さと, 四角形 $ABCD$ の面積を求めよ。(15 点, 10 点) [類 早稲田大]

1 1	場合の数 (1)	数学 A	/ 50
-----	----------	------	------

★★
 [25] 0, 1, 2, 3, 4, 5 から作られる 3 桁の整数のうち, 200 より大きい数は何個あるか。ただし, 同じ数字は 1 度しか使わないこととする。(10 点)

★★
 [26] 男子 4 人, 女子 4 人の計 8 人を 3 つのグループに分ける。どのグループにも少なくとも男子 1 人と女子 1 人が入っているような分け方は何通りあるか。(20 点)

★★★
 [27] 右の図において, 地点 A から地点 B への最短経路の総数を求めよ。(20 点)



12	場合の数 (2)	数学A	50
----	----------	-----	----

★★
28 男子4人, 女子3人がいる。次の並び方は何通りあるか。 [青山学院大]

- (1) 男子が両端に来るように7人が1列に並ぶ。(5点)

- (2) 女子が隣り合わないように7人が1列に並ぶ。(5点)

- (3) 女子のうち2人だけが隣り合うように7人が1列に並ぶ。(5点)

- (4) 女子の両隣りには男子が来るように7人が円周上に並ぶ。(10点)

★★
29 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7から異なる5個の数字を取って作られる5桁の整数は全部で ア 通りで
き, そのうち, 奇数であるものは イ 通りであり, 千の位の数字と一の位の数字が偶数であるもの
は ウ 通りであり, また, 4の倍数は エ 通りである。(4点, 6点, 7点, 8点) [国士舘大]

13 確率 (1)	数学A	50
-----------	-----	----

★★
30 2人でじゃんけんをするとき、1回で勝負が決まる確率は $\frac{1}{3}$ であり、3人でじゃんけんをするとき、1回でただ1人の勝者が決まる確率は $\frac{1}{3}$ である。(10点×2)

★★
31 3つのさいころを同時に投げたとき、出た目の和が5になる確率は $\frac{1}{125}$ である。また、出た目のうち少なくとも2つが等しくなる確率は $\frac{1}{125}$ である。(10点×2)

★★
32 赤玉3個、白玉2個、緑玉1個の合計6個の入った袋から同時に2個取り出すとき、両方とも赤である確率は $\frac{1}{15}$ 、両方の玉の色が異なる確率は $\frac{2}{3}$ である。(4点、6点)

14 確 率 (2)	数学A	50
------------	-----	----

★★★ 33 男女6名ずつ12名のサークルで、4名の委員をくじで選ぶことになった。 [埼玉大]

- (1) 男女同数となる選び方は何通りか。(5点)

- (2) 女子が少なくとも1人選ばれる確率を求めよ。(5点)

- (3) 男子の方が多く選ばれる確率を求めよ。(10点)

- (4) 委員の中に、会長、副会長をおくことにする。会長、副会長は男女1名ずつが選ばれ(会長は男女どちらでもよい)、残りの委員も男女同数になる確率を求めよ。(10点)

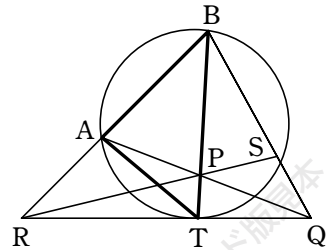
★★★ 34 赤玉と白玉が合計25個入っている袋の中から同時に2個の玉を取り出す。2個とも赤玉である確率が $\frac{2}{5}$ のとき、この袋の中には \square 個の赤玉が入っている。また、このとき、2個とも白玉である確率は $\frac{1}{\square}$ である。(15点, 5点) [名城大]

(月 日)	得 点
数学A	50

15 平面図形 (1)

- ★★
35 $\triangle ABC$ において、 $BC=5$ 、 $CA=3$ 、 $AB=7$ とする。 $\angle A$ およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D 、 E とするとき、線分 DE の長さを求めよ。(15点) [埼玉工大]

- ★★
36 右図の $\triangle ABT$ の外接円において、点 T で接線を引く。 BA の延長線とこの接線の交点を R とする。 $AB=5$ 、 $RT=6$ とし、この接線上に T について R の反対側に $TQ=4$ となる点 Q をとり、 AQ と BT の交点を P 、 RP の延長線と BQ の交点を S とする。次の値を求めよ。 [類 京都学園大]
- (1) AR (10点)



(2) $\frac{QS}{SB}$ (10点)

(3) $\frac{AP}{PQ}$ (15点)

(月 日)	得 点
数学 A	50

16 平面図形 (2)

★★★
37

半径 a, b, c (ただし, $a < b < c$ とする) の 3 つの円が互いに外接して、それぞれの円の中心を結んでできる三角形 T が直角三角形になっているとする。 [東京電機大]

- (1) c を a と b で表せ。(10 点)

- (2) 三角形 T の面積を a と b で表せ。(5 点)

- (3) 三角形 T の内接円の半径 r を求めよ。(10 点)

★★★
38

右の図のように、円に内接する四角形 $ABCD$ がある。

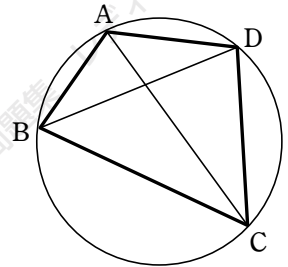
$AB = a, BC = b, CD = c, DA = d$ とするとき、

$$AC \cdot BD = ac + bd \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

が成り立つ。

対角線 BD 上に点 E を、 $\angle CAD = \angle BAE$ となるようにとって、

等式 $\textcircled{1}$ が成り立つことを証明せよ。(25 点) [東京慈恵会医大]



(月 日) 得点

17 数学と人間の活動 (1)

数学A

50

★★

39 次の条件を満たす2つの正の整数を求めよ。(15点×2)

[京都市芸大]

(1) 最大公約数が12, 最小公倍数が420

(2) 積が300で最小公倍数が60

★★★

40 p, q, r を連続する3つの奇数とする。このとき, $pqr + pq + qr + rp + p + q + r + 1$ は48で割り切れることを示せ。(20点)

[関西大]

(月 日) 得 点

18 数学と人間の活動 (2)

数学A

50

★★
41 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ と $x \leq y$ の両方を満たす自然数の組 (x, y) をすべて求めよ。(15点)

[愛媛大]

★★★
42 方程式 $48x + 539y = 77$ を満たす整数解 x, y をすべて求めよ。(20点)

[大阪市大]

★★★
43 2進法で10桁で表される自然数の総数を求めよ。(15点)

[昭和女子大]

19	数学と人間の活動 (3)	数学A	50
----	--------------	-----	----

★★★
44

- (1) x が整数のとき、 x^2 を 5 で割ったときの余りは 0, 1, 4 のいずれかであることを証明せよ。(20 点)

- (2) x が整数のとき、 x^4 を 5 で割ったときの余りは 0 か 1 のいずれかであることを証明せよ。(15 点)

- (3) 方程式 $x^4 - 5y^4 = 2$ を満たすような整数の組 (x, y) は存在しないことを証明せよ。(15 点)
[岩手大]

20	式と証明, 複素数と方程式 (1)	数学Ⅱ	50
----	-------------------	-----	----

★★
45 (1) $\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{x}\right)^{10}$ の展開式における x^2 の係数を求めよ。(10点)

(2) $(x - 2y + 3z)^5$ を展開したとき, x^2y^2z の係数を求めよ。(10点)

★★
46 x についての多項式 P を $x^2 + x + 1$ で割ると $x + 1$ 余り, その商を $x - 1$ で割ると 3 余る。
 P を $x^3 - 1$ で割ったときの余りを求めよ。(15点) [東京電機大]

★★
47 2次方程式 $x^2 - kx + k^2 + k - 12 = 0$ (k は実数の定数) の2つの解の差が4であるとき, k の値を求めよ。(15点) [関西学院大]

2 1 式と証明, 複素数と方程式 (2)	数学 II	/ 50
-----------------------	-------	------

★★★
48

(1) 3次方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ の3つの解を α, β, γ とする。このとき

$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}, \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$ が成り立つことを示せ。(10点)

(2) 3次方程式 $2x^3-2tx^2+3tx+t-1=0$ の3つの解を α, β, γ とする。 t が $0 \leq t \leq 3$ の範囲を動くとき、 $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha^2\beta^2\gamma^2$ の最大値と最小値を求めよ。(15点) [香川大]

★★★
49

$a>0, b>0, c>0$ のとき、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

(1) $\left(\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}\right)(b+c)(c+a) \geq 8$ (10点) [松山大]

(2) $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \leq \sqrt{3(a+b+c)}$ (15点) [東北学院大]

22 点と直線 (1)	数学Ⅱ	50
-------------	-----	----

★★
50 (1) 2点 A(2, 1), B(5, -2) から等距離にある x 軸上の点の座標を求めよ。(10点)

(2) 点 A(-1, 2) に関して、点 P(2, 5) と対称な点 Q の座標を求めよ。(10点)

★★
51 点(3, 2)を通り、2点(-3, -2), (5, 7)を結ぶ線分に平行な直線と垂直な直線を求めよ。(15点)

★★
52 3点 A(0, 0), B(6, 0), C(4, 5)を頂点とする $\triangle ABC$ について、3頂点から対辺に下ろした各垂線の交点(垂心)の座標を求めよ。(15点)

23	点と直線 (2)	数学Ⅱ	50
----	----------	-----	----

★★
53 2直線 $ax+2y+3a=0$, $(3-a)x+(a-1)y+3=0$ が平行になるとき, 垂直になるときの定数 a の値をそれぞれ求めよ。(15点)

★★
54 (1) 2直線 $2x-3y+4=0$, $x+2y-5=0$ の交点と点 $(0, 3)$ を通る直線の方程式を求めよ。(10点)

(2) 直線 $(2k+1)x+(k+4)y-k+3=0$ は, 定数 k の値に関係なく定点を通る。その定点の座標を求めよ。(10点)

★★
55 直線 $2x+3y-5=0$ に関して点 $A(3, 2)$ と対称な点 B の座標を求めよ。(15点)

(月 日) 得点

24 円の方程式 (1)

数学Ⅱ

50

★★

56 点 $(2, -3)$ に関して、円 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ と対称な円の方程式を求めよ。(15点)

★★

57 中心が直線 $y=2x$ 上にあり、原点と点 $(2, 4)$ を通る円の方程式を求めよ。(15点)

★★

58 方程式 $x^2 + y^2 + 2mx - 2(m-1)y + 5m^2 = 0$ が円を表すとき、次の問いに答えよ。

(1) 定数 m の値の範囲を求めよ。(10点)

(2) この円の半径が最大になるとき、その大きさと定数 m の値を求めよ。(10点)

25 円の方程式 (2)	数学Ⅱ	/ 50
--------------	-----	------

★★
59 点 A (8, 6) を通り, y 軸と接する円のうちで, 半径が最も小さい円の方程式を求めよ。(15 点)

[湘南工科大]

★★★
60 円 $O : x^2 + 4x + y^2 - 8y = 0$ の中心の座標と半径を求めよ。また, 原点において円 O に外側から接し, 半径が $\sqrt{5}$ である円の方程式を求めよ。(20 点)

[京都産大]

★★
61 座標平面において, 3 直線 $x=3$, $y=2$, $3x-4y+11=0$ で囲まれる三角形の内接円の方程式は,

$(x - \text{ア} \square)^2 + (y - \text{イ} \square)^2 = \text{ウ} \square^2$ である。(15 点)

[近畿大]

(月 日)	得 点
数学Ⅱ	50

26 円の方程式 (3)

数学Ⅱ

50

★★★

- 62 円 $C: x^2 + y^2 + (k-2)x - ky + 2k - 16 = 0$ は定数 k のどのような値に対しても 2 点 A (ア □, イ □), B (ウ □, エ □) を通る。ただし, ア □ $>$ ウ □ とする。線分 AB が円 C の直径となるのは $k = \text{オ}$ □ のときである。(25 点) [千葉工大]

★★★

- 63 座標平面上の 3 点 $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(\alpha, \alpha + 1)$ を通る円を C とする。(信州大)
- (1) 円 C の方程式を α を用いて表せ。(10 点)

- (2) 円 C の半径が $\sqrt{5}$ となるときの α の値と円 C の中心の座標を求めよ。(15 点)

27 円と直線 (1)	数学Ⅱ	50
-------------	-----	----

★★
64 円 $(x-1)^2+(y-2)^2=5$ が直線 $y=3x-6$ から切り取る弦の長さを求めよ。(10点)

★★
65 円 $x^2+y^2=25$ に点 $A(7, -1)$ から2本の接線を引く。この2本の接線の方程式を求めよ。また、2つの接点を通る直線の方程式を求めよ。(20点)

★★
66 2つの円 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$, $x^2+y^2-6x+5=0$ の2つの交点と原点を通る円の方程式を求めよ。また、2つの円の交点を通る直線の方程式を求めよ。(20点)

(月 日) 得点

28 円と直線 (2)

数学Ⅱ / 50

★★

67 点 $(2\sqrt{3}, 2)$ から円 $x^2 + y^2 = 4$ に引いた接線の傾きと、それぞれの接点の座標を求めよ。(15点)

[関東学院大]

★★

68 直線 $y = ax - 4a - 2$ を l とする。 l は定数 a の値にかかわらず点 ア を通る。また、 l が円 $x^2 + y^2 = 4$ と共有点をもたないための a の条件は イ である。(8点, 12点)

[武蔵工大]

★★★

69 直線 $l: x + y = a$ ($a > 0$) と円 $C: x^2 + y^2 = 4$ について、 C の中心と l との距離 d は ア であるから、 C と l が共有点をもつための条件は $0 < a \leq \text{イ}$ である。また、 C が l から切り取る線分の長さが 2 であるときは $a = \text{ウ}$ である。(5点×3)

[類 日本歯大]

29 円と直線 (3)

数学Ⅱ / 50

★★★

70 2つの円 $x^2 + y^2 = 2$, $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ の2つの交点を通る円が直線 $y = x$ と接するとき、その円の中心と半径を求めよ。(25点) [創価大]

★★★

71 2つの円 $C_1 : x^2 + y^2 = 4$, $C_2 : (x-4)^2 + y^2 = 1$ の両方に接する直線は全部で4本ある。この4本の直線の方程式を求めよ。(25点) [宮崎大]

30	軌跡と方程式 (1)	数学Ⅱ	50
----	------------	-----	----

★★
72

(1) 2点 $A(-\sqrt{3}, 0)$, $B(\sqrt{3}, 0)$ からの距離の平方の和が 30 である点 P の軌跡を求めよ。(10点)

(2) 2直線 $x+2y=0$, $2x-y=0$ への距離が等しい点 P の軌跡を求めよ。(10点)

★★
73

2点 $A(-3, 0)$, $B(2, 0)$ からの距離の比が $3:2$ である点 P の軌跡を求めよ。(15点)

★★
74

点 $(0, 3)$ との距離と、直線 $y=-3$ との距離が等しい点の軌跡を求めよ。(15点)

3 1 軌跡と方程式 (2)	数学Ⅱ	50
----------------	-----	----

★★

75 点 A (-3, 0) と円 $x^2 + y^2 = 6y$ 上の点 Q を結ぶ線分 AQ を 2 : 1 に内分する点 P の軌跡を求めよ。(20 点)

★★

76 2 点 A (3, 0), B (0, -3) と放物線 $y = x^2$ 上の動点 Q とでできる $\triangle ABQ$ の重心 G の軌跡を求めよ。(15 点)

★★

77 放物線 $y = x^2 - 2(m + 1)x + 3m^2 - m$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 頂点 P の座標を m で表せ。(5 点)
- (2) m がすべての実数値をとって変化するとき、頂点 P の軌跡を求めよ。(10 点)

3 2 軌跡と方程式 (3) 数学Ⅱ 50

★★★
78 放物線 $y = x^2 + (2k - 10)x - 4k + 16$ について、 k の値が $k \geq 0$ の範囲で変化するとき、放物線の頂点の軌跡を求めよ。(15点) [類 東北工大]

★★★
79 実数 a に対して、曲線 $C_a : x^2 + 3ax + y^2 + (a - 4)y - 7a - 1 = 0$ を考える。 [名城大]

(1) C_a は a の値にかかわらず、円を表すことを示せ。(10点)

(2) C_a の中心を P とする。 a がすべての実数値をとって変わるとき、 P の軌跡を求めよ。(10点)

★★★
80 実数 t に対して xy 平面上の直線 $\ell_t : y = 2tx - t^2$ を考える。点 P を通る直線 ℓ_t はただ 1 つであるとする。このような点 P の軌跡の方程式を求めよ。(15点) [類 神戸大]

3 3 軌跡と方程式 (4)

数学Ⅱ / 50

★★★
81

t が任意の実数値をとって変わるとき、2 直線 $tx - y = t$, $x + ty = -2t - 1$ の交点 P の軌跡を求めよ。(25 点) [類 関西学院大]

★★★
82

直線 $y = m(x - 1) - 1$ と放物線 $y = x^2 - x$ が異なる 2 点 A , B で交わっている。実数 m の値が変化するとき、線分 AB の中点 P の軌跡を求めよ。(25 点) [類 関西大]

(月 日)	得 点
数学Ⅱ	50

3 4 不等式と領域 (1)

★★
83 次の不等式の表す領域を図示せよ。(10点×2)

(1)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x < 16 \\ 4x - 3y < 12 \end{cases}$$

(2) $|x + 3y| \leq 3$

★★
84 次の不等式の表す領域を図示せよ。(10点×2)

(1) $(x + y - 3)(x^2 + y^2 - 9) \leq 0$

(2) $(x^2 - y)(x - y + 2) > 0$

★★
85 2点 A(-3, 0), B(3, 0) に対して, $2AP \leq BP$ を満たす点 P の存在範囲を図示せよ。(10点)

35 不等式と領域 (2)

数学Ⅱ / 50

★★

86 x, y が3つの不等式 $x-3y \geq -6, x+2y \geq 4, 3x+y \leq 12$ を同時に満たすとき、 $2x+y$ の最大値と最小値を求めよ。(20点)

★★

87 x, y が不等式 $x \geq 0, y \geq 0, 5 \leq 4x+3y \leq 12$ を同時に満たすとき、 x^2+y^2 の最大値と最小値を求めよ。(30点)

(月 日) 得点

36 不等式と領域 (3)

数学Ⅱ / 50

★★

88 連立不等式 $y \leq x$, $x^2 - 4x + y^2 \leq 0$ の表す領域の面積を求めよ。(15点)

[湘南工科大]

★★

89 $x^2 + y^2 < 9$, $y \geq x^2$ を満たす整数の組 (x, y) は全部で何個あるか。(15点)

[立命館大]

★★★

90 点 $P(\alpha, \beta)$ が $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta < 1$ を満たして動くとき、点 $Q(\alpha + \beta, \alpha\beta)$ の動く範囲を図示せよ。

(20点) [岐阜大]

37 不等式と領域 (4)

数学Ⅱ / 50

★★★

91 方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の2つの異なる解が $-1 < x < 2$ の範囲にある。 a, b の満たす関係式を求めよ。また、点 (a, b) の存在する範囲を図示せよ。(25点) [龍谷大]

★★★

92 不等式： $|x-2| \leq y \leq -|x-2| + 4$ が表す領域 D を図示し、点 (x, y) がこの領域内を動くとき $x^2 + y^2$ の値の範囲を求めよ。(25点) [弘前大]

38 三角関数の相互関係

数学Ⅱ / 50

★★
93 $\tan \theta = 5$ のとき、 $\frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta}$ の値を求めよ。(10点)

★★
94 θ が第4象限の角で、 $\sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{3}$ のとき、次の値を求めよ。(10点×2)

(1) $\sin \theta - \cos \theta$

(2) $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$

★★
95 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき、次の値を求めよ。(10点×2)

(1) $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$

(2) $\tan^3 \theta + \frac{1}{\tan^3 \theta}$

39 三角関数 (1)	数学Ⅱ	50
-------------	-----	----

★★
96 関数 $y = a \sin b\theta$ の周期は $\frac{4}{3}\pi$ であり、 $\theta = \frac{5}{9}\pi$ のとき $y = 2$ である。正の定数 a, b の値を求めよ。(10点)

★★
97 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。(10点×2)

(1) $\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

(2) $4\cos^2\theta < 8\sin\theta + 7$

★★★
98 等式 $\sin^2\theta + \cos\theta + a = 0$ を満たす θ が存在するように、定数 a の値の範囲を定めよ。(20点)

(月 日)	得 点
数学Ⅱ	50

40 三角関数 (2)

数学Ⅱ

50

★★★

99

a を実数とする。 $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、関数 $y = a \cos \theta - 2 \sin^2 \theta$ の最大値、最小値をそれぞれ $M(a)$ 、 $m(a)$ とする。

[熊本大]

(1) $M(a)$ と $m(a)$ を求めよ。(30点)

(2) a が実数全体を動くとき、 $M(a)$ の最小値と $m(a)$ の最大値を求めよ。(20点)

4 1 加法定理とその応用 (1)	数学Ⅱ	50
-------------------	-----	----

★★
100 $\sin \alpha + \cos \beta = \frac{1}{3}$, $\cos \alpha - \sin \beta = \frac{1}{2}$ のとき, $\sin(\alpha - \beta)$ の値を求めよ。(20点)

★★
101 $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 次の方程式, 不等式を解け。(10点×3)

(1) $\sin x - \cos x > 1$

(2) $\sin 2x < \sin x$

(3) $\sin x + \sin 3x = 0$

(月 日) 得点

4 2 加法定理とその応用 (2)

数学Ⅱ

50

★★

102

関数 $y = \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。(25 点)

★★

103

関数 $y = 7\cos^2 x + 8\sin x \cos x + \sin^2 x$ の最大値と最小値を求めよ。(25 点)

4 3 加法定理とその応用 (3) 数学Ⅱ / 50

★★
104 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする。 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{5}{13}$ であるとき、 $\sin(2\alpha + \beta)$ の値を求めよ。

(15点) [類 同志社大]

★★★
105 (1) 角 α が $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $\cos 2\alpha = \cos 3\alpha$ を満たすとき、 α は何度か。(10点) [滋賀大]

(2) 三角関数の加法定理と 2 倍角の公式を使って、 $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$ を示せ。(10点)

(3) (1)の角 α に対して、 $\cos \alpha$ の値を求めよ。(15点)

4 4 加法定理とその応用 (4)	数学Ⅱ	50
-------------------	-----	----

★★★
106

(1) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、次の方程式を満たす θ の値を求めよ。(15点)

[和歌山大]

$$\sin 2\theta - 2\sqrt{3} \cos^2 \theta - 2\sqrt{2} \cos \theta = 0$$

(2) $\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta = 0$ となる θ で、 $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲にあるものを小さい方から順に並べよ。(15点)

[立教大]

★★★
107

実数 x, y が $x^2 + y^2 = 1$ を満たすとき、 $3x^2 + 2xy + y^2$ の最大値、最小値を求めよ。(20点)

[釧路公立大]

4 5 等差数列	数学B	50
----------	-----	----

★★
108 第5項が8, 第10項が-7である等差数列 $\{a_n\}$ について (1) 10点 (2) 5点

- (1) 第100項を求めよ。 (2) 初めて-100より小さくなるのは第何項か。

★★
109 等差数列をなす3つの数がある。その和は3で, 平方の和は21である。この3つの数を求めよ。
(15点)

★★
110 初項-70, 公差3の等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする。(5点×4)

- (1) 第何項が初めて正になるか。 (2) S_n が最小になる n の値を求めよ。
(3) S_n の最小値を求めよ。 (4) S_n が初めて正となる n の値を求めよ。

46 等比数列	数学B	50
---------	-----	----

★★
111 第3項が20, 第5項が80, 第 k 項が640の等比数列がある。このとき, 次の値を求めよ。

(1) 初項, 公比, k の値 (10点)

(2) 第5項から第11項までの和 (10点)

★★
112 第3項が6, 初項から第3項までの和が78である等比数列の一般項 a_n を求めよ。(15点)

★★
113 数列24, a , b が等差数列をなし, 数列 a , b , 8が等比数列をなすという。このとき, a , b の値を求めよ。(15点)

47 種々の数列 (1)	数学B	50
--------------	-----	----

★★
114 数列 $1, 1+5, 1+5+9, 1+5+9+13, \dots$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。(15点)

★★
115 数列 $\{a_n\}$ を $1, 3, 7, 15, 31, 63, \dots$ とする。

(1) 一般項 a_n を求めよ。(10点)

(2) 初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。(5点)

★★
116 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n(n+1)(n+2)$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) 一般項 a_n を求めよ。(10点)

(2) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ を求めよ。(10点)

48 種々の数列 (2)	数学B	50
--------------	-----	----

★★
117 和 $S = 1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{2^2} + \frac{7}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^{n-1}}$ を計算せよ。(15点)

★★
118 偶数の列を、次のように1個, 2個, 3個, ……の群に分ける。
{2}, {4, 6}, {8, 10, 12}, {14, 16, 18, 20}, ……

- (1) 第 n 群の最初の数を求めよ。(10点)

- (2) 第 n 群に含まれる数の和を求めよ。(10点)

- (3) 300 は第何群の何番目に並ぶ数か。(15点)

49	漸化式 (1)	数学B	50
----	---------	-----	----

★★
119 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{9a_n + 4}$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(25点)

★★★
120 $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_{n+2} + 5a_{n+1} - 6a_n = 0$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(25点)

50 漸化式 (2)	数学B	/ 50
------------	-----	------

★★
121 数列 $\{a_n\}$ が $a_1=3, a_{n+1}=2a_n+3^{n+1}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を満たすとき、一般項 a_n を求めよ。
 (20点) [信州大]

★★★
122 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、 $2S_{n+1}-5S_n+3S_{n-1}=1$ ($n \geq 2$) が成り立つ。ただし、 $a_1=\frac{1}{2}, a_2=\frac{5}{4}$ である。このとき、 $a_{n+1}=\text{ア} \square a_n + \text{イ} \square$ ($n \geq 1$) となり、この数列の一般項は、 $a_n=\text{ウ} \square$ ($n \geq 1$) と表される。また、 S_n を a_n と n で表すと、 $S_n=\text{エ} \square a_n - n$ ($n \geq 1$) である。(ア)(イ) 各5点 (ウ)(エ) 各10点
 [西南学院大]

5 1 漸化式 (3)	数学B	/ 50
-------------	-----	------

★★★
123 $a_1=1, b_1=3, a_{n+1}=3a_n+b_n, b_{n+1}=2a_n+4b_n$ で定められている数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ がある。

[三重大]

(1) $a_{n+1}+\alpha b_{n+1}=\beta(a_n+\alpha b_n)$ を満たす α, β の組を 2 組求めよ。(10 点)

(2) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。(15 点)

★★★
124 四角形 ABCD を底面とする四角錐 OABCD を考える。点 P は時刻 0 では頂点 O にあり、1 秒ごと
 に次の規則に従ってこの四角錐の 5 つの頂点のいずれかに移動する。

規則：点 P のあった頂点と 1 つの辺によって結ばれる頂点の 1 つに、等しい確率で移動する。

このとき、 n 秒後に点 P が頂点 O にある確率を求めよ。(25 点) [京成大]

(月 日) 得点

5 2 数学的帰納法

数学B / 50

★★

125 n は自然数とする。 $5^n - 2^n$ は 3 の倍数であることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。(25 点)

★★

126 $a_1 = 1, a_{n+1} + a_n = 4n$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を推測して、それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。(25 点)