# 基 本 事 項

●各項目の基本的な事柄 (定理，公式など) を掲載しました。

## 1．多項式の計算，展開の公式

**◆計算法則**

① 交換法則 $A+B=B+A$, $AB=BA$

② 結合法則 $(A+B)+C=A+(B+C)$
$(AB)C=A(BC)$

③ 分配法則 $A(B+C)=AB+AC$
$(A+B)C=AC+BC$

**◆指数法則** $m$，$n$ は正の整数とする。

① $a^m a^n=a^{m+n}$ ② $(a^m)^n=a^{mn}$

③ $(ab)^n=a^n b^n$ 参考 $a^0=1$

**◆展開の公式**

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

③ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

## 2．因数分解

**◆共通因数をくくり出す**

$AB+AC=A(B+C)$

**◆因数分解の公式**

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

② $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

③ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

④ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

たすきがけ

$$\begin{array}{ccccc} a & \times & b & \longrightarrow & bc \\ c & & d & \longrightarrow & ad \\ \hline ac & & bd & & ad+bc \end{array}$$

**◆因数分解の要領**

・共通因数をくくり出す。
・次数の最も低い文字について整理
・適当におき換える。
・項の組み合わせを工夫する。

⇒ 公式を適用。

## 3．根号を含む式の計算

**◆平方根の性質** $a\geqq 0$，$b\geqq 0$，$k>0$ とする。

① $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a}\geqq 0$

② $a\geqq 0$ のとき $\sqrt{a^2}=a$
$a<0$ のとき $\sqrt{a^2}=-a$
すなわち $\sqrt{a^2}=|a|$

③ $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ $(b\neq 0)$

$\sqrt{k^2a}=k\sqrt{a}$

**◆分母の有理化**

分母が $k\sqrt{a}$ の形 $\longrightarrow$ 分母・分子に $\sqrt{a}$ を掛ける。

$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ の形 $\longrightarrow$ 分母・分子に $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ を掛ける。

$\sqrt{a}-\sqrt{b}$ の形 $\longrightarrow$ 分母・分子に $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ を掛ける。

## 4．1 次不等式

**◆不等式の性質**

① $A<B$ ならば $A+C<B+C$, $A-C<B-C$

② $A<B$, $C>0$ ならば $AC<BC$, $\dfrac{A}{C}<\dfrac{B}{C}$

③ $A<B$, $C<0$ ならば $AC>BC$, $\dfrac{A}{C}>\dfrac{B}{C}$

**◆1 次不等式の解法**

① **1 次不等式の解法の手順**

[1] 文字を含む項を左辺に，定数項を右辺に移項する。

[2] $ax>b$ ($ax<b$，$ax\geqq b$，$ax\leqq b$) の形に整理する。

[3] $a$ の符号に注意して両辺を $a$ で割る。
$a>0$ なら不等号の向きはそのまま
$a<0$ なら不等号の向きは変わる

② **1 次不等式 $ax>b$ の解**

$a>0$ ならば $x>\dfrac{b}{a}$, $a<0$ ならば $x<\dfrac{b}{a}$

**◆連立不等式の解法の手順**

[1] それぞれの不等式を解く。

[2] それぞれの解の共通範囲を求める。その際，数直線を使うと考えやすい。

## 5．絶対値と方程式・不等式

① **絶対値**

$a\geqq 0$ のとき $|a|=a$, $a<0$ のとき $|a|=-a$

② **絶対値を含む方程式・不等式**

$c>0$ のとき，方程式 $|x|=c$ の解は $x=\pm c$
不等式 $|x|<c$ の解は $-c<x<c$
不等式 $|x|>c$ の解は $x<-c$，$c<x$

## 6．集 合

**◆集合とその表し方**

① { } の中に要素を書き並べて表す。

例 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$
$B=\{2,\ 4,\ 6,\ \cdots\cdots,\ 100\}$
$C=\{5,\ 10,\ 15,\ \cdots\cdots\}$

**注意** 集合の要素の個数が多かったり，無限に多くの要素がある場合には，省略記号 …… を用いて表すことがある。

② 要素が満たすべき条件を書いて表す。

例 $A=\{x \mid x$ は 8 の正の約数$\}$
$B=\{x \mid 1\leqq x\leqq 9$，$x$ は奇数$\}$
$C=\{2n-1 \mid 1\leqq n\leqq 5$，$n$ は整数$\}$

**◆集合の要素，包含関係**

① $x\in A$ ($x$ は $A$ に**属する**) $x$ は集合 $A$ の要素である。
$x\notin A$ $x$ は集合 $A$ の要素でない。

② $A\subset B$ ($A$ は $B$ の**部分集合**)
・集合 $A$ のすべての要素が集合 $B$ の要素でもある。
・「$x\in A$ ならば $x\in B$」が成り立つ。

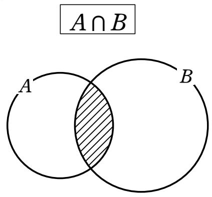
③ $A=B$ ($A$ と $B$ は**等しい**)
・集合 $A$ と $B$ の要素が完全に一致している。
・「$A\subset B$ かつ $B\subset A$」が成り立つ。

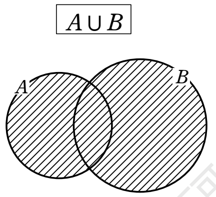
**◆空集合** ($\varnothing$) 要素が 1 つもない集合

**◆共通部分と和集合**

① $A\cap B$ ($A$ と $B$ の**共通部分**)
集合 $A$，$B$ のどちらにも属する要素全体の集合

② $A \cup B$（$A$ と $B$ の**和集合**）
集合 $A$，$B$ の少なくとも一方に属する要素全体の集合




◆**補集合**（$\overline{A}$）
全体集合 $U$ の部分集合 $A$ に対して，$A$ に属さない $U$ の要素全体の集合

◆**ド・モルガンの法則**
$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$　　$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

## 7．命題と条件

◆**命題**
正しいか正しくないか明確に決まる事柄。
正しいとき **真**，正しくないとき **偽** であるという。

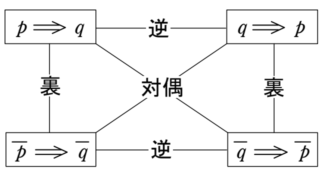
◆**命題の真偽**
① 真の場合は証明する。偽の場合は反例を1つ示す。
② 条件 $p$ を満たすもの全体の集合を $P$，条件 $q$ を満たすもの全体の集合を $Q$ とするとき
$p \Longrightarrow q$ が真であることと $P \subset Q$ であることは同じ

◆**「かつ」，「または」の否定**
$\overline{p \text{ かつ } q} \iff \overline{p} \text{ または } \overline{q}$
$\overline{p \text{ または } q} \iff \overline{p} \text{ かつ } \overline{q}$

◆**必要条件・十分条件**
① 命題 $p \Longrightarrow q$ が真であるとき
$p$ は $q$ であるための **十分条件**
$q$ は $p$ であるための **必要条件**
② $p \Longrightarrow q$ と $q \Longrightarrow p$ がともに真であるとき，すなわち $p \iff q$ が成り立つとき
$p$ は $q$（$q$ は $p$）であるための **必要十分条件**。
$p$ と $q$ は互いに **同値**。

## 8．命題と証明

◆**命題の逆・対偶・裏**
① 命題 $p \Longrightarrow q$ に対して
逆：$q \Longrightarrow p$　　対偶：$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$
裏：$\overline{p} \Longrightarrow \overline{q}$
② 真である命題の逆は，必ずしも真ではない。
命題とその対偶の真偽は一致する。

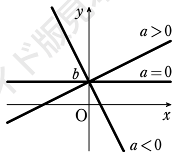



◆**命題と証明**
① **対偶の利用**　命題 $p \Longrightarrow q$ を証明するには，その対偶 $\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$ を証明してもよい。
② **背理法**　命題 $p \Longrightarrow q$ が成り立たないと仮定して，矛盾を導き，それによって命題が成り立つことを示す証明方法。

## 9．関数とグラフ

◆**定義域・値域**　関数 $y=f(x)$ において
**定義域** …… 変数 $x$ のとる値の範囲
**値　域** …… 定義域の $x$ の値に対応して，$y$ がとる値の範囲

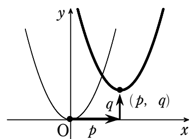
◆**1次関数 $y=ax+b$ のグラフ**
傾きが $a$ で，$y$ 軸上の切片（$y$ 切片）が $b$ の直線
$a>0$ なら　右上がり
$a<0$ なら　右下がり
$a=0$ なら　$x$ 軸に平行




◆**関数 $y=ax+b$ ($p \leqq x \leqq q$) の最大・最小**
$a>0$ なら　$x=q$ で最大，$x=p$ で最小
$a<0$ なら　$x=p$ で最大，$x=q$ で最小
$a=0$ のとき，$y=b$ ($p \leqq x \leqq q$) となり，一定の値をとる。

## 10．2次関数のグラフ

◆ **$y=a(x-p)^2+q$ のグラフ**
① $y=ax^2$ のグラフを
$x$ 軸方向に $p$，
$y$ 軸方向に $q$
だけ平行移動した放物線。
② 軸の方程式は　$x=p$
頂点の座標は　$(p,\ q)$
③ $a>0$ のとき下に凸，$a<0$ のとき上に凸




◆ **$y=ax^2+bx+c$ のグラフ**
まず，$y=a(x-p)^2+q$ の形に変形する（平方完成）。

◆ **平方完成のやり方**
$x^2$ の係数でくくり，($x$ の係数の半分)$^2$ を加えて引く。

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$$
$$=a\left\{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c$$
$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

◆**平行移動**　$x$ 軸方向に $p$，$y$ 軸方向に $q$
点 $(a,\ b) \longrightarrow (a+p,\ b+q)$
グラフ $y=f(x) \longrightarrow y=f(x-p)+q$

◆**対称移動**　点 $(a,\ b)$，グラフ $y=f(x)$ に対して

| $x$ 軸 | $y$ 軸 | 原点 |
|---|---|---|
| $(a,\ -b)$ | $(-a,\ b)$ | $(-a,\ -b)$ |
| $y=-f(x)$ | $y=f(-x)$ | $y=-f(-x)$ |

## 11．2次関数の最大・最小

◆**2次関数 $y=ax^2+bx+c$ の最大・最小**
$y=a(x-p)^2+q$ の形に変形する。
$a>0$ のとき　$x=p$ で最小値 $q$ をとる。
最大値はない。
$a<0$ のとき　$x=p$ で最大値 $q$ をとる。
最小値はない。

◆ **関数 $y=a(x-p)^2+q$ ($h \leqq x \leqq k$) の最大・最小**
軸 $x=p$ と定義域 $h \leqq x \leqq k$ の位置によって決まる。
最大値・最小値は $x=p$，$x=h$，$x=k$ のいずれかでとる。

## 12. 2 次関数の決定

**◆ 2 次関数の表し方**　与えられた条件が

① 放物線の軸や頂点，最大値・最小値

$\longrightarrow\ y=a(x-p)^2+q$　とおく。

② グラフが通る 3 点

$\longrightarrow\ y=ax^2+bx+c$　とおく。

③ グラフが $x$ 軸と 2 点 $(\alpha,\ 0)$，$(\beta,\ 0)$ で交わる

$\longrightarrow\ y=a(x-\alpha)(x-\beta)$　とおく。

**◆ 連立 3 元 1 次方程式の解法**

[1] 1 文字を消去して，残りの 2 文字の連立方程式を導く。

[2] 2 文字の連立方程式を解く。

[3] 残りの 1 文字の値を求める。

## 13. 2 次方程式

**◆2 次方程式の解き方**

① 因数分解の利用

$AB=0$　ならば　$A=0$ または $B=0$

② 平方根の考えの利用

$a>0$ のとき，$x^2=a$ の解は　$x=\pm\sqrt{a}$

③ **解の公式** の利用

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

2 次方程式 $ax^2+2b'x+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

**◆2 次方程式の解の判別**

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ において，$D=b^2-4ac$ とすると

$D>0 \iff$ 異なる 2 つの実数解をもつ

$D=0 \iff$ 重解をもつ

$D<0 \iff$ 実数解をもたない

重解をもつとき，その重解は　$x=-\dfrac{b}{2a}$

## 14. 2 次関数のグラフと $x$ 軸の位置関係

**◆ $x$ 軸との共有点の座標**

2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと $x$ 軸の共有点の $x$ 座標は，方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数解である。

**◆ $x$ 軸との位置関係**

2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ の係数について，$D=b^2-4ac$ とすると

$D>0 \iff$ 異なる 2 点で交わる

$D=0 \iff$ 1 点で接する

$D<0 \iff$ 共有点をもたない

1 点で接するとき，接点の $x$ 座標は　$x=-\dfrac{b}{2a}$

## 15. 2 次不等式

**◆ 2 次不等式の解法の手順**

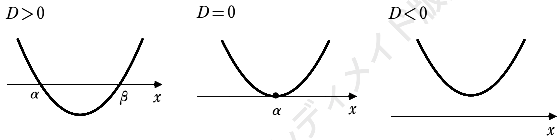
[1] $ax^2+bx+c>0$ ($\geqq 0$，$<0$，$\leqq 0$) の形に整理する。この際，$x^2$ の係数が負である場合は，両辺に $-1$ を掛けて正にしておく。

[2] $D=b^2-4ac$ の符号を調べる。

$D>0$ のとき　$ax^2+bx+c=0$ の 2 解 $\alpha$，$\beta$ を求めて，グラフ利用。

$D=0$ のとき　$ax^2+bx+c=0$ の重解 $\alpha$ を求めて，グラフ利用。

$D<0$ のとき　$y=ax^2+bx+c$ のグラフが $x$ 軸より上側にあることに着目。




**◆ 2 次不等式の解**　$\alpha<\beta$ とする。

① $(x-\alpha)(x-\beta)>0$ の解は　$x<\alpha$，$\beta<x$

$(x-\alpha)(x-\beta)<0$ の解は　$\alpha<x<\beta$

② $(x-\alpha)^2>0$ の解は　$\alpha$ 以外のすべての実数

$(x-\alpha)^2\geqq 0$ の解は　すべての実数

$(x-\alpha)^2<0$ の解は　ない

$(x-\alpha)^2\leqq 0$ の解は　$x=\alpha$