

第63回 命題と集合

第4章

【学習のテーマ】 命題とその真偽 (教科書 p.139 ~ 141)

【目標】

- ・ 命題とその真偽について理解し、真偽が判断できるようにさせる。
- ・ 偽の命題を作って伝え合う活動を通じて、命題の真偽を判定する方法や反例の見つけ方を身につけさせる。
- ・ 授業を振り返って、命題の真偽を判定する方法を明確にするとともに、それが身についたかどうかははっきりと認識させる。

【授業の流れ】 (習得型)

① 目標の提示 導入	5分	ワークシートの冒頭に示している「目標」を提示する。 簡単な導入問題に取り組みせ、文章が正しいかどうかの判断がテーマであることを意識させる。
② 学習内容の説明(一斉学習) 問題を解く(個別学習)	10分	命題の真偽について [1] を解きながら説明する。反復問題として、[2] に個人で取り組ませる。
③ 復習 学習内容の説明(一斉学習) 問題を解く(個別学習)	15分	「復習」に取り組ませる。 命題の真偽と集合の関係について解説し、具体的な真偽の判定について、[3] を解きながら説明する。反復問題として、[4] に個人で取り組ませる。
④ 学習内容の説明(一斉学習) 問題を解く(個別学習)	10分	反例と命題の真偽について解説する。 偽の命題の作成を個人で取り組ませる [5] 前半)。
⑤ グループ課題 (グループ学習)	10分	グループ内で作成した命題を伝え合い、その反例を言い合う [5] 後半)。
⑥ 問題を解く(個別学習)	10分	具体的な命題の反例について、[6] を解きながら説明する。反復問題として、[7] に個人で取り組ませる。
⑦ 学習内容の説明(一斉学習) 問題を解く(個別学習)	10分	否定について解説し、具体的な条件の否定を [8] を解きながら説明する。反復問題として、[9] に個人で取り組ませる。
⑧ 振り返りの記入	5分	授業での学習内容と、目標が達成できたかを振り返る。
合計	75分	—

※ このワークシートは 1.5 時間分の授業で取り組むことを想定している。

【ワークシート例の説明】

- ① 目標の提示, 導入
 - ・ 冒頭に目標「命題が正しいかどうか判断できるようになろう。」を示している。
「命題」は生徒にとって初出の用語なので、導入問題を扱った後で「文章が正しいかどうかを判断できるようになろう。」などのように言い換えてもよい。
 - ・ 導入問題として、文章の正誤問題に取り組ませる。「鳥は空を飛ぶ生き物である」を○にする生徒がいた場合は、ペンギンなどの例をあげると、反例の考えに自然につながる。
- ② 学習内容の説明(一斉学習), 問題を解く(個別学習)
 - ・ 命題とその真偽について簡単に解説する。

- ・ ①は教科書 p.139 例 5, ②は練習 5 で構成している。
 - ・ 真偽の判定はいずれも難しくないと思われる。用語の確認程度の扱いとする。
 - ・ $p \implies q$ の形の命題についてもここで簡単に解説しておく。
- ③ 復習, 学習内容の説明 (一斉学習), 問題を解く (個別学習)
- ・ 「復習」を通して, 部分集合の内容を思い出させる。
 - ・ 「復習」の集合を使って, 命題の真偽と部分集合の関連を説明する。命題と集合の関係はここで初出であるため, 集合を考えると命題の真偽を考えることができることをまず理解させることが重要である。
 - ・ ③の真偽の判定の具体例は, 実数の集合, すなわち数直線を用いて行う。集合をベン図でのみとらえている場合は理解が進まないことも考えられるので注意する。
 - ・ ③は教科書 p.140 例 6, ④は練習 6 で構成している。
- ④ 学習内容の説明 (一斉学習), 問題を解く (個別学習)
- ・ 偽である命題と反例について簡単に解説する。特に, 偽であることを証明するには反例を 1 つあげればよいことは, 次のグループ活動につながるので強調しておく。
 - ・ ⑤の前半において, 偽である命題を自由に作らせる。ワークシートの例にあるように, 数学とは関係のない題材でもよいし, 数学的な題材でもよい。数学とは関係ない題材の方が, 後のグループ学習が盛り上がるのが期待できる。
 - ・ 「偽であることが自分でわかる命題にするように」と注意を促しておく, 自ら反例を用意しておくことにもつながるだろう。
- ⑤ グループ課題 (グループ学習)
- ・ ⑤の後半において, グループ内で命題を言い合い, 他の人の命題の反例を言う活動をさせる。
 - ・ 反例を探せない場合は, そもそも命題が偽ではなく, 反例がないケースも考えられる。反例を探せないのか反例がないのかは, 机間巡視するなどして, その都度生徒同士のやり取りに耳を傾けるとよい。反例がない場合は, 命題を作った側に「自分が用意した反例はありますか」のように問い掛けて議論の活性化を促したい。
 - ・ 活動が終わったら, 面白いと思った命題や反例を発表させるという活動をしてよいだろう。反例が見つけない命題があれば, クラス全体で考えても面白い。
- ⑥ 問題を解く (個別学習)
- ・ ここからは, 数学的な命題についての問題を考えさせる。
 - ・ ⑥は教科書 p.141 例 7, ⑦は練習 7 で構成している。
- ⑦ 学習内容の説明 (一斉学習), 問題を解く (個別学習)
- ・ 否定と補集合の関係について, 図を参照しながら簡単に解説する。
 - ・ ⑧は教科書 p.141 例 8, ⑨は練習 8 で構成している。