

## 内容見本用 目次

実際の書籍には、これと同内容のものが表紙裏に入ります。

| ページ | 項目名                |
|-----|--------------------|
| 1   | 式の計算, 実数 (1)       |
| 2   | 式の計算, 実数 (2)       |
| 3   | 集合と命題 (1)          |
| 4   | 集合と命題 (2)          |
| 5   | 2次関数の最大・最小         |
| 6   | 三角比 (1)            |
| 7   | 三角比 (2)            |
| 8   | 正弦定理, 余弦定理, 面積 (1) |
| 9   | 正弦定理, 余弦定理, 面積 (2) |
| 10  | 場合の数 (1)           |
| 11  | 場合の数 (2)           |
| 12  | 確率 (1)             |
| 13  | 確率 (2)             |
| 14  | 平面図形               |
| 15  | 数学と人間の活動 (1)       |
| 16  | 数学と人間の活動 (2)       |
| 17  | 数学と人間の活動 (3)       |
| 18  | 式と証明, 複素数と方程式 (1)  |
| 19  | 式と証明, 複素数と方程式 (2)  |
| 20  | 点と直線 (1)           |
| 21  | 点と直線 (2)           |
| 22  | 円の方程式 (1)          |
| 23  | 円の方程式 (2)          |
| 24  | 円と直線 (1)           |
| 25  | 円と直線 (2)           |
| 26  | 軌跡と方程式 (1)         |
| 27  | 軌跡と方程式 (2)         |
| 28  | 軌跡と方程式 (3)         |
| 29  | 軌跡と方程式 (4)         |
| 30  | 不等式と領域 (1)         |
| 31  | 不等式と領域 (2)         |
| 32  | 不等式と領域 (3)         |

| ページ | 項目名           |
|-----|---------------|
| 33  | 不等式と領域 (4)    |
| 34  | 三角関数の相互関係     |
| 35  | 三角関数 (1)      |
| 36  | 三角関数 (2)      |
| 37  | 加法定理とその応用 (1) |
| 38  | 加法定理とその応用 (2) |
| 39  | 加法定理とその応用 (3) |
| 40  | 加法定理とその応用 (4) |
| 41  | 等差数列          |
| 42  | 等比数列 (1)      |
| 43  | 等比数列 (2)      |
| 44  | 種々の数列 (1)     |
| 45  | 種々の数列 (2)     |
| 46  | 漸化式 (1)       |
| 47  | 漸化式 (2)       |
| 48  | 数学的帰納法        |

|        |    |
|--------|----|
| ( 月 日) | 得点 |
| 数学 I   | 50 |

# 1 式の計算, 実数 (1)

★★  
1 次の式を展開せよ。(5点×2)

(1)  $(2x - y + 3)^2$

(2)  $(3x + 1)(x + 3)(3x - 1)(x - 3)$

★★  
2 次の式を因数分解せよ。(10点×2)

(1)  $(a + b)x^2 - 2ax + a - b$

(2)  $3x^2 + 7xy + 2y^2 - 10x - 8$

★★  
3 次の式を因数分解せよ。(10点×2)

(1)  $2x^4 - 7x^2 - 4$

(2)  $(x + 1)(x + 3)(x + 4)(x + 6) + 8$

2 式の計算, 実数 (2)

数学 I

50

★★

4 (1)  $\sqrt{80-32\sqrt{6}}$  を簡単にせよ。(5点)

(2)  $\frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$  の分母を有理化せよ。(10点)

★★

5  $a = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$  とするとき,  $a^2-b^2$ ,  $a^3+b^3$  の値を求めよ。(10点×2)

★★

6  $2x+|x+1|+|x-1|=6$  を満たす実数  $x$  の値を求めよ。(15点)

|                    |      |      |
|--------------------|------|------|
| <b>3 集合と命題 (1)</b> | 数学 I | / 50 |
|--------------------|------|------|

★  
**7** 全体集合  $U$  を  $U = \{n \mid n^2 - 9n - 10 < 0, n \text{ は自然数}\}$  とする。 $U$  の部分集合  $A, B$  が、  
 $A \cap B = \{7\}$ ,  $\overline{A} \cap B = \{2, 3, 6\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$  を満たしている。  
 このとき、 $A \cap \overline{B} = \{^{\text{ア}} \square\}$  であり、 $\overline{A} \cap \overline{B} = \{^{\text{イ}} \square\}$  である。(10点×2) [広島工大]

★  
**8** 次の命題について、以下の(ア)、(イ)に答えよ。ただし、 $x, y$  は実数、 $m, n$  は整数とする。  
 (A)  $|x| < 1$  ならば、 $x^2 < 1$  である。  
 (B)  $m$  が 4 の倍数ならば、 $m$  は 2 の倍数である。  
 (C)  $x > y$  ならば、 $x^2 > y^2$  である。  
 (D)  $mn$  が 6 の倍数ならば、 $m$  または  $n$  は 6 の倍数である。  
 (ア) 命題が真であるものは  $\square$  である。(記号で答えよ)  
 (イ) 命題の逆が偽であるものは  $\square$  である。(記号で答えよ) (15点×2)

|             |      |    |
|-------------|------|----|
| 4 集合と命題 (2) | 数学 I | 50 |
|-------------|------|----|

★ 9 次の文中の□にあてはまる語句を下記の①～④の中から選べ。(ア)12点 (イ)13点

自然数  $A$  について、「 $A$  が 6 で割り切れる」ことは「 $A$  が 2 で割り切れる」ためのア□。また、「 $A$  が 2 で割り切れない」ことは「 $A$  が素数である」ためのイ□。

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも、十分条件でもない

★★ 10 次の問いに答えよ。ただし、 $a, b$  は実数とする。 [類 山口大]

- (1) 命題「 $a=0$  かつ  $b=0$  ならば、すべての実数  $x$  について  $ax+b=0$  である」の逆と対偶を述べよ。(10点)
- (2) 命題「 $a>0$  かつ  $b>0$  ならば、 $ab>0$  である」の逆を述べ、その真偽について、真であれば証明し、偽であれば反例をあげよ。(15点)

|   |            |      |    |
|---|------------|------|----|
| 5 | 2次関数の最大・最小 | 数学 I | 50 |
|---|------------|------|----|

★  
11 2次関数  $y = -x^2 + 4x + a$  ( $1 \leq x \leq 4$ ,  $a$  は定数) は,  $x = \text{ア}$  のとき, 最大値 7 をとる。このとき, 最小値は  $\text{イ}$  である。(15 点)

★★  
12 2次関数  $y = x^2 + 2bx + 6 + 2b$  の最小値が最大になるのは,  $b = \text{ア}$  のときで, その値は  $\text{イ}$  である。(15 点)

★★  
13 2次関数  $f(x) = ax^2 - 2ax + b$  の  $-2 \leq x \leq 2$  の範囲における最大値が 5, 最小値が  $-4$  のとき, 定数  $a, b$  の値を求めよ。(20 点)

|           |      |    |
|-----------|------|----|
| 6 三角比 (1) | 数学 I | 50 |
|-----------|------|----|

★  
14  $\theta$  が鋭角で  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  であるとき,  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  の値を求めよ。(15点)

★★  
15  $\frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \left( \frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} \right)$  の値を求めよ。(15点)

★★  
16  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲で  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき,  $\sin \theta \cos \theta$ ,  $\sin \theta - \cos \theta$  の値を求めよ。  
(20点)

|           |      |    |
|-----------|------|----|
| 7 三角比 (2) | 数学 I | 50 |
|-----------|------|----|

★★  
17

(1)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき、 $2\cos^2\theta + \cos\theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。(15点)

(2)  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき、 $2\cos^2\theta + 11\sin\theta - 7 = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。(15点)

★★  
18

関数  $y = \sin^2 x - \cos x$  ( $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ ) の最大値と最小値を求めよ。(20点)

( 月 日) 得 点

8 正弦定理, 余弦定理, 面積 (1)

数学 I

50

★  
19  $\triangle ABC$  において,  $AB=8$ ,  $BC=5\sqrt{3}$ ,  $\angle B=30^\circ$  のとき, 辺  $AC$  の長さおよび  $\sin C$  の値を求めよ。(15点)

★  
20  $\triangle ABC$  において,  $AB=1$ ,  $BC=3$ ,  $CA=\sqrt{6}$  であるとき, この三角形の外接円の半径を求めよ。(15点)

★★  
21  $\triangle ABC$  において,  $BC=7$ ,  $\angle B=105^\circ$ ,  $\angle C=45^\circ$  のとき,  $AB$ ,  $AC$  の長さを求めよ。(10点×2)

9 正弦定理, 余弦定理, 面積 (2) 数学 I 50

★  
22  $\triangle ABC$ において、 $A=45^\circ$ ,  $b=\sqrt{2}$ ,  $c=1+\sqrt{3}$  のとき (10点 $\times$ 2)

(1)  $a$  の値を求めよ。

(2)  $B$ ,  $C$  の値を求めよ。



★★  
23  $\triangle ABC$ において、 $AB=4\sqrt{3}$ ,  $AC=4$ ,  $\angle ABC=30^\circ$  のとき、この三角形の面積を求めよ。(10点)

★★  
24 円に内接する四角形  $ABCD$  があり、 $AB=3$ ,  $BC=CD$ ,  $DA=1$ ,  $\angle BAD=120^\circ$  である。このとき、対角線  $BD$  の長さを求めよ。また、四角形  $ABCD$  の面積  $S$  を求めよ。(10点 $\times$ 2)

( 月 日) 得点

10 場合の数 (1)

数学A

50

★★

25 540 の正の約数の個数は  $\text{ア}$   である。更に、これらの約数の和は  $\text{イ}$   である。

((ア) 7点 (イ) 8点)

★★

26 0, 1, 2, 3 の 4 種類の数字から、相異なる 3 個の数字を並べて 3 桁の整数を作ると  $\text{ア}$   個できる。また、そのうち偶数であるのは  $\text{イ}$   個ある。((ア) 7点 (イ) 8点)

★★

27 男子 3 人、女子 2 人を横一列に並べるとき、両端がともに男子である並べ方は  $\text{ア}$   通りある。また、この 5 人を円形に並べるとき、女子が隣り合わない並べ方は  $\text{イ}$   通りある。(10点×2)

|     |          |      |    |
|-----|----------|------|----|
| 1 1 | 場合の数 (2) | 数学 A | 50 |
|-----|----------|------|----|

★  
28 7人の男子と5人の女子がいる。この中から委員3人を選ぶ選び方は全部でア□通りある。  
また、この3人の委員のうち少なくとも1人が女子である選び方はイ□通りである。  
(ア) 6点 (イ) 9点

★★  
29 I, S, H, I, K, A, W, Aの8個のアルファベットを横一列に並べてできる順列の総数はア□  
通りであり、このうち、両端が母音であるものはイ□通りである。(10点×2)

★★  
30 先生が、赤色の風船、青色の風船、黄色の風船をそれぞれ7本ずつ、合計で21本持っている。そして、これらの風船を7人の子どもたちに1本ずつ、全部で7本の風船を配っている。このとき、子どもたちへの風船の配り方はア□通りあり、3色すべての色の風船を少なくとも1本は配るときの配り方はイ□通りある。(ア) 5点 (イ) 10点

( 月 日) 得点

12 確率 (1)

数学A

50

★  
31 赤玉が4個と白玉が2個入った袋がある。いま、この袋から同時に玉を2個取り出す。このとき、赤玉を2個取り出す確率はア $\square$ であり、赤玉を1個と白玉を1個取り出す確率はイ $\square$ である。

((ア)7点 (イ)8点)

★  
32 1から9までの番号を書いた札が1枚ずつ合計9枚ある。この中から3枚取り出すとき、札の番号がすべて奇数である確率はア $\square$ である。また、3枚の札の番号の和が奇数となる確率はイ $\square$ である。(10点 $\times$ 2)

★★  
33 原点Oから出発して、数直線上を動く点Pがある。さいころを投げて出た目の数 $k$ に対して、点Pは $+k$ だけ移動するものとする。さいころを3回投げたとき、点Pの座標が15となる確率を求めよ。(15点)

13 確率 (2)

数学A

50

★★

34 赤玉、白玉、青玉がそれぞれ3個ずつ入っている袋がある。この袋から3個の玉を同時に取り出すとき、次の確率を求めよ。(1) 7点 (2) 8点

(1) 赤玉、白玉、青玉が1個ずつである確率

(2) 少なくとも1個は赤玉である確率

★★

35 A, B, C, D, E と書かれた5枚のカードを横一列に並べたとき、母音が隣り合うか、または子音が隣り合う確率を求めよ。(15点)

★★

36 3つのさいころを同時に投げるとき、出た目がすべて異なる確率はア□である。また、3つとも4以下の目が出る確率はイ□であり、出た目の最大値が4となる確率はウ□である。

((ア)イ) 6点 (ウ) 8点

|        |     |
|--------|-----|
| ( 月 日) | 得 点 |
| 数学A    | 50  |

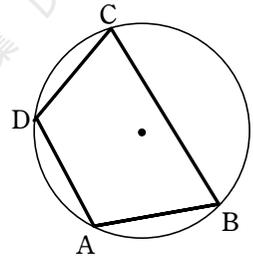
14 平面図形

★ **37**  $\triangle ABC$ において、辺  $AB$  を  $2:3$  に内分する点を  $D$ 、辺  $AC$  を  $3:1$  に内分する点を  $E$  とする。そして点  $D$ 、 $E$  から辺  $BC$  と平行な直線を引き、それと辺  $AC$ 、 $AB$  との交点をそれぞれ  $F$ 、 $G$  とする。

(1)  $DG : AB$  を求めよ。(15 点)

(2)  $DF : GE$  を求めよ。(10 点)

★★ **38** 右の図で  $AB=AD$ 、 $\angle CBD=34^\circ$ 、 $\angle CDB=70^\circ$  とする。このとき、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle D$  を求めよ。(7 点, 9 点, 9 点)



( 月 日) 得点

15 数学と人間の活動 (1)

数学A

50

★★

39 2つの正の整数  $a, b$  の積が 864 で、最小公倍数が 144 であるという。 $a, b$  を求めよ。(15点)

[愛知学院大]

★★

40  $n$  が整数であれば、 $\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$  も整数であることを証明せよ。(20点)

[神戸学院大]

★★

41 方程式  $3xy + 3x + y = 5$  を満たす 2 つの整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。(15点)

[倉敷芸科大]

( 月 日) 得点

16 数学と人間の活動 (2)

数学A

50

★★★  
42

3で割ると2余り, 5で割ると3余り, 11で割ると9余る正の整数のうちで, 1000を超えない最大のものを求めよ。(30点) [早稲田大]

★★★  
43

正の整数  $N$  を6進法, 9進法で表せば, それぞれ3桁の数  $abc$ ,  $cab$  になるという。 $N$  を10進法で表せ。(20点) [山口大]

|    |              |     |    |
|----|--------------|-----|----|
| 17 | 数学と人間の活動 (3) | 数学A | 50 |
|----|--------------|-----|----|

★★★  
44  $a, b, c$  を自然数とする。(1) 10点 (2)(3) 各20点 [関西学院大]

(1)  $a$  が3の倍数でないならば、 $a^2 - 1$  は3の倍数であることを示せ。

(2)  $a^2 + b^2 = c^2$  が成り立つとき、 $a, b$  の少なくとも一方は3の倍数であることを示せ。

(3)  $a, b$  が互いに素で、 $a^2 + b^2 = c^2$  が成り立つとき、 $c$  は奇数であることを示せ。

|                      |     |    |
|----------------------|-----|----|
| 18 式と証明, 複素数と方程式 (1) | 数学Ⅱ | 50 |
|----------------------|-----|----|

★★  
45  $(2x + y)^5$  を展開したとき,  $x^5$  の係数は  $\text{ア}$  ,  $x^2y^3$  の係数は  $\text{イ}$   である。また,  $(2x + y - z)^6$  を展開したとき,  $x^2y^3z$  の係数は  $\text{ウ}$   である。(5点×3)

★  
46  $a > 0, b > 0$  のとき, 不等式  $(a + b)(a^3 + b^3) \geq (a^2 + b^2)^2$  が成り立つことを証明せよ。(15点)

★★  
47 3次方程式  $x^3 + ax + b = 0$  の1つの解が  $1 + i$  であるとき, 実数の定数  $a, b$  の値を求めよ。また, 他の解を求めよ。(20点)

|    |                   |     |    |
|----|-------------------|-----|----|
| 19 | 式と証明, 複素数と方程式 (2) | 数学Ⅱ | 50 |
|----|-------------------|-----|----|

★★

48

- (1)  $8x^4 + 6x^2 - 9$  を有理数の範囲で因数分解せよ。(10点)
- (2) 4次方程式  $8x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 9x - 9 = 0$  の実数解を求めよ。(15点)

[大同工大]

★★

49

- 2次方程式  $x^2 + ax + a - 2 = 0$  ( $a$  は定数) について
- (1) この方程式が常に2つの異なる実数解をもつことを示せ。(5点)
- (2) この方程式の2つの異なる実数解を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とする。 $\alpha^2 + \beta^2$  が最小となるような定数  $a$  の値を求めよ。(10点)
- (3)  $a$  が(2)で求めた値のとき,  $\beta - \alpha$  の値を求めよ。(10点)

[高崎経大]

|             |     |    |
|-------------|-----|----|
| 20 点と直線 (1) | 数学Ⅱ | 50 |
|-------------|-----|----|

★  
50 点 A (3, 2) に関して、原点 O と対称な点 Q がある。次のような点の座標を求めよ。

- (1) 点 Q (5点) (2) 点 Q からの距離が5であるような  $x$  軸上の点 R (10点)

★  
51 2点 A (1, 6), B(-3, -2) がある。次の点の座標を求めよ。(10点×2)

- (1) 線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P (2) 線分 AB を 3 : 1 に外分する点 Q

★  
52 3点 A (5, 4), B(-2, 3), C(3, -1) があるとき、次の点の座標を求めよ。

- (1)  $\triangle ABC$  の重心 G (5点) (2) 平行四辺形 ABCD の頂点 D (10点)

|             |     |    |
|-------------|-----|----|
| 21 点と直線 (2) | 数学Ⅱ | 50 |
|-------------|-----|----|

★★  
53 (1) 2直線  $ax+y=0$ ,  $3x+2y+1=0$  が平行であるように定数  $a$  の値を定めよ。(5点)

(2) 2直線  $ax+y=0$ ,  $-\frac{1}{3}x+y+1=0$  が垂直であるように定数  $a$  の値を定めよ。(5点)

★★  
54 直線  $y=-2x+5$  に関して、原点  $(0, 0)$  と対称な点  $A$  の座標を求めよ。(20点)

★★  
55 3点  $A(1, 1)$ ,  $B(3, 7)$ ,  $C(-3, -1)$  があるとき、次の値を求めよ。(10点×2)

(1) 点  $A$  と直線  $BC$  との距離

(2)  $\triangle ABC$  の面積

|        |     |
|--------|-----|
| ( 月 日) | 得 点 |
| 数学Ⅱ    | 50  |

## 22 円の方程式 (1)

★  
56 次のような円の方程式を求めよ。(1) 5点 (2) 10点

(1) 点  $(-2, 1)$  を中心とし、 $y$  軸に接する

(2) 2点  $(6, 2)$ ,  $(-2, -4)$  を直径の両端とする

★★  
57 次のような円の方程式を求めよ。(10点×2)

(1) 円  $x^2 + 2x + y^2 - 4y - 4 = 0$  と中心が同じで、点  $(4, 2)$  を通る

(2) 中心が点  $(3, 0)$  で、直線  $4x - 3y - 2 = 0$  に接する

★★  
58 3点  $(0, 0)$ ,  $(-1, -2)$ ,  $(3, 1)$  を通る円の方程式を求めよ。(15点)

23 円の方程式 (2)

数学Ⅱ

50

★★

59 点  $(2, -3)$  に関して、円  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$  と対称な円の方程式を求めよ。(15点)

★★

60 中心が直線  $y=2x$  上にあり、原点と点  $(2, 4)$  を通る円の方程式を求めよ。(15点)

★★

61 方程式  $x^2 + y^2 + 2mx - 2(m-1)y + 5m^2 = 0$  が円を表すとき、次の問いに答えよ。

(1) 定数  $m$  の値の範囲を求めよ。(10点)

(2) この円の半径が最大になるとき、その大きさと定数  $m$  の値を求めよ。(10点)

|        |    |
|--------|----|
| ( 月 日) | 得点 |
| 数学Ⅱ    | 50 |

## 24 円と直線 (1)

★★  
62 傾きが2で、円  $x^2 + y^2 = 1$  に接する直線の方程式を求めよ。(15点)

★★  
63 円  $x^2 + y^2 = 25$  について、次の接線の方程式を求めよ。

(1) 円上の点  $(4, -3)$  における接線 (5点)

(2) 点  $(10, 5)$  を通る接線 (15点)

★★  
64 円  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$  と直線  $x + 2y = 5$  の2つの交点と点  $A(3, 2)$  を通る円の方程式を求めよ。(15点)

|             |     |    |
|-------------|-----|----|
| 25 円と直線 (2) | 数学Ⅱ | 50 |
|-------------|-----|----|

★★  
65 円  $(x-1)^2+(y-2)^2=5$  が直線  $y=3x-6$  から切り取る弦の長さを求めよ。(10点)

★★  
66 円  $x^2+y^2=25$  に点  $A(7, -1)$  から 2 本の接線を引く。この 2 本の接線の方程式を求めよ。また、2 つの接点を通る直線の方程式を求めよ。(20点)

★★  
67 2 つの円  $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ ,  $x^2+y^2-6x+5=0$  の 2 つの交点と原点を通る円の方程式を求めよ。また、2 つの円の交点を通る直線の方程式を求めよ。(20点)

|    |            |     |    |
|----|------------|-----|----|
| 26 | 軌跡と方程式 (1) | 数学Ⅱ | 50 |
|----|------------|-----|----|

★  
68 2点  $A(-1, -2)$ ,  $B(-3, 2)$  から等距離にある点  $P$  の軌跡を求めよ。(15点)

★  
69 (1) 2点  $A(2, 0)$ ,  $B(-2, 0)$  に対して,  $AP^2 - BP^2 = 10$  を満たす点  $P$  の軌跡を求めよ。(10点)

(2) 3点  $A(0, 2)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(3, -4)$  に対して,  $AP^2 = BP^2 + CP^2$  を満たす点  $P$  の軌跡を求めよ。(10点)

★  
70 2点  $O(0, 0)$ ,  $A(6, 0)$  からの距離の比が  $2:1$  である点  $P$  の軌跡を求めよ。(15点)

|    |            |     |    |
|----|------------|-----|----|
| 27 | 軌跡と方程式 (2) | 数学Ⅱ | 50 |
|----|------------|-----|----|

★★  
71 点 A (5, 0) と円  $(x+1)^2 + y^2 = 16$  上の点 Q を結ぶ線分 AQ の中点 P の軌跡を求めよ。(15点)

★★  
72 2点 A (5, 0), B (7, -6) と円  $x^2 + y^2 = 9$  上の動点 Q からなる  $\triangle ABQ$  の重心 P の軌跡を求めよ。(20点)

★★  
73  $m$  の値が変化するとき、放物線  $y = x^2 - 4mx + 5$  の頂点 P の軌跡を求めよ。(15点)

28 軌跡と方程式 (3)

数学Ⅱ / 50

★★

74

(1) 2点  $A(-\sqrt{3}, 0)$ ,  $B(\sqrt{3}, 0)$  からの距離の平方の和が 30 である点  $P$  の軌跡を求めよ。

(10点)

(2) 2直線  $x+2y=0$ ,  $2x-y=0$  への距離が等しい点  $P$  の軌跡を求めよ。(10点)

★★

75

2点  $A(-3, 0)$ ,  $B(2, 0)$  からの距離の比が  $3:2$  である点  $P$  の軌跡を求めよ。(15点)

★★

76

点  $(0, 3)$  との距離と、直線  $y=-3$  との距離が等しい点の軌跡を求めよ。(15点)

|               |     |    |
|---------------|-----|----|
| 29 軌跡と方程式 (4) | 数学Ⅱ | 50 |
|---------------|-----|----|

★★

77 点 A (-3, 0) と円  $x^2 + y^2 = 6y$  上の点 Q を結ぶ線分 AQ を 2 : 1 に内分する点 P の軌跡を求めよ。(20点)

★★

78 2点 A (3, 0), B (0, -3) と放物線  $y = x^2$  上の動点 Q とでできる  $\triangle ABQ$  の重心 G の軌跡を求めよ。(15点)

★★

79 放物線  $y = x^2 - 2(m+1)x + 3m^2 - m$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 頂点 P の座標を  $m$  で表せ。(5点)
- (2)  $m$  がすべての実数値をとって変化するとき、頂点 P の軌跡を求めよ。(10点)

|        |    |
|--------|----|
| ( 月 日) | 得点 |
| 数学Ⅱ    | 50 |

### 30 不等式と領域 (1)

★ **80** 連立不等式  $x^2 + y^2 \leq 9$ ,  $x - y + 3 \leq 0$  について、次の問いに答えよ。(10点×2)

(1) 連立不等式の表す領域を図示せよ。

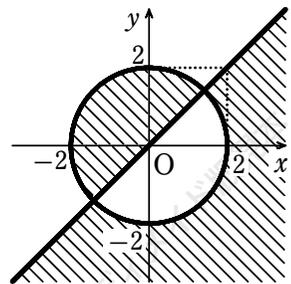
(2) この領域の面積を求めよ。

★★ **81** 次の不等式の表す領域を図示せよ。(10点×2)

(1)  $(2x - y - 3)(x - y + 1) \leq 0$

(2)  $1 < x^2 + (y - 1)^2 < 4$

★★ **82** 右の図の斜線部分を表す不等式を求めよ。ただし、境界線を含むものとする。(10点)



|        |     |
|--------|-----|
| ( 月 日) | 得 点 |
| 数学Ⅱ    | 50  |

### 3 1 不等式と領域 (2)

数学Ⅱ

50

★★

83  $x, y$  が 4 つの不等式  $x \geq 0, y \geq 0, 3x + y \leq 15, x + 2y \leq 10$  を同時に満たすとき、 $4x + 3y$  の最大値と最小値を求めよ。(20 点)

★★

84 不等式  $x^2 + y^2 \leq 4$  を満たす  $x, y$  に対して、 $x + y$  の最大値と最小値を求めよ。(20 点)

★★

85  $x, y$  は実数とする。「 $x^2 + y^2 < 4$  ならば  $x^2 + y^2 - 8x + 12 > 0$ 」を証明せよ。(10 点)

|        |     |
|--------|-----|
| ( 月 日) | 得 点 |
| 数学Ⅱ    | 50  |

### 3 2 不等式と領域 (3)

★★  
86 次の不等式の表す領域を図示せよ。(10点×2)

(1) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x < 16 \\ 4x - 3y < 12 \end{cases}$$

(2)  $|x + 3y| \leq 3$

★★  
87 次の不等式の表す領域を図示せよ。(10点×2)

(1)  $(x + y - 3)(x^2 + y^2 - 9) \leq 0$

(2)  $(x^2 - y)(x - y + 2) > 0$

★★  
88 2点 A(-3, 0), B(3, 0) に対して,  $2AP \leq BP$  を満たす点 P の存在範囲を図示せよ。(10点)

3 3 不等式と領域 (4)

数学Ⅱ

50

★★

89  $x, y$  が 3 つの不等式  $x - 3y \geq -6$ ,  $x + 2y \geq 4$ ,  $3x + y \leq 12$  を同時に満たすとき,  $2x + y$  の最大値と最小値を求めよ。(20 点)

★★

90  $x, y$  が不等式  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $5 \leq 4x + 3y \leq 12$  を同時に満たすとき,  $x^2 + y^2$  の最大値と最小値を求めよ。(30 点)

3 4 三角関数の相互関係 数学Ⅱ 50

★ 91 (1)  $\theta$  が第3象限の角で、 $\cos\theta = -\frac{2}{3}$  のとき、 $\sin\theta$  と  $\tan\theta$  の値を求めよ。(10点)

(2)  $\tan\theta = -\frac{1}{2}$  ( $\pi < \theta < 2\pi$ ) のとき、 $\cos\theta$  と  $\sin\theta$  の値を求めよ。(10点)

★ 92 等式  $\frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta - \sin^2\theta} = \frac{1}{\tan^2\theta}$  を証明せよ。(10点)

★★ 93  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、次の値を求めよ。(10点×2)

(1)  $\sin\theta \cos\theta$

(2)  $\sin^3\theta + \cos^3\theta$

|        |     |
|--------|-----|
| ( 月 日) | 得 点 |
| 数学Ⅱ    | 50  |

### 35 三角関数 (1)

★  
94 次の関数のグラフをかけ。(5点×2)

(1)  $y = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

(2)  $y = 2\cos 2\theta$

★★  
95  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、次の方程式、不等式を解け。(10点×2)

(1)  $\tan \theta + 1 > 0$

(2)  $2\sin^2 \theta - 3\cos \theta = 0$

★★  
96 次の関数の最大値と最小値、およびそのときの  $\theta$  の値を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$  とする。

(10点×2)

(1)  $y = \sin \theta - 2$

(2)  $y = 1 + \cos \theta + \sin^2 \theta$

|             |     |    |
|-------------|-----|----|
| 36 三角関数 (2) | 数学Ⅱ | 50 |
|-------------|-----|----|

★★  
97 関数  $y = a \sin b\theta$  の周期は  $\frac{4}{3}\pi$  であり、 $\theta = \frac{5}{9}\pi$  のとき  $y = 2$  である。正の定数  $a, b$  の値を求めよ。(10点)

★★  
98  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、次の方程式、不等式を解け。(10点×2)

(1)  $\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

(2)  $4\cos^2\theta < 8\sin\theta + 7$

★★★  
99 等式  $\sin^2\theta + \cos\theta + a = 0$  を満たす  $\theta$  が存在するように、定数  $a$  の値の範囲を定めよ。(20点)

37 加法定理とその応用 (1)

数学Ⅱ / 50

★  
100  $\alpha, \beta$  はともに鈍角で,  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\cos \beta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$  のとき,  $\sin(\alpha + \beta)$ ,  $\cos(\alpha - \beta)$  の値を求めよ。(20点)

★  
101  $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ ,  $\cos \theta = -\frac{3}{4}$  のとき,  $\sin 2\theta$ ,  $\cos \frac{\theta}{2}$  の値を求めよ。(10点)

★★  
102  $\alpha, \beta, \gamma$  は鋭角で,  $\tan \alpha = 1$ ,  $\tan \beta = 2$ ,  $\tan \gamma = 3$  のとき,  $\tan(\alpha + \beta)$ ,  $\tan(\alpha + \beta + \gamma)$ ,  $\alpha + \beta + \gamma$  の値を求めよ。(20点)

38 加法定理とその応用 (2)

★★  
103  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、次の方程式、不等式を解け。(15点×2)

(1)  $\sin 2\theta = \sqrt{2} \sin \theta$

(2)  $\cos 2\theta > 7\cos \theta + 3$

★★  
104 (1)  $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき、関数  $y = \sqrt{6} \sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta$  の最大値と最小値、およびそのときの  $\theta$  の値を求めよ。(10点)

(2)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、方程式  $\sqrt{6} \sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta = 2$  を解け。(10点)

|                  |     |    |
|------------------|-----|----|
| 39 加法定理とその応用 (3) | 数学Ⅱ | 50 |
|------------------|-----|----|

★★  
105  $\sin \alpha + \cos \beta = \frac{1}{3}$ ,  $\cos \alpha - \sin \beta = \frac{1}{2}$  のとき,  $\sin(\alpha - \beta)$  の値を求めよ。(20点)

★★  
106  $0 \leq x < 2\pi$  のとき, 次の方程式, 不等式を解け。(10点×3)

(1)  $\sin x - \cos x > 1$

(2)  $\sin 2x < \sin x$

(3)  $\sin x + \sin 3x = 0$

( 月 日) 得点

40 加法定理とその応用 (4)

数学Ⅱ

50

★★

107

関数  $y = \sin x \cos x + \sin x + \cos x$  の最大値と最小値を求めよ。(25点)

★★

108

関数  $y = 7\cos^2 x + 8\sin x \cos x + \sin^2 x$  の最大値と最小値を求めよ。(25点)

|          |     |    |
|----------|-----|----|
| 4 1 等差数列 | 数学B | 50 |
|----------|-----|----|

★ **109** 第3項が44, 第8項が29である等差数列  $\{a_n\}$  について (10点×2)

- (1) 第10項を求めよ。 (2)  $-1$  は第何項か。

★★ **110** 第10項が15で, 初項から第20項までの和が320である等差数列の初項と公差を求めよ。(10点)

★★ **111** (1) 数列  $9, x, -5$  が等差数列であるとき,  $x$  の値を求めよ。(10点)

- (2) 20から100までの自然数のうち, 4で割って1余る数の和を求めよ。(10点)

|              |     |    |
|--------------|-----|----|
| 4 2 等比数列 (1) | 数学B | 50 |
|--------------|-----|----|

★  
112 次の等比数列の項数を求めよ。(10点×2)

(1) 初項が 5, 末項が 320, 公比が 2

(2) 初項が 5, 公比が 2, 初項から末項までの和が 155

★★  
113 数列  $4, a, b$  および数列  $b, 40, 64$  はともに等比数列である。 $a, b$  の値を求めよ。(10点)

★★  
114 次の等比数列の初項と公比を求めよ。ただし, 公比は実数とする。(10点×2)

(1) 第 3 項が 3, 第 6 項が  $-24$

(2) 第 2 項が 6, 第 2 項から第 4 項までの和が 42

|             |     |    |
|-------------|-----|----|
| 43 等比数列 (2) | 数学B | 50 |
|-------------|-----|----|

★★  
115 第3項が20, 第5項が80, 第 $k$ 項が640の等比数列がある。このとき, 次の値を求めよ。

(1) 初項, 公比,  $k$ の値 (10点)

(2) 第5項から第11項までの和 (10点)

★★  
116 第3項が6, 初項から第3項までの和が78である等比数列の一般項 $a_n$ を求めよ。(15点)

★★  
117 数列24,  $a$ ,  $b$ が等差数列をなし, 数列 $a$ ,  $b$ , 8が等比数列をなすという。このとき,  $a$ ,  $b$ の値を求めよ。(15点)

4 4 種々の数列 (1)

数学B

50

★  
118 次の和を計算せよ。(1) 10点 (2) 5点

(1)  $\sum_{k=1}^n k(k-1)$

(2)  $\sum_{k=1}^n 2^{k-1}$

★  
119 和  $S=2^2+5^2+8^2+\cdots+(3n-1)^2$  を計算せよ。(15点)

★★  
120 次の数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。(20点)

1, 2, 7, 16, 29, 46, ……

|              |     |    |
|--------------|-----|----|
| 45 種々の数列 (2) | 数学B | 50 |
|--------------|-----|----|

★  
121 初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が  $S_n = n^2 + 3n$  で表される数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。(15点)

★★  
122 数列  $\frac{1}{1 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 7}, \frac{1}{7 \cdot 10}, \frac{1}{10 \cdot 13}, \dots$  の初項から第  $n$  項までの和を求めよ。(15点)

★★  
123 和  $S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 + \dots + n \cdot 3^{n-1}$  を計算せよ。(20点)

( 月 日) 得点

4 6 漸化式 (1)

数学B

50

★  
124  $a_1=2, a_{n+1}=a_n+n+2$  によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。(15点)

★  
125  $a_1=1, 2a_{n+1}=a_n+4$  によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。(15点)

★★  
126  $a_1=\frac{1}{2}, \frac{1}{a_{n+1}}=\frac{3}{a_n}+2$  によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。(20点)

|            |     |    |
|------------|-----|----|
| 47 漸化式 (2) | 数学B | 50 |
|------------|-----|----|

★★  
127  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $a_{n+1} = \frac{a_n}{9a_n + 4}$  によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。(25点)

★★★  
128  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$ ,  $a_{n+2} + 5a_{n+1} - 6a_n = 0$  によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。(25点)

4 8 数学的帰納法

数学B / 50

★  
129  $n$  は自然数とする。  $1+3+3^2+\dots+3^{n-1}=\frac{3^n-1}{2}$  が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。(25点)

★★  
130  $n$  を 3 以上の自然数とする。不等式  $3^n > 8n$  が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。(25点)