

ダイジェスト版

数Ⅰ / 104-904



数A / 104-904



数Ⅱ / 104-904



数B / 104-904



数C / 104-904



教科書

- 「学びやすい」「教えやすい」を追求！
- 2 新編シリーズの特長
- 4 デジタルコンテンツの紹介
- 7 目次
- 12 教科書の手びき
- 14 章の構成と時間配当表
- 16 数学Ⅰ
- 52 数学A
- 72 数学Ⅱ
- 78 数学B
- 96 数学C
- 102 QRコンテンツ

副教材

- 104 教科書傍用問題集、補助教材
- 106 授業用ワークブック

教授資料

- 108 Suken AI ナビ
- 110 教授資料の構成
- 111 解説動画
- 112 教授資料本冊
- 113 指導用教科書、デジタル版指導用教科書
- 114 学習評価に関する参考資料
- 115 テスト、デジタルコンテンツに関する参考資料
- 116 授業用スライド、授業用プリント
主体的・対話的で深い学びへの参考資料
- 117 教授資料付属データ一覧
Google フォーム
- 118 Studyaid D.B.
- 122 デジタル版教科書・副教材
- チャート×ラボ



教科書のご案内サイトは
こちら！



教科書の紹介動画は
こちら！

全教科全力宣言！

数研出版の高校教科書

「学びやすい」「教えやすい」を追求！


2022年度から実施されている高等学校教育課程では、学習教材に求められることも多様になっています。

科目編成の変化による学習内容の変更だけでなく、ICT教材の積極的な活用、数学的活動の充実、統計教育のさらなる拡充など、教育の変化、教育の取り巻く環境の変化に合わせて教科書が担う役割も変わっていくべきであることを、私たちも日々実感しています。

数研出版の教科書は、従来の良さを引き継ぎつつも、新しい学びに対応していけるように、様々な要素を盛り込み、「学びやすい」「教えやすい」を追求しました。

ここでは、新編シリーズにおける様々な工夫について、特徴的なものを取り上げていきたいと思ひます。

ICT教材の積極的な活用

紙面だけではイメージすることが難しい動きをアニメーションで見ることができたり、生徒さん自身が実際に手を動かしながら考察することで理解を深められたりできるようなデジタルコンテンツを多数収録し、紙面の関連する箇所に「Link」というマーク  で示しました。紙面の見開き右下にあるQRコードから、これらのコンテンツにアクセスできます。

→詳しくは **102, 103** ページへ

前ページの例では2%を確率が小さいとしたが、仮説検定では基準となる確率をあらかじめ決めておき、それより小さければ確率が小さいと判断する。

Link 補足 ▶ 前ページのコイン投げの実験は、代わりに、コンピュータを使ったシミュレーションを行ってもよい。

1セットのコイン投げの回数		セット数	
回数	度数	回数	度数
0	0	0	0
1	0	1	0
2	0	2	0
3	0	3	0
4	0	4	0
5	0	5	0
6	0	6	0
7	0	7	0
8	2	8	6
9	6	9	19
10	33	10	33
11	48	11	48
12	91	12	91
13	93	13	93
14	134	14	134
15	139	15	139
16	137	16	137
17	113	17	113
18	70	18	70
19	59	19	59
20	40	20	40
21	21	21	21
22	4	22	4
23	2	23	2
24	0	24	0
25	0	25	0
26	0	26	0
27	0	27	0
28	0	28	0
29	0	29	0
30	0	30	0
計	1000	計	1000

数学的活動の充実

新編シリーズでは、巻末に「数学のこぼし」というページがあります。日常生活ではあまり用いられない数学特有の表現について、本文から参照を入れて、いくつか取り上げています。

数学特有の表現について理解を深め、思考力や表現力の育成にも繋げることができます。

→詳しくは **52, 70, 71** ページへ

Column 放物線の不思議



放物線は、英語で parabola (パラボラ) といいます。衛星放送の電波を受信するパラボラアンテナの面は、放物線をその軸を中心に1回転させてできる面の形をしています。このような面には、回転軸に平行に進んできた電波がこの面で反射するとき、そのすべてがある1点を通過するという性質があります。この点は放物線の焦点と呼ばれます。

焦点の位置に受信機があり、ここで電波を受信するパラボラアンテナは、上空にある人工衛星からの強い電波を受信するときなどに使われます。パラボラアンテナ以外に、上で述べた放物線と焦点に関する性質が利用されているものを調べてみましょう。

数学のこぼし

ここでは、日常生活ではあまり用いられない数学特有の表現について、いくつか取り上げた。答案を書いたり、周囲の人と話し合ったりする場面で活用できるように、理解を深めておこう。

かつ、または (→109ページ)

「かつ」は「同時に(成り立つ)」、「または」は「少なくとも一方(成り立つ)」の意味で主に用いられる。日常語の「または」は「パンまたはライス」のようにいずれか一方のみという意味で用いられるのに対して、数学では両方が成り立つ場合も含まれる。

もれなく、重複なく (→118ページ)

右のような樹形図は、起こりうるすべての場合を「もれなくかつ重複なく」数え上げるのに便利である。右の樹形図で表される場合をすべて書き出そうとするときに、「もれがある場合」と「重複がある場合」は、次のような数がある。



節末のコラムでは、深い学びに繋がるような問いかけを入れています。

→詳しくは **22** ページへ

統計教育のさらなる充実

今回の課程では、統計分野の内容拡充も大きなポイントのひとつです。

数学Ⅰでは、データの分析の内容に「仮説検定の考え方」が加わっています。新編シリーズでは、社会の形成に参画する姿勢を育めるよう、商品開発に関する例などを取り上げています。

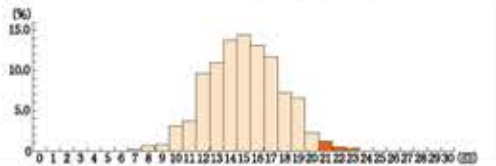
また、仮説検定は数学B「統計的な推測」でも扱いがあり、数学Ⅰと数学Bとで題材や図を揃え、学習の繋がりに配慮しています。

→詳しくは **48 ~ 51, 86 ~ 95** ページへ

数学Ⅰ

この実験を1000セット繰り返したところ、次のような結果となった。

表の回数	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	計
度数	2	6	8	31	37	96	110	138	144	131	117	72	66	23	13	5	3	1000



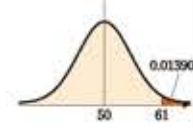
数学B

$X \geq 61$ となる確率は

$$P(X \geq 61) = P(Z \geq 2.2)$$

$$= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2.2)$$

$$= 0.5 - 0.48610$$

$$= 0.01390$$


すなわち、仮説 [2] のもとでは、 $X \geq 61$ である確率は1.4%程度である。

新編シリーズの特長

新編シリーズは **繋がりで理解できる定着型** です。
具体的には、次の3点が大きな特長です。

1 既習事項との繋がりにから知識・技能を定着できます

●新編シリーズでは、従来から既習事項との繋がりを大切にしており、その方針は改訂版でも変わりません。

★「Warm-up」

各章の扉に、その章に関連する既習事項の問題を入れました。章の初めに簡単に復習することができます。(本書17ページなど)

★「Point」

例、例題や公式を統合的に理解するための、関連した内容についての説明を随所に入れていきます。例、例題や公式の繋がりを俯瞰することで知識を定着させ、深い学びへと繋がります。

改訂版では、「Point」の掲載箇所を増やしていますので、さらに内容の繋がりを意識した学習をすることができます。**NEW!**
(本書25, 47ページなど)

★従来の編集方針と同様に、教科書本文でも既習事項とのギャップに配慮しています。

例えば、1次不等式の導入ではまず1次方程式を取り上げ、等式と不等式の性質を対比させることで導入をスムーズにしています。(本書20ページ)

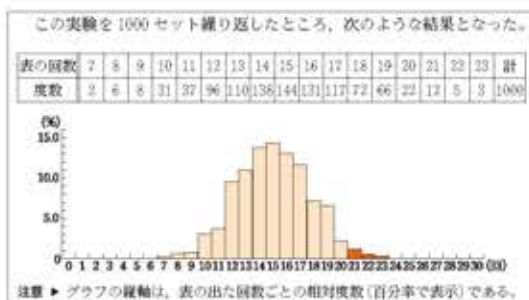
2 理解を促す図が豊富で、授業が進めやすくなっています

●従来から意識している「理解を促す豊富な図」「授業が進めやすい展開・題材の工夫」は、改訂版の方針でも変わりません。

★視覚的に理解を促す図が豊富にあります。

(本書23ページなど)

★数学Iと数学Bの統計の内容では、改訂版で図を増やすことで、視覚的に理解しやすくなりました。(本書49ページ) **NEW!**



★授業が進めやすい工夫もあります。改訂版から、

数学A「数学と人間の活動」の整数の内容を、第1節は純粋な数学の内容のみとしてさらに充実させ、身の回りの題材を用いたものは第2節に分離しました。大学入試を見据えて整数を本格的に学びたい場合は、第1節のみを学べばよいようになっています。(本書56ページ) **NEW!**

3 思考力・判断力・表現力を養う工夫があります

●大学入学共通テストや学習指導要領におけるキーワードの1つともいえる思考力・判断力・表現力。知識・技能の定着と合わせて、普段の授業からこれらを少しずつ養っていきけるような工夫を施しました。

★式や値を求めるだけでなく、考え方や条件を答えるような問いかけを設定し、「深める」というマーク **深める** で示しました。本文とは区別して脚注で扱うことで、生徒さんの理解度に応じて取り上げられるようになっています。(本書19ページなど)

深める 例17の②の計算において、 a, d の候補として-1と-8、-2と-4はたず掛けの計算をしなくても選さないことがわかる。その理由を説明してみよう。

★章末問題では、本文で学習した内容を活用することで解ける問題を掲載しました。「思考力・判断力・表現力」の育成につながります。該当する問題にはマーク **NEW!** を付けています。(本書32ページなど)

12 $0 \leq x < 2\pi$ のとき、関数 $y = \sin x + \cos x$ の最大値と最小値を次のように求めるのは誤りである。その理由を説明せよ。

$0 \leq x < 2\pi$ のとき $-1 \leq \sin x \leq 1, -1 \leq \cos x \leq 1$ であるから $-2 \leq \sin x + \cos x \leq 2$ であるから y の最大値は2、最小値は-2

★巻末に「総合問題」として、思考力・判断力・表現力を問う問題を掲載しました。長文の問題で読解力を鍛えたり、日常や社会の事象を題材にした問題で数学を応用する力を養ったりすることをねらっています。(本書68, 69ページ)

総合問題

1, 2は第1章, 3, 4は第2章, 5~7は第3章の内容と対応している。

1 右の図のような道があるとき、AからBまで遠回りをしていく最短の道程では、途中のRを通るにはその前の交差点PとQのどちらかを通ることになる。

このことから、次のことが成り立つ。
Pまでの道程がp通り、Qまでの道程がq通りあれば、Rまでの道程はp+q通りある。(※)

★巻末に「数学のこぼれ」**すべることなく回転**として、日常生活ではあまり用いられない数学特有の表現について、本文に参照を入れて、いくつか取り上げています。数学特有の表現について理解を深め、思考力や表現力の育成にも繋げることができます。(本書52, 70, 71ページ)

すべることなく回転 (400131ページ)

サイコロは、直線上を円がすべることなく回転するとき、円上の定点Pが描く曲線である。

たとえば、パンキの付いたローラーで床を転がるとき、ローラーが床の上をすべることなく回転することで、パンキをきれいに塗ることができる。このとき、床とローラーを真横から見て右の図のように考えると

パンキが塗られた床の距離 と
パンキを塗ったローラーの円の長さ
が等しくなる。すなわち、 $OT = \widehat{TP}$ が成り立つ。

各種デジタルコンテンツの利用法と、コンテンツを用いてどのように学ぶかについて、見返しにまとめています。コンテンツについては、本冊子右ページもご参照ください。…④

デジタルコンテンツについて

● デジタルコンテンツへのアクセス方法

デジタルコンテンツは、下のアドレスまたは二次元コードからアクセスできます*。また、各ページの **Link** に該当するコンテンツは、その見開きページの右下にある二次元コードから直接アクセスできます。

<https://www.chart.co.jp/qr/26mh2/>

*インターネット接続に際し発生する通信料は、使用者の負担となります。



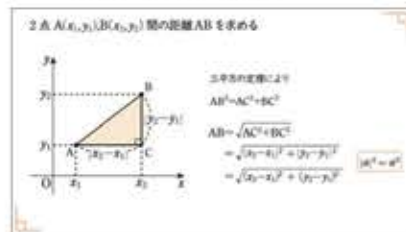
● インターネットへのリンクマーク

Link の箇所では、関連したデジタルコンテンツを利用することができます。

Link **考案** 自分で図などを動かしたりして、**Link** **イメージ** 動画やアニメーションによって、理解を深めることのできるコンテンツです。



Link **振り返り** 教科書で学習する用語や公式を振り返るコンテンツです。



Link **補充** 教科書の内容に関連した類題演習など、教科書の内容をさらに補充できるコンテンツです。



Link **資料** 教科書の内容に関連した情報を表示するコンテンツです。



その他にもいろいろなコンテンツを収録しています。

- 公式を理解する動画
- 数学の理解を深める動画 など



様々なデジタルコンテンツをご用意!



サンプルはこちら!

■ Warm-up コンテンツ

今回の課程で章扉に追加した構成要素「Warm-up」にコンテンツをご用意しました。教科書の「Warm-up」では各章の学習を始める前に確認しておきたい既習事項に関する問題を扱っていますが、デジタルコンテンツでは更に多くの問題を豊富に収録しています。自動正誤機能(一部の問題)、豊富な類題、要点を解説する動画を用意しているため、生徒が一人で既習事項を確認できます。

(本書 17 ページ)

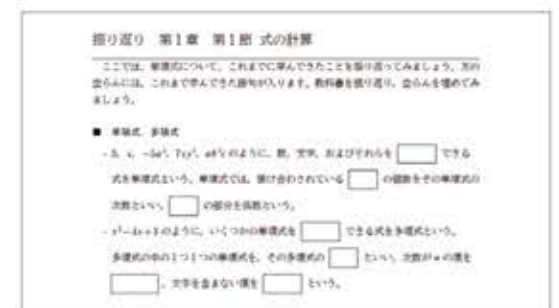
* 103 ページでご紹介している「既習事項の確認問題」と同じコンテンツです。



■ 振り返りコンテンツ

各節末には振り返りコンテンツをご用意しました。振り返りコンテンツでは学習した公式や用語を穴埋め形式で確認することができます。学習した内容を復習・整理し、次の学習につなげることができます。

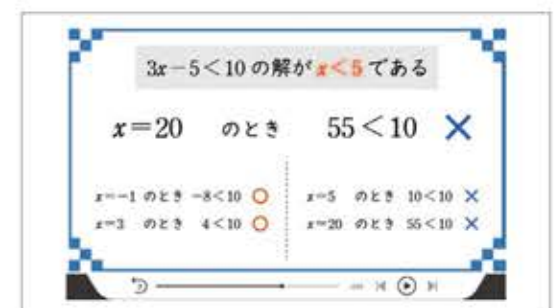
(本書 31 ページ)



■ 数学のこぼれの説明動画

今回の課程で巻末に新たに追加した「数学のこぼれ」にコンテンツをご用意しました。巻末の数学のこぼれでは数学特有の表現を詳しく解説していますが、改訂版では更に教科書で解説している内容をアニメーションなどを用いて解説している動画を閲覧することができます。説明内容を動画にすることで理解しやすくなっています。

(本書 71 ページ)



次ページにもデジタルコンテンツのご紹介が続きます。

その他にも多数の種類のデジタルコンテンツをご用意しています。

■公式集

■用語辞典

■計算カード

■数学の理解を深める動画

■公式を理解するための動画

■各章の導入動画

デジタルコンテンツについては、本書 p.102, 103 もご覧ください。

目次

数学 I

第1章 数と式

第1節 式の計算

- 1 多項式の加法と減法 8
- 2 多項式の乗法 12
- 3 因数分解 17
- 研究 複雑な式の因数分解 23
- 発展 3次式の展開と因数分解 24
- 補充問題 26

第2節 実数

- 4 実数 27
- 5 根号を含む式の計算 32
- 発展 2重根号 36
- 補充問題 37

第3節 1次不等式

- 6 不等式の性質 38
- 7 1次不等式 42
- 8 絶対値を含む方程式・不等式 48
- 研究 絶対値と場合分け 49
- 補充問題 51
- 章末問題 52

第2章 集合と命題

- 1 集合 56
- 研究 3つの集合の共通部分と和集合 61
- 2 命題と条件 62
- 3 命題とその逆・対偶・裏 68
- 4 命題と証明 70

第3章 2次関数

第1節 2次関数とグラフ

- 1 関数とグラフ 78
- 研究 座標平面上の点と象限 82
- 2 2次関数のグラフ 83
- 研究 グラフの平行移動 94
- 研究 グラフの対称移動 95
- 補充問題 96

第2節 2次関数の値の変化

- 3 2次関数の最大・最小 97
- 研究 定義域が変化するときの関数の最大値・最小値 103
- 4 2次関数の決定 104
- 補充問題 107

第3節 2次方程式と2次不等式

- 5 2次方程式 108
- 6 2次関数のグラフとx軸の位置関係 113
- 発展 放物線と直線の共有点の座標 117
- 7 2次不等式 118
- 研究 2次関数のグラフとx軸の正の部分が交わる条件 128
- 補充問題 129
- 章末問題 130

第4章 図形と計量

第1節 三角比

- 1 三角比 134
- 2 三角比の相互関係 140
- 3 三角比の拡張 143
- 補充問題 149

第2節 三角形への応用

- 4 正弦定理 150
- 5 余弦定理 154
- 研究 三角形の最大の角 157
- 6 正弦定理と余弦定理の応用 158
- 7 三角形の面積 160
- 研究 三角形の内接円と面積 162
- 発展 ヘロンの公式 163
- 8 空間図形への応用 164
- 補充問題 167
- 章末問題 168

第5章 データの分析

- 1 データの整理 172
- 2 データの代表値 174
- 3 データの散らばりと四分位数 177
- 4 分散と標準偏差 183
- 研究 変量の変換 186
- 5 2つの変量の間の関係 187
- 研究 統計的探究プロセス 193
- 6 仮説検定の考え方 194

●内容解説について

- ・内容解説を、各所に枠囲みで示しました。
- ・内容解説は、次の4種に分け、末尾に「…①」のように示しています。
 - ①数研シリーズ全般に関するポイント
 - ②このシリーズ特有のポイント
 - ③他のシリーズと比較してご覧頂ける箇所
 - ④デジタルコンテンツに関するポイント

目次

数学A

【基礎】集合	6
第1章 場合の数と確率	
第1節 場合の数	
1 集合の要素の個数	14
2 場合の数	18
3 順列	23
4 組合せ	30
研究 重複を許して作る組合せ	37
補充問題	38
第2節 確率	
5 事象と確率	39
6 確率の基本性質	45
7 独立な試行と確率	51
8 条件付き確率	56
9 期待値	60
補充問題	63
章末問題	64

第2章 図形の性質	
第1節 平面図形	
1 三角形の辺の比	68
2 三角形の外心・内心・重心	71
3 チェバの定理・メネラウスの定理	76
研究 三角形の辺と角	80
4 円に内接する四角形	82
5 円と直線	86
研究 方べきの定理の逆	91
6 2つの円	92
7 作図	95
研究 正五角形の作図	99
研究 図形描画ソフトを活用して作図の方針を立てる	100
補充問題	101
第2節 空間図形	
8 直線と平面	102
9 空間図形と多面体	106
研究 正多面体の体積	109
研究 正多面体の種類	110
補充問題	111
章末問題	112

第3章 数学と人間の活動	
第1節 整数の性質	
1 約数と倍数	116
研究 等式を満たす整数 x, y の組	119
2 素数と素因数分解	120
3 最大公約数・最小公倍数	123
研究 最大公約数・最小公倍数の性質	128
4 整数の割り算	129
研究 和、差、積の余り	133
発展 合同式	134
5 ユークリッドの互除法	135
6 1次不定方程式	140
7 n 進法	144
補充問題	147
第2節 数学と人間の活動	
8 整数の性質と人間の活動	148
9 座標の考え方	156
10 ゲーム・パズルの中の数学	160
章末問題	166
総合問題	168
数学のことは	172
答と略解	175
さくいん	179

改訂版では、第3章「数学と人間の活動」を2つの節に分けました。第1節は「整数の性質」とし、内容を充実させました。第1節を重点的に扱うことで、大学入試を見据えて整数の内容をしっかり扱うことができます。(本冊子 p.56 以降参照) …①

目次

数学II

第1章 式と証明	
第1節 式と計算	
1 3次式の展開と因数分解	8
2 二項定理	11
研究 $(a+b+c)^n$ の展開式	15
3 多項式の割り算	16
4 分数式とその計算	19
5 恒等式	22
補充問題	24
第2節 等式・不等式の証明	
6 等式の証明	25
7 不等式の証明	28
補充問題	35
章末問題	36
第2章 複素数と方程式	
第1節 複素数と2次方程式の解	
1 複素数とその計算	40
2 2次方程式の解	45
3 解と係数の関係	49
研究 2次方程式の実数解の符号	52
補充問題	54
第2節 高次方程式	
4 剰余の定理と因数定理	55
研究 組立除法	58
5 高次方程式	59
発展 3次方程式の解と係数の関係	62
補充問題	63
章末問題	64

今課程では、「課題学習」が数学I, II, IIIに設定されています。

第3章 図形と方程式	
第1節 点と直線	
1 直線上の点	68
2 平面上の点	71
研究 座標平面を利用した図形の性質の証明	75
3 直線の方程式	76
4 2直線の関係	79
研究 2直線の交点を通る直線の方程式	84
補充問題	85
第2節 円	
5 円の方程式	86
6 円と直線	89
7 2つの円	94
研究 2つの円の交点を通る図形	96
補充問題	97
第3節 軌跡と領域	
8 軌跡と方程式	98
9 不等式の表す領域	101
補充問題	107
章末問題	108
第4章 三角関数	
第1節 三角関数	
1 角の拡張	112
2 三角関数	116
3 三角関数のグラフ	121
4 三角関数の性質	127
5 三角関数を含む方程式、不等式	129
補充問題	132
第2節 加法定理	
6 加法定理	133
7 加法定理の応用	138
発展 和と積の公式	144
補充問題	145
章末問題	146

第5章 指数関数と対数関数	
第1節 指数関数	
1 指数の拡張	150
研究 負の数の n 乗根	155
2 指数関数	156
補充問題	160
第2節 対数関数	
3 対数とその性質	161
4 対数関数	165
5 常用対数	169
補充問題	173
章末問題	174
第6章 微分法と積分法	
第1節 微分係数と導関数	
1 微分係数	178
2 導関数とその計算	182
研究 関数 x^n の導関数	187
3 接線の方程式	188
補充問題	190
第2節 関数の値の変化	
4 関数の増減と極大・極小	191
研究 4次関数のグラフ	196
5 関数の増減・グラフの応用	197
補充問題	201
第3節 積分法	
6 不定積分	202
7 定積分	206
8 定積分と面積	211
研究 放物線と x 軸で囲まれた部分の面積	217
研究 3次関数のグラフと面積	218
補充問題	219
章末問題	220
総合問題	222
課題学習	227
数学のことは	234
答と略解	236
さくいん	242
三角関数の表	244

目次

数学B

第1章 数列

第1節 等差数列と等比数列

1 数列と一般項	8
2 等差数列	10
3 等差数列の和	13
4 等比数列	16
5 等比数列の和	19
研究 複利計算	21
補充問題	22

第2節 いろいろな数列

6 和の記号 Σ	23
7 階差数列	28
8 いろいろな数列の和	31
補充問題	34

第3節 漸化式と数学的帰納法

9 漸化式	35
研究 $a_{n+1} = pa_n + q$ を満たす 数列の階差数列	38
発展 隣接3項間の漸化式	39
10 数学的帰納法	40
研究 自然数に関する命題の いろいろな証明	44
補充問題	45
章末問題	46

第2章 統計的な推測

第1節 確率分布

1 確率変数と確率分布	50
2 確率変数の期待値と分散	52
3 確率変数の和と積	60
4 二項分布	67
研究 二項分布のグラフ	70
5 正規分布	71
研究 連続型確率変数の期待値、 分散、標準偏差	80
補充問題	81

第2節 統計的な推測

6 母集団と標本	82
7 標本平均の分布	85
8 推定	92
9 仮説検定	96
補充問題	105
章末問題	106

第3章 数学と社会生活

1 数学を活用した問題解決

110	
2 社会の中にある数学	120
3 変化をとらえる ～移動平均～	126
4 変化をとらえる ～回帰分析～	132
研究 最小2乗法	138

総合問題	139
数学のことば	141
答と略解	143
さくいん	147

目次

数学C

第1章 平面上のベクトル

第1節 ベクトルとその演算

1 ベクトル	8
2 ベクトルの演算	10
3 ベクトルの成分	17
4 ベクトルの内積	22
研究 三角形の面積	29
補充問題	30

第2節 ベクトルと平面図形

5 位置ベクトル	31
6 ベクトルの図形への応用	36
7 図形のベクトルによる表示	40
研究 円のベクトル方程式	45
研究 直線のベクトル方程式の 応用	46
補充問題	47
章末問題	48

第2章 空間のベクトル

1 空間の点	52
2 空間のベクトル	54
3 ベクトルの成分	57
4 ベクトルの内積	60
5 ベクトルの図形への応用	63
発展 点Pが平面ABC上にある 条件	66
6 座標空間における図形	67
補充問題	71
章末問題	72

第3章 複素数平面

1 複素数平面	76
2 複素数の極形式	84
3 ド・モアブルの定理	90
4 複素数と図形	94
研究 複素数平面上の3点の 位置関係	101
補充問題	102
章末問題	103

第4章 式と曲線

第1節 2次曲線

1 放物線	106
2 楕円	108
3 双曲線	113
4 2次曲線の平行移動	118
5 2次曲線と直線	121
研究 2次曲線の接線の方程式	123
研究 2次曲線の性質	124
補充問題	125

第2節 媒介変数表示と極座標

6 曲線の媒介変数表示	126
7 極座標と極方程式	132
研究 2次曲線を表す極方程式	138
8 コンピュータの利用	139
補充問題	141
章末問題	142

第5章 数学的な表現の工夫

1 データの表現方法の工夫	146
2 行列による表現	151
3 離散グラフによる表現	159
4 離散グラフと行列の関連	167

総合問題	171
数学のことば	175
答と略解	176
さくいん	181
ベクトルと複素数平面	183
三角関数の表	184

今課程では数学的活動を重視した科目「数学活用」の内容が数学A, B, Cに移行しました。数学Bでは第3章「数学と社会生活」が該当します。…①

今課程では数学的活動を重視した科目「数学活用」の内容が数学A, B, Cに移行しました。数学Cでは第5章「数学的な表現の工夫」が該当します。…①

手びき

Warm-up

各章の学習を始める前に確認しておきたい既習事項に関する問題である。各章の章扉に掲載した。

例 1

本文の内容を理解するための導入例や計算例である。必要に応じて見出しを付けた。

例題 1

学習した内容を利用して解決する重要で代表的な問題である。「解答」や「証明」では模範解答の一例を示した。必要に応じて「証明」の前に、問題を解くためのポイントを「考え方」として載せた。

応用例題 1

やや発展的な問題である。「解答」の前に、問題を解くためのポイントを「考え方」として載せた。

Point

例、例題、応用例題や公式を統合的に理解するための、関連した内容についての説明である。

練習 1

例、例題、応用例題などの内容を確実に身に付けるための練習問題である。例、例題、応用例題から少し発展した問題には★を付した。

深める

見方を変えて考えてみるなど、内容の理解を深めるための問題である。ページの下に掲載している。

補充問題

各節の終わりにあり、本文の内容を補充する重要な問題である。

各章の終わりにあり、A、Bに分かれている。

A：その章で学習した内容全体の復習問題である。

B：総合的な復習と応用問題である。必要に応じてヒントを付けた。また、思考力、判断力、表現力の育成に役立つ問題には🔄を付した。

研究

本文の内容に関連するやや程度の高い内容を扱った。場合によっては省略して進むこともできる。章末問題で研究に関する内容を扱う場合は、🔍を付した。

発展

学習指導要領における数学Ⅱの範囲を超えた内容を扱った。すべての学習者が一律に学ぶ必要はない。



数学のおもしろい話題や身近な話題を取り上げた。興味がわいたら、自分でも調べてみよう。



思考力、判断力、表現力を問う総合的な問題である。章ごとの題材を用意しているため、各章の内容の総仕上げとしても利用できる。



本文の内容に関連する興味深い事柄について、いくつかの課題とともに取り上げた。主体的に考えて取り組んでみよう。



日常生活ではあまり用いられない数学特有の表現について、本文に参照を入れ、巻末でいくつか取り上げた。

インターネットへのリンクマーク

この教科書に関連したデジタルコンテンツが利用できる目印である。デジタルコンテンツは、下のアドレスまたは二次元コードからアクセスできる。



各ページのLinkに該当するコンテンツは、直接アクセスできる二次元コードを見開きページの右下に用意した。必要に応じて活用してほしい。

※インターネット接続に際し発生する通信料は、使用者の負担となるので注意してほしい。

<https://www.chart.co.jp/qr/26mh2/>



手びきのマークについて

- ④ 🔄 マークの要素は、学習者自身で進んで取り組んでほしい。
- ⑤ 🔄 は、学習した内容の反復問題や復習問題である。学習したことが身に付いているか確認しよう。
- ⑥ 🔄 は、学習で身に付けた知識をもとにして、数学的な見方・考え方を働かせることで解決できる問題や課題である。まずは学習者自身で取り組んで、数学の力を高めよう。
- ⑦ 🔍 マークの要素は、計算や証明によって問題を解くものではないが、数学をより深く理解するための説明や、数学にまつわる興味深い事柄を掲載している。さまざまな知識がつながることにより、新しい発見や豊かな発想が生まれる。

章の構成と時間配当表

数学 I

章・節	頁数	配当時間
第1章 数と式	48	19
第1節 式の計算	19	7
第2節 実数	11	5
第3節 1次不等式	14	6
章末問題	2	1
第2章 集合と命題	22	9
集合と命題	18	8
章末問題	2	1
第3章 2次関数	56	29
第1節 2次関数とグラフ	19	8
第2節 2次関数の値の変化	11	7
第3節 2次方程式と2次不等式	22	12
章末問題	2	2
第4章 図形と計量	38	20
第1節 三角比	16	9
第2節 三角形への応用	18	9
章末問題	2	2
第5章 データの分析	30	9
データの分析	26	8
章末問題	2	1
課題学習	5	4
合計	199	90

数学A

章・節	頁数	配当時間
第1章 場合の数と確率	54	35
第1節 場合の数	25	15
第2節 確率	25	18
章末問題	2	2
第2章 図形の性質	48	28
第1節 平面図形	34	19
第2節 空間図形	10	7
章末問題	2	2
第3章 数学と人間の活動	54	27
第1節 整数の性質	32	17
第2節 数学と人間の活動	18	8
章末問題	2	2
合計	144	90

章の構成と時間配当表

数学 II

章・節	頁数	配当時間
第1章 式と証明	32	17
第1節 式と計算	17	9
第2節 等式・不等式の証明	11	6
章末問題	2	2
第2章 複素数と方程式	28	15
第1節 複素数と2次方程式の解	15	9
第2節 高次方程式	9	4
章末問題	2	2
第3章 図形と方程式	44	25
第1節 点と直線	18	10
第2節 円	12	6
第3節 軌跡と領域	10	7
章末問題	2	2
第4章 三角関数	38	19
第1節 三角関数	21	10
第2節 加法定理	13	7
章末問題	2	2
第5章 指数関数と対数関数	28	14
第1節 指数関数	11	5
第2節 対数関数	13	7
章末問題	2	2
第6章 微分法と積分法	46	25
第1節 微分係数と導関数	13	7
第2節 関数の値の変化	11	7
第3節 積分法	18	9
章末問題	2	2
課題学習	7	5
合計	223	120

数学B

章・節	頁数	配当時間
第1章 数列	42	27
第1節 等差数列と等比数列	15	10
第2節 いろいろな数列	12	7
第3節 漸化式と数学的帰納法	11	8
章末問題	2	2
第2章 統計的な推測	60	35
第1節 確率分布	32	20
第2節 統計的な推測	24	13
章末問題	2	2
第3章 数学と社会生活	31	28
数学と社会生活	29	28
合計	133	90

数学C

章・節	頁数	配当時間
第1章 平面上のベクトル	44	19
第1節 ベクトルとその演算	23	9
第2節 ベクトルと平面図形	17	8
章末問題	2	2
第2章 空間のベクトル	24	12
空間のベクトル	20	10
章末問題	2	2
第3章 複素数平面	30	15
複素数平面	27	13
章末問題	1	2
第4章 式と曲線	40	24
第1節 2次曲線	20	12
第2節 媒介変数表示と極座標	16	10
章末問題	2	2
第5章 数学的な表現の工夫	27	20
数学的な表現の工夫	25	20
合計	165	90

第1章 数と式



数学の歴史の起源を伝えるものとして、古代エジプトのパピルス（上の写真）や、古代バビロニアの粘土板などがあります。いずれも3500年以上前には使用されていたもので、ものの個数を数えた記録などが、当時の文字や数字で書かれています。

現代の私たちが用いる式や記号は、16～17世紀頃に整備され、そのあと数学は飛躍的に進歩することになります。

この章では、高等学校で学ぶ数学の基礎ともいえる、文字を含む式の計算や数の分類について学びます。



専用HPから関連情報にアクセスすることができます。目印です。



この章で学ぶことイメージ

これから学ぶことの全体像をイメージするための、その章で学ぶ内容を把握できる動画にアクセスできます。 …④

第1節 式の計算

多項式の加法と減法／多項式の乗法／因数分解

第2節 実数

実数／根号を含む式の計算

第3節 1次不等式

不等式の性質／1次不等式／絶対値を含む方程式・不等式

Warm-up (ウォームアップ)



展開

次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x-4)$ (2) $(x+1)^2$ (3) $(x+3)(x-3)$

因数分解

次の式を因数分解せよ。

(1) $ab-3ac$ (2) x^2+4x+3 (3) x^2-4

根号を含む式の計算

次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ (3) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$

1次方程式

次の方程式を解け。

(1) $3x-4=8$ (2) $x-6=2x+3$

▶ 答は211ページ

NEW!

Warm-up の追加問題をデジタルコンテンツとしてご用意しています。(本冊子 p.5 参照) …④



文字は、多くの人に見やすく読み間違えにくいデザインの文字(ユニバーサルデザインフォント)を使用しています。...①

B 2次式の因数分解

展開の公式を逆に利用すると、因数分解の公式が得られる。

因数分解の公式

- 1 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
- 2 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
- 3 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- 4 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

因数分解の公式1, 2を利用して因数分解をしてみよう。

- 例15
- (1) $x^2+8x+16=x^2+2\cdot x\cdot 4+4^2=(x+4)^2$
 - (2) $9x^2-6xy+y^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot y+y^2=(3x-y)^2$
 - (3) $4x^2-9y^2=(2x)^2-(3y)^2=(2x+3y)(2x-3y)$

練習19 次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2+10x+25$ (2) $x^2-12x+36$ (3) $x^2+6xy+9y^2$
- (4) $4a^2-4ab+b^2$ (5) x^2-9 (6) $16a^2-25b^2$

次に、因数分解の公式3を利用して因数分解をしてみよう。

- 例16
- (1) $x^2+6x+8=x^2+(2+4)x+2\cdot 4=(x+2)(x+4)$
 - (2) $x^2+2xy-8y^2=x^2+((-2y)+4y)x+(-2y)\cdot 4y=(x-2y)(x+4y)$
- | 積が8 | 和が6 |
|-------|-----|
| 1と8 | × |
| -1と-8 | × |
| 2と4 | ○ |
| -2と-4 | × |

練習20 次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2+8x+12$ (2) $x^2-7x+12$ (3) x^2+2x-8
- (4) x^2-5x-6 (5) $a^2-13a+36$ (6) y^2-y-20
- (7) $x^2+5xy+4y^2$ (8) $x^2+7xy-18y^2$ (9) $x^2-ax-12a^2$

NEW! 18 第1節 式の計算

[Link] 補充は教科書の内容に関連した類題演習など、教科書の内容をさらに補充できるコンテンツです。授業での提示はもちろん、生徒さんの予習復習にも利用できます。...④



9a²+6a+1

=

たすき掛けの因数分解は、視覚的に理解を促す図を入れて、説明を丁寧に行っています。...②

14ページの展開の公式4を逆に利用する因数分解は、次のようになる。

因数分解の公式

$$4 \quad acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

例17 $3x^2+14x+8$ の因数分解

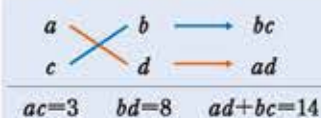
因数分解の公式4において

$$ac=3, \quad ad+bc=14, \quad bd=8$$

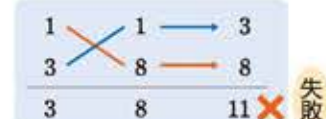
となる a, b, c, d をみつけられればよい。

- ① $ac=3$ の3を積に分解すると 1×3
 $bd=8$ の8を積に分解すると $1\times 8, 2\times 4,$
 $(-1)\times(-8), (-2)\times(-4)$

② $a=1, c=3$ として、 b, d の候補から $ad+bc=14$ となるものをさがす。このとき、右のような図式を利用するとよい。



$b=1, d=8$ のとき



$ad+bc=14$ とならない。

$b=4, d=2$ のとき



$ad+bc=14$ となり、適する。

よって、 $a=1, b=4, c=3, d=2$ であるから

$$3x^2+14x+8=(x+4)(3x+2)$$

補足 ▶ 上の図式のような計算を たすき掛け という。

深める 例17の②の計算において、 b, d の候補として -1 と $-8, -2$ と -4 はたすき掛けの計算をしなくても適さないことがわかる。その理由を説明してみよう。

[Link] >>>



19

「深める」では、別の方法で考えてみる、理由を説明するなど、本質的な理解に繋がる問いを脚注に掲載しました。必要に応じて扱うことができます。...①

項目始めの導入文では、その項目で学ぶことを簡潔に示しました。
生徒さんが自ら見通しをもって学習に取り組むことができます。 …②

第3節 | 1次不等式

6 不等式の性質

ここでは、不等式の性質を学ぶ。そこで、まず $(x$ の1次式) $=0$ の形に表される方程式、すなわち x についての1次方程式を通して、等式の性質を復習しよう。

A 1次方程式

x についての方程式を成り立たせる x の値を、その方程式の **解** という。また、方程式のすべての解を求めることを、方程式を **解く** という。

例 25 1次方程式 $3x-5=10$ を解く。

移項すると $3x=10+5$

すなわち $3x=15$

両辺を3で割って $x=5$ **終**

$$\begin{array}{l} 3x-5=10 \\ \text{移項} \quad \downarrow \text{符号が変わる} \\ 3x = 10+5 \end{array}$$

x の1次方程式は、 $ax=b$ の形に整理して解く。このとき、次に示す「等式の性質」を使う。移項は、性質1, 2を使った式の変形である。

等式の性質

- 1 $A=B$ ならば $A+C=B+C$
- 2 $A=B$ ならば $A-C=B-C$
- 3 $A=B$ ならば $AC=BC$
- 4 $A=B$ ならば $\frac{A}{C}=\frac{B}{C}$ (ただし、 $C \neq 0$)

注意 ▶ $C \neq 0$ は C が0に等しくないことを表す。

練習 40 次の1次方程式を解け。

(1) $5x+2=2x+7$ (2) $0.5x=0.2x-6$ (3) $\frac{2}{3}x-4=\frac{1}{2}x-3$

中学既習事項である等式の性質を復習し、後に学ぶ不等式の性質と対比できる展開にしています。 …③

このように、中学校の内容など、既習事項との繋がりへの配慮が、本書の最大の特徴となります。 …③

B 不等号と不等式

まず、不等号の種類と意味についてまとめておこう。

不等号	使い方の例	意味
$<$	$x < 2$	x は2より小さい
$>$	$x > 0$	x は0より大きい
\leq	$x \leq 3$	x は3以下
\geq	$x \geq -1$	x は-1以上

「～より小さい」は「～未満」ともいう。

$x > 0$ は「 x は正の数」、 $x < 0$ は「 x は負の数」の意味でもある。

補足 ▶ $0 < x < 2$ は

「 x は0より大きく、かつ2より小さい」

の意味である。

数量の間の大小関係を不等号を使って表した式を **不等式** という。

以下、本書では、不等式で使う文字が表す数は、断りがなければ実数の範囲で考えるものとする。

数量の大小関係を述べた事柄を不等式で表してみよう。

例 26 (1) ある数 x の3倍から5を引いた数は10より小さい。

このことを不等式で表すと $3x-5 < 10$

(2) 2つの数 a, b の和は正で、かつ5以下である。

このことを不等式で表すと $0 < a+b \leq 5$ **終**

練習 41 次の数量の大小関係を不等式で表せ。

(1) ある数 x の2倍に3を足した数は5以上である。

(2) 2つの数 a, b の和は負で、かつ-2より大きい。

(3) 1個80円の品物を x 個買って100円の箱にまとめて詰めてもらったところ、品物代と箱代の合計金額は2000円以下になった。

本文に掲載していない重要な問題を節末「補充問題」として扱っています。これらを取捨選択することで状況に応じた授業展開が可能です。 …②

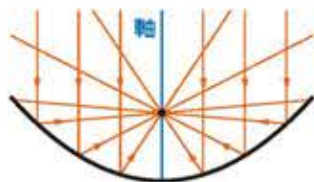
※ 補充問題

- 関数 $y=ax+b$ ($-1 \leq x \leq 5$) の値域が、 $1 \leq y \leq 13$ となるような定数 a, b の値を求めよ。ただし、 $a < 0$ とする。
- 次の2次関数のグラフをかけ。また、その頂点と軸を求めよ。
 - $y=2x^2-4x+2$
 - $y=-\frac{1}{2}x^2+x-1$
 - $y=(x-1)(x-2)$
 - $y=(2x-1)(x+3)$
- 放物線 $y=2x^2-4x-1$ について、次の問いに答えよ。
 - この放物線の頂点の座標を求めよ。
 - この放物線を、 x 軸方向に2、 y 軸方向に-1だけ平行移動したとき、移動後の放物線の方程式を求めよ。



放物線の不思議

放物線は、英語で parabola (パラボラ) といいます。衛星放送の電波を受信するパラボラアンテナの面は、放物線とその軸を中心に1回転させてできる面の形をしています。このような面には、



回転軸に平行に進んできた電波がこの面で反射するとき、そのすべてがある1点を通るという性質があります。この点は放物線の焦点と呼ばれます。

焦点の位置に受信機があり、ここで電波を受信するパラボラアンテナは、上空にある人工衛星からの弱い電波を受信するときなどに使われます。パラボラアンテナ以外に、上で述べた放物線と焦点に関する性質が利用されているものを調べてみましょう。

Link 振り返り 第1節の振り返り

96 第1節 2次関数とグラフ

コラムでは数学のおもしろい話題や身近な話題を取り上げ、適宜問いかけを入れています。また、写真やイラストを入れて興味を引くようにしています。 …②

「2次関数の最大と最小」では、場合分けが必要な代表的な3パターンについて、それぞれ難易度に応じた形式で扱っています。(本冊子 p.29, 31, 33 参照) …③

第2節 | 2次関数の値の変化

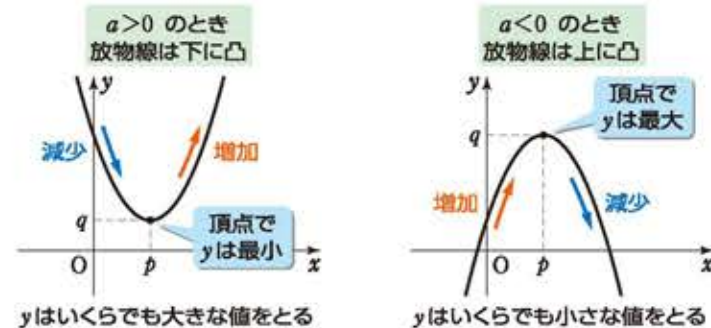
3 2次関数の最大・最小

関数のグラフを利用すると、関数の値の変化の様子を知ることができる。ここでは、2次関数の値の変化を調べよう。

A 2次関数の最大・最小

2次関数 $y=ax^2$ の値の変化については、84ページで述べた。

2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ の値の変化についても、 a の値が正か負かによって次のような2つの場合がある。



したがって、次のことがいえる。

2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ の最大・最小

$a > 0$ のとき、 $x=p$ で最小値 q をとる。最大値はない。
 $a < 0$ のとき、 $x=p$ で最大値 q をとる。最小値はない。



次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。
 (1) $y=2(x-3)^2+4$ (2) $y=-2(x+1)^2-3$



97

視覚的に理解を促す図が豊富である点も、本書の特徴です。 …②

2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の最大値、最小値を調べるには、2次式を平方完成して $y = a(x-p)^2 + q$ の形にすればよい。

2次式の平方完成については、90、91ページを参照。

例題 4 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

- (1) $y = x^2 - 4x + 3$ (2) $y = -2x^2 - 4x$

解答

(1) $y = x^2 - 4x + 3$ を変形すると

$$y = (x-2)^2 - 1$$

よって、 y は $x = 2$ で最小値 -1 をとる。
最大値はない。

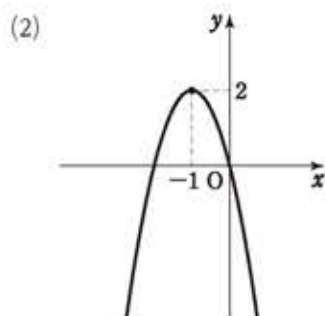
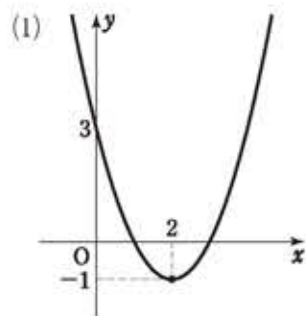
放物線は下に凸で、頂点は点 $(2, -1)$

(2) $y = -2x^2 - 4x$ を変形すると

$$y = -2(x+1)^2 + 2$$

よって、 y は $x = -1$ で最大値 2 をとる。
最小値はない。

放物線は上に凸で、頂点は点 $(-1, 2)$



練習 15 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

- (1) $y = x^2 - 6x + 5$ (2) $y = -x^2 - 4x + 2$
(3) $y = 2x^2 + 4x - 1$ (4) $y = -2x^2 + 6x$

深める $x = 1$ で最小値をとる2次関数を1つ考えてみよう。

NEW!

練習 15 の類問をデジタルコンテンツで演習することができます。…④

B 2次関数の定義域と最大・最小

これまでは2次関数の定義域が実数全体であったが、関数の定義域に制限のある場合についても、最大値、最小値を調べてみよう。

例 8 関数 $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の値域と最大値、最小値

この関数のグラフは、右の図の

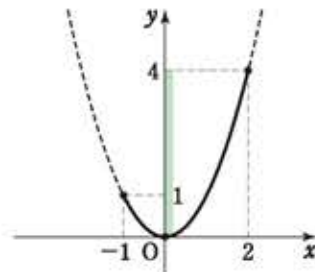
実線部分である。

よって、値域は $0 \leq y \leq 4$

である。また、 y は

$x = 2$ で最大値 4 をとり、

$x = 0$ で最小値 0 をとる。終



例 9 関数 $y = -x^2$ ($1 \leq x \leq 2$) の値域と最大値、最小値

この関数のグラフは、右の図の

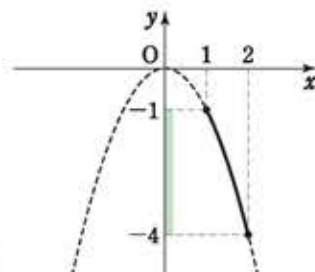
実線部分である。

よって、値域は $-4 \leq y \leq -1$

である。また、 y は

$x = 1$ で最大値 -1 をとり、

$x = 2$ で最小値 -4 をとる。終



練習 16 次の関数の値域と最大値、最小値を求めよ。

- (1) $y = 2x^2$ ($-2 \leq x \leq -1$) (2) $y = -2x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)

Point 定義域に制限のある2次関数の最大値、最小値を考える場合は、放物線の軸の位置と定義域の関係に着目するとよい。例8と例9では、放物線の軸はどちらも直線 $x = 0$ であり、定義域と次のような関係がある。

例8 → ① が定義域に含まれる 例9 → ② が定義域に含まれない

* 関数 $y = x^2$ のグラフのうち、 $-1 \leq x \leq 2$ に対応する部分である。

Link >>>



[Point] では、例、例題や公式を統合的に理解するための、関連した内容についての説明を入れました。例、例題や公式の繋がりを俯瞰することで、知識の定着と深い学びに繋がります。…②

重要で代表的な問題は「例題」としてしっかり扱い、やや発展的な問題は「応用例題」としています。授業展開に応じて使い分けられます。…②

例題 5 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

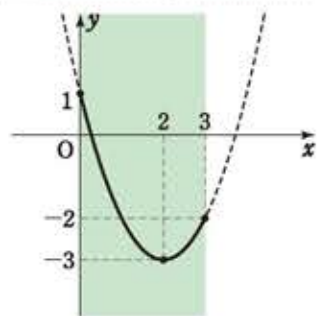
- (1) $y = x^2 - 4x + 1$ ($0 \leq x \leq 3$)
 (2) $y = -2x^2 + 12x - 10$ ($1 \leq x \leq 2$)

解答 (1) $y = x^2 - 4x + 1$ を変形すると
 $y = (x-2)^2 - 3$

$0 \leq x \leq 3$ におけるグラフは、右の図の実線部分である。

よって、 y は

$x=0$ で最大値 1 をとり、
 $x=2$ で最小値 -3 をとる。



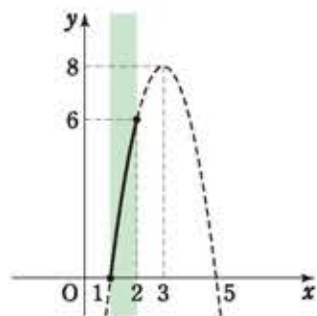
(2) $y = -2x^2 + 12x - 10$ を変形すると

$$y = -2(x-3)^2 + 8$$

$1 \leq x \leq 2$ におけるグラフは、右の図の実線部分である。

よって、 y は

$x=2$ で最大値 6 をとり、
 $x=1$ で最小値 0 をとる。



練習 17 関数 $y = x^2 - 4x + 1$ の定義域として次の範囲をとるとき、各場合について、最大値と最小値を求めよ。

- (1) $-2 \leq x \leq 1$ (2) $1 \leq x \leq 4$
 (3) $4 \leq x \leq 5$ (4) $0 \leq x \leq 4$

練習 18 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

- (1) $y = x^2 - 2x + 3$ ($0 \leq x \leq 3$) (2) $y = -x^2 + 4x - 3$ ($1 \leq x \leq 4$)
 (3) $y = 3x^2 + 6x - 1$ ($1 \leq x \leq 3$) (4) $y = -2x^2 + 14x$ ($0 \leq x \leq 7$)

NEW!

コンテンツにアクセスできる二次元コードは、各見開きページの右下に配置しました。授業や自習の際、手軽に利用することができます。…④

応用例題 2 次の条件を満たすように、定数 c の値を定めよ。

- (1) 関数 $y = x^2 - 4x + c$ ($1 \leq x \leq 5$) の最大値が 8 である。
 (2) 関数 $y = -x^2 - 2x + c$ ($0 \leq x \leq 2$) の最小値が -3 である。

考え方 (1) 下に凸の放物線では、軸から遠いほど y の値は大きい。
 (2) 上に凸の放物線では、軸から遠いほど y の値は小さい。

解答 (1) $y = x^2 - 4x + c$ を変形すると

$$y = (x-2)^2 + c - 4$$

関数 $y = x^2 - 4x + c$ のグラフは下に凸の放物線で、軸は直線 $x=2$ である。

定義域は $1 \leq x \leq 5$ であるから、 y は $x=5$ で最大値をとる。

$$x=5 \text{ のとき } y = 5^2 - 4 \cdot 5 + c = c + 5$$

$$c + 5 = 8 \text{ より } c = 3$$

(2) $y = -x^2 - 2x + c$ を変形すると

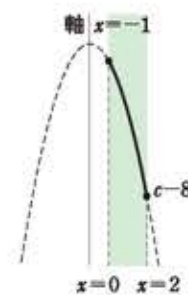
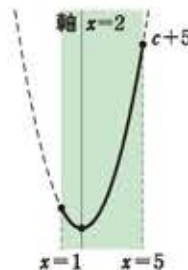
$$y = -(x+1)^2 + c + 1$$

関数 $y = -x^2 - 2x + c$ のグラフは上に凸の放物線で、軸は直線 $x=-1$ である。

定義域は $0 \leq x \leq 2$ であるから、 y は $x=2$ で最小値をとる。

$$x=2 \text{ のとき } y = -2^2 - 2 \cdot 2 + c = c - 8$$

$$c - 8 = -3 \text{ より } c = 5$$



練習 19 次の条件を満たすように、定数 c の値を定めよ。

- (1) 関数 $y = x^2 - 2x + c$ ($-2 \leq x \leq 0$) の最大値が 5 である。
 (2) 関数 $y = -x^2 + 6x + c$ ($1 \leq x \leq 4$) の最小値が -7 である。

NEW!

応用例題 2 (1) について、「 $c=3$ のときに最大値が 8 になる」ということを視覚的に確認することができるコンテンツをご用意しています。…④



C 最大・最小の応用

2次関数を使って解決できる問題について、考えてみよう。

Link **応用**
例題
3 長さ 16 m のロープで長方形の囲いを作る。この長方形の面積の最大値を求めよ。



考え方 長方形の縦の長さ x m と横の長さ $(8-x)$ m の和は 8 m である。縦の長さを x m、面積を y m² とし、 y を x で表す。 x の値の範囲にも注意する。

解答 長方形の縦の長さを x m とすると、横の長さは $(8-x)$ m である。

$x > 0$ かつ $8-x > 0$ から

$$0 < x < 8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

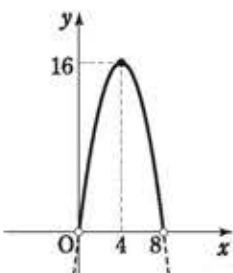
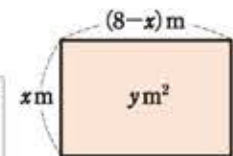
長方形の面積を y m² とすると

$$\begin{aligned} y &= x(8-x) \\ &= -x^2 + 8x \\ &= -(x-4)^2 + 16 \end{aligned}$$

よって、 $\textcircled{1}$ の範囲において、 y は $x=4$ で最大値 16 をとる。

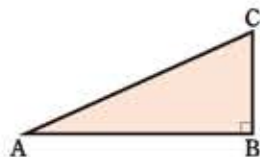
したがって、縦の長さが 4 m のとき長方形の面積は最大で、その最大値は 16 m² である。

縦と横の長さは正の数である。



補足 ▶ $x=4$ のとき、囲いは縦 4 m、横 4 m の正方形となる。

練習
20 直角三角形 ABC において、直角をはさむ 2 辺 AB、BC の長さの和が 10 cm であるとする。このような三角形の面積の最大値を求めよ。



研究 定義域が変化するときの関数の最大値・最小値

関数の定義域が変化するとき、その関数の最小値を調べてみよう。

Link **例**
1 a を正の定数とするとき、次の関数の最小値を求めよ。
 $y = x^2 - 4x + 1 \quad (0 \leq x \leq a)$

この関数の式を変形すると $y = (x-2)^2 - 3 \quad (0 \leq x \leq a)$
関数 $y = x^2 - 4x + 1$ のグラフは下に凸の放物線であり、軸は直線 $x=2$ である。定義域 $0 \leq x \leq a$ が 2 を含まない場合と、2 を含む場合とで分けて考える。

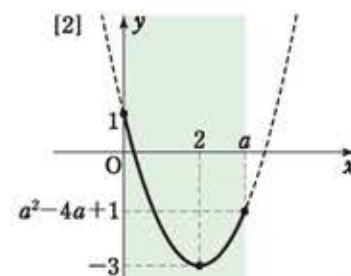
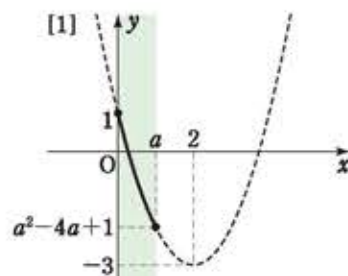
[1] $0 < a < 2$ のとき

この関数のグラフは図 [1] の実線部分である。よって、 y は $x=a$ で最小値 $a^2 - 4a + 1$ をとる。

[2] $2 \leq a$ のとき

この関数のグラフは図 [2] の実線部分である。よって、 y は $x=2$ で最小値 -3 をとる。

[1], [2] から $0 < a < 2$ のとき $x=a$ で最小値 $a^2 - 4a + 1$
 $2 \leq a$ のとき $x=2$ で最小値 -3



Link **練習**
1 a は正の定数とする。次の関数の最大値を求めよ。
 $y = -x^2 + 2x + 1 \quad (0 \leq x \leq a)$



連立3元1次方程式の解き方

- ① 1文字を消去して、残り2文字の連立方程式を導く。
- ② 2文字の連立方程式を解く。
- ③ 残りの1文字の値を求める。

練習 22

5 連立3元1次方程式
$$\begin{cases} a - b + c = 1 \\ 4a - 2b + c = -6 \\ 9a + 3b + c = 9 \end{cases}$$
 を解け。

例題 7

2次関数のグラフが3点(1, 5), (2, 1), (3, -7)を通るとき、その2次関数を求めよ。

解答

求める2次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とする。

グラフが3点(1, 5), (2, 1), (3, -7)を通るから

10 $5 = a + b + c$ ……①

$1 = 4a + 2b + c$ ……②

$-7 = 9a + 3b + c$ ……③

② - ① から $3a + b = -4$ ……④

③ - ② から $5a + b = -8$ ……⑤

15 ④, ⑤を解くと $a = -2, b = 2$

これらを①に代入すると $c = 5$

よって、求める2次関数は $y = -2x^2 + 2x + 5$

練習 23

2次関数のグラフが3点(2, -2), (3, 5), (-1, 1)を通るとき、その2次関数を求めよ。

Point

2次関数を決定する問題では、与えられた条件によって、最初に表す2次関数の形を使い分ける。

104 ページ 例題 6 → $y = a(x - p)^2 + q$ 例題 7 → $y = ax^2 + bx + c$

106 第2節 2次関数の値の変化

[Point] で、「2次関数の決定」における関数のおきかたの違いをまとめています。 …②

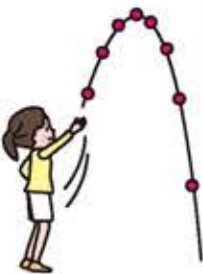
放物線が動く場合の2次関数の最小値を節末で扱いました。問題文で場合分けを与えるようにしています。(補充問題5) …③

補充問題

- 4 x の2次関数 $y = x^2 + 2mx + m^2 - 2m + 3$ について、次の問いに答えよ。
 - (1) この関数の最小値を m の式で表せ。
 - (2) この関数の最小値が -1 であるとき、 m の値を求めよ。
- 5 a は定数とする。関数 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 1$ ($0 \leq x \leq 2$) の最小値を、次の場合について、それぞれ求めよ。
 - (1) $a < 0$ (2) $0 \leq a \leq 2$ (3) $2 < a$
- 6 次のような2次関数を求めよ。
 - (1) グラフが3点(3, 0), (-1, 0), (2, 6)を通る。
 - (2) グラフの頂点は放物線 $y = 2x^2 + 4x + 1$ の頂点と同じであり、 y 軸と点(0, 2)で交わる。
 - (3) $x = 2$ で最大値8をとり、 $x = 1$ で $y = 5$ となる。

Column ボールの投げ上げ

放物線は、文字通り、何か物体を放り投げたときに、その物体の動いた様子を表したものです。ボールを右のように投げるとき、投げた後のボールの高さは、投げたからの時間の2次関数で表されることが知られています。たとえば、地上からボールを上の方に投げたとき、 t 秒後のボールの高さ y m が $y = -5t^2 + 10t$ で表されたとします。このとき、ボールが地上からもっとも高い位置にあるのは投げたから何秒後でしょうか。



第2節の振り返り



107

NEW!

節末には学習内容の復習・整理ができる「振り返りコンテンツ」をご用意しています。(本冊子 p.5 参照) …④



振り返り 第3章 第2節 2次関数の値の変化

ここでは、2次関数の最大・最小について、これまで学んできたことを振り返っていきましょう。次の問いには、これまで学んできた関数やグラフが活用できるといいので、ぜひ考えてみましょう。

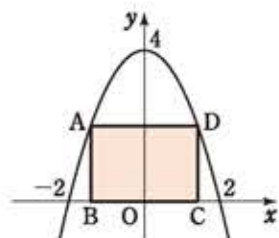
- 2次関数の最大・最小
 - 関数のグラフに、最大・最小の値があるとき、その値を関数の最大・最小値と呼ぶことがある。その値を関数の最大・最小値と呼ぶ。
 - 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ は、 $a > 0$ のとき、 $x = -\frac{b}{2a}$ において、 $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ となる。
 - $a < 0$ のとき、 $x = -\frac{b}{2a}$ において、 $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ となる。

章末問題 A

1 放物線 $y = -2x^2 + 3x + 1$ を平行移動したものが、2点 $(-2, 0)$, $(1, 12)$ を通るとき、その放物線の方程式を求めよ。

2 次の2つの放物線の頂点が一致するとき、定数 a, b の値を求めよ。
 $y = 2x^2 + 4x, \quad y = x^2 + ax + b$

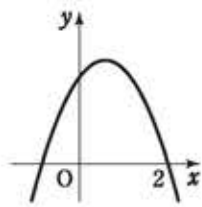
3 右の図のように、放物線 $y = 4 - x^2$ と x 軸で囲まれた部分に、長方形 ABCD を、辺 BC が x 軸上にあるように内接させる。この長方形の周の長さが最大となるときの辺 BC の長さを求めよ。



4 x の2次関数 $y = x^2 - mx + m$ の最小値を k とする。
 (1) k を m の式で表せ。
 (2) k の値を最大にする m の値と、 k の最大値を求めよ。

5 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが右の図のようになるとき、次の値の符号を求めよ。

- (1) a (2) c (3) $-\frac{b}{2a}$ (4) b
 (5) $b^2 - 4ac$ (6) $a + b + c$



6 2次不等式 $-2x^2 + ax + b > 0$ の解が $-1 < x < 2$ となるように、定数 a, b の値を定めよ。

7 2次関数 $y = x^2 - 2ax + a$ において、 y の値が常に正であるように、定数 a の値の範囲を定めよ。

NEW! 130 第3章 2次関数

章末問題では、本文で学習した内容を活用することで解ける問題を掲載しました。「思考力・判断力・表現力」の育成につながります。該当する問題にはマークを付けました。…②

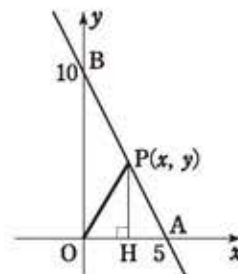
区間の両端が動く場合の2次関数の最大値・最小値は章末で扱いました。取り組みやすくなるように、小問を細かく分けました。(章末問題 10) …③

章末問題 B

8 放物線 $y = 2x^2 - 4x + 5$ の頂点を P とする。次の問いに答えよ。
 (1) x 軸に関して点 P と対称な点 Q の座標を求めよ。
 (2) この放物線と x 軸に関して対称な放物線の方程式を求めよ。

9 1次関数 $y = -2x + 10$ のグラフが、 x 軸、 y 軸と交わる点を、それぞれ A, B とする。点 $P(x, y)$ が線分 AB 上を動くとき、次の問いに答えよ。

- (1) OP^2 を x の式で表せ。
 (2) 線分 OP の長さの最小値を求めよ。



10 a は定数とする。関数 $y = x^2 - 4x$ ($a \leq x \leq a + 2$) について、次の問いに答えよ。

- (1) 次の各場合について、最小値を求めよ。
 [1] $a < 0$ [2] $0 \leq a \leq 2$ [3] $2 < a$
 (2) 次の各場合について、最大値を求めよ。
 [1] $a < 1$ [2] $a = 1$ [3] $1 < a$

11 a は定数とする。2次不等式 $x^2 - ax - 2a^2 < 0$ を、次の場合について解け。
 (1) $a > 0$ のとき (2) $a < 0$ のとき

12 2次関数 $y = x^2 + 2mx + m + 6$ のグラフと x 軸の負の部分で、異なる2点で交わるとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

- ヒント 8 (1) 点 (a, b) と x 軸に関して対称な点の座標は $(a, -b)$ である。
 11 方程式 $x^2 - ax - 2a^2 = 0$ の2つの解の大小を考える。

章末問題で、「研究」の内容に関連する問題には、問題番号の前にマークを付けました。必要に応じて扱うことができます。…②

C 三角比の等式を満たす θ

ある角 θ の三角比の値が与えられたとき、その θ を求めてみよう。

例8 (1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、等式 $\sin \theta = \frac{1}{2}$ を満たす θ

原点 O を中心とする半径 2 の半円上で、

y 座標が 1 である点は 2 つある。

$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

求める θ は、下の図(1)で

$\angle AOP$ と $\angle AOQ$ である。

よって $\theta = 30^\circ, 150^\circ$

$$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$$

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、等式 $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ

原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の半円上で、

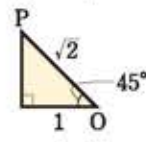
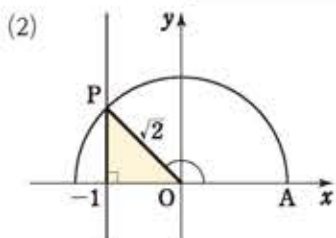
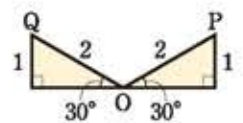
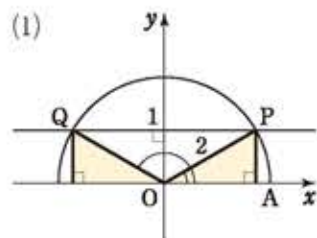
x 座標が -1 である点は 1 つある。

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

求める θ は、下の図(2)で $\angle AOP$ である。

よって $\theta = 135^\circ$

$$135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$$



練習14 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の等式を満たす θ を求めよ。

(1) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

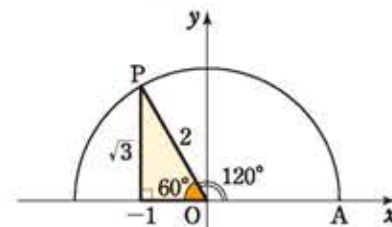
(2) $\cos \theta = -\frac{1}{2}$

例9 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、等式 $\tan \theta = -\sqrt{3}$ を満たす θ

$$-\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{-1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan \theta = \frac{y}{x} \end{array} \right.$$

であるから、求める θ は
右の図で $\angle AOP$ である。

よって $\theta = 120^\circ$



練習15 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の等式を満たす θ を求めよ。

(1) $\tan \theta = 1$

(2) $\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

D 三角比の相互関係

右の図のような半径 1 の半円上に、

$\angle AOP = \theta$ となる点 $P(x, y)$ をとる。

143 ページの三角比の定義で、 $r = 1$ とすると、

$$\sin \theta = y, \cos \theta = x, \tan \theta = \frac{y}{x}$$

となる。また、三平方の定理などにより、

$$x^2 + y^2 = 1$$

が常に成り立つことがわかる。

したがって、140 ページで示した三角比の相互関係は、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲にある角 θ についても、そのまま成り立つ。

三角比の相互関係

1 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

3 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

2 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

深める $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ のとりうる値の範囲をそれぞれ考えてみよう。

「深める」として、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のときの、 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ のとりうる値の範囲を考える問いを入れました。この内容を理解することで、教科書 149 ページ補充問題 3 をスムーズに解くことができます。 …②

[Point] として、 θ の範囲によって三角比の符号が変わることを述べています。このような注意すべき内容も Point としてまとめています。 …②

例題 4 $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{1}{4}$ のとき、 $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。

解答 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ から

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16}$$

$90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $\cos \theta \leq 0$ であるから

$$\cos \theta = -\sqrt{\frac{15}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

また $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{4} \div \left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right) = \frac{1}{4} \times \left(-\frac{4}{\sqrt{15}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Unk 補充 練習 16 $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ のうち、 1つが次の値をとるとき、 他の2つの値を求めよ。

(1) $\sin \theta = \frac{2}{3}$ (2) $\cos \theta = -\frac{4}{5}$

★ 練習 17 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\tan \theta = -2$ のとき、 $\cos \theta$ と $\sin \theta$ の値を求めよ。

Point 三角比の値を求める問題では、 与えられた θ の値の範囲によって、 三角比の符号が変わることに注意する。

141 ページ例題 2 → $\cos \theta > 0$ 例題 4 → $\cos \theta \leq 0$

■ 代表的な角の三角比のまとめ

いろいろな角の三角比の値を表にまとめると、 次のようになる。

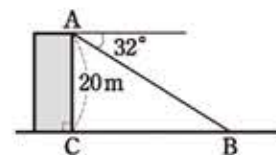
θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	/	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

教科書 147 ページの「深める」を理解することで、 補充問題 3 にスムーズに繋がられます。 …②

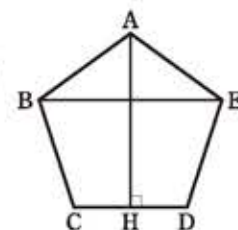
✪ 補充問題

問題 1, 2 は、 巻末の見返しの三角比の表を用いてよい。

1 地上からの高さ 20 m の地点 A で地上の場所 B を見下ろしたら、 その角は右の図のように水平面に対して 32° であった。 B は、 A の真下の地点 C から何 m 離れているか。 1 m 未満を四捨五入して答えよ。



2 1 辺の長さが 10 の正五角形 ABCDE において、 次の線分の長さを、 小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位まで求めよ。

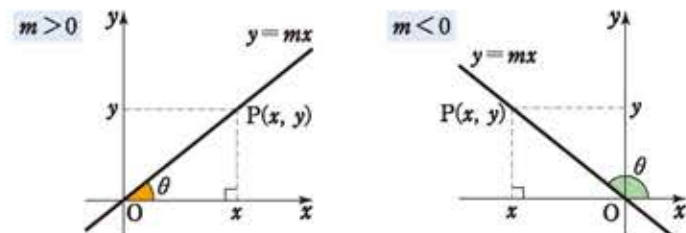


- (1) 対角線 BE
- (2) 頂点 A から辺 CD に下ろした垂線 AH

3 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。

Column **tan θ と直線の傾き**

下の図において、 直線 $y = mx$ の傾き m と $\tan \theta$ の値は、 いずれの場合も $\frac{y}{x}$ に等しくなります。 すなわち、 $\tan \theta = m$ となります。 さて、 直線 $y = -\sqrt{3}x$ について、 θ は何度になるでしょうか。



Unk 振り返り 第1節の振り返り

Unk >>>

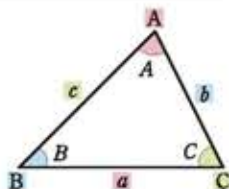


第2節 三角形への応用

4 正弦定理

以下では、 $\triangle ABC$ において頂点 A, B, C に向かい合う辺 BC, CA, AB の長さを、

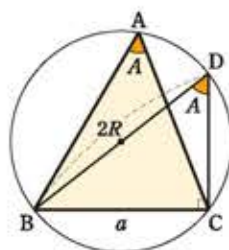
- それぞれ a, b, c で表す。また、 $\angle A, \angle B, \angle C$ の大きさを、それぞれ A, B, C で表す。
 $\triangle ABC$ において、3辺の長さ a, b, c と3つの角の正弦 $\sin A, \sin B, \sin C$ の間に成り立つ関係を調べてみよう。



A 三角形の外接円と正弦

- 10 三角形の3つの頂点を通る円を、その三角形の **外接円** という。
 $\triangle ABC$ の外接円の半径を R とする。

- [1] $0^\circ < A < 90^\circ$ のとき、右の図で、線分 BD は $\triangle ABC$ の外接円の直径とする。
 このとき、円周角と中心角の性質により、
 15 $\angle BDC = \angle BAC = A, \angle BCD = 90^\circ$ が成り立つ。



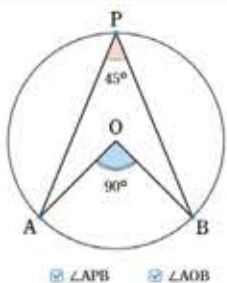
よって、 $\triangle BCD$ において $a = BD \sin A$
 $BD = 2R$ であるから、 $a = 2R \sin A$ が成り立つ。

- $A = 90^\circ$ と $90^\circ < A < 180^\circ$ のときでも、同じ関係式が得られることを次ページ [2], [3] で調べよう。

Unk * 1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の大きさの半分である。
 とくに、半円の弧に対する円周角の大きさは 90° である。



円周角の定理を復習することができるデジタルコンテンツを用意しています。(既習事項の復習) …④



■ 次の□の中に適する文字や数値を入れ、説明を完成させよう。

[2] $A = 90^\circ$ のとき

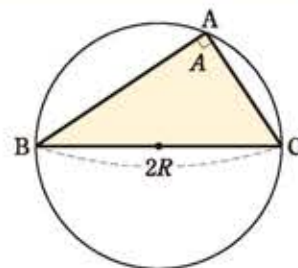
辺 BC は、 $\triangle ABC$ の外接円の直径になる。外接円の半径は R であるから、

- 5 $a = \square$ である。

一方、 $\sin A = \sin 90^\circ = \square$ であるから、

$$a = 2R \sin A$$

が成り立つ。



[3] $90^\circ < A < 180^\circ$ のとき

- 10 右の図で、線分 BD は $\triangle ABC$ の外接円の直径とする。

$\angle BDC = D$ とすると、円周角と中心角の性質により

$$2A + 2D = \square^\circ$$

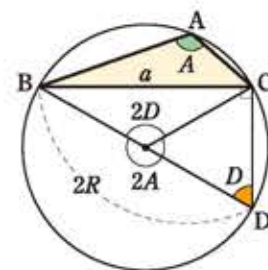
- 15 すなわち $A + D = 180^\circ$ が成り立つから

$$\sin D = \sin(\square^\circ - A) = \sin A \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\angle BCD = 90^\circ, BD = 2R$ であるから、 $\triangle BCD$ において

$$a = 2R \sin D$$

- 20 よって、 $\textcircled{1}$ により、 $a = 2R \sin A$ が成り立つ。



Unk * 円に内接する四角形では、向かい合う角の和は 180° になっている。



Unk >>>



「三角形の内接円と面積」の内容は入試を見据えると重要な内容であることから、研究として扱っています。 …③

研究 三角形の内接円と面積

Unk 考察 三角形の3辺に接する円を、その三角形の内接円という。

右の図のように、 $\triangle ABC$ の内接円の中心を I とすると、 $\triangle ABC$ は

$\triangle IBC$, $\triangle ICA$, $\triangle IAB$

に分けられる。これらの面積の関係から

$$\triangle ABC = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$$

よって、 $\triangle ABC$ の内接円の半径を r とすると

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr$$

したがって、次のことが成り立つ。

三角形の内接円と面積

$\triangle ABC$ の面積を S 、 $\triangle ABC$ の内接円の半径を r とするとき

$$S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$$

このことを利用して、3辺の長さが $a=7$, $b=8$, $c=9$ である $\triangle ABC$ の内接円の半径 r を求めてみよう。

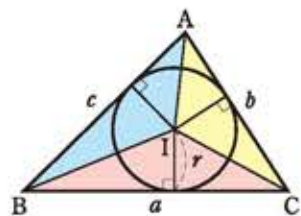
$\triangle ABC$ の面積を S とすると、前ページの例題8より $S = 12\sqrt{5}$

上の公式から $12\sqrt{5} = \frac{1}{2}r(7+8+9)$

よって $12\sqrt{5} = 12r$ したがって $r = \sqrt{5}$

練習1 3辺の長さが $a=5$, $b=7$, $c=8$ である $\triangle ABC$ について、次のものを求めよ。

- (1) $\triangle ABC$ の面積 S (2) 内接円の半径 r



「ヘロンの公式」は学習指導要領における数学Iの範囲を超えた内容ですが、適宜授業で扱えるよう、発展として扱っています。 …③

発展 ヘロンの公式

$\triangle ABC$ の面積 S を、3辺の長さ a , b , c で表してみよう。

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}bc \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{1}{2}bc \sqrt{1 - \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2}bc \cdot \frac{1}{2bc} \sqrt{(2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{(2bc + (b^2 + c^2 - a^2))(2bc - (b^2 + c^2 - a^2))}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{((b+c)^2 - a^2)(a^2 - (b-c)^2)}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{((b+c+a)(b+c-a))((a+b-c)(a-b+c))}$$

ここで、 $a+b+c=2s$ とおくと

$$b+c-a=2(s-a), \quad a+b-c=2(s-c), \quad a-b+c=2(s-b)$$

よって

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{2s \cdot 2(s-a) \cdot 2(s-c) \cdot 2(s-b)} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

以上から、次のヘロンの公式が成り立つ。

$\triangle ABC$ の面積 S は

$$2s = a+b+c \quad \text{とすると} \quad S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

161ページの例題8の $\triangle ABC$ の面積 S は、ヘロンの公式を用いると、次のように求められる。

$$2s = 7+8+9 \quad \text{から} \quad s = 12$$

$$a=7, \quad b=8, \quad c=9$$

$$\text{よって} \quad S = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} = \sqrt{12 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = 12\sqrt{5}$$

練習1 3辺の長さが5, 6, 9である三角形の面積 S を求めよ。



B 四分位数

データの中に極端に離れた値があるかどうかによって、データの範囲は大きく変わる。そこで、データの中央値の近くの値を取り出して散らばりの度合いを比較する方法について調べよう。

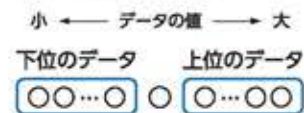
- 5 データを値の大きさの順に並べたとき、4等分する位置にくる値を **四分位数** という。四分位数は、値の小さい方から順に **第1四分位数**、**第2四分位数**、**第3四分位数** といい、順に Q_1 、 Q_2 、 Q_3 で表す。

Unk イメージ 四分位数は、具体的には次のように定める。

第2四分位数 Q_2 はデータの中央値である。

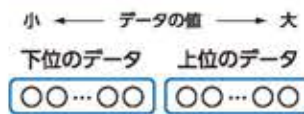
- 10 データを値の小さい方から順に左から並べ、個数が同じになるように半分に分ける。ただし、データの大きさが奇数のときは、中央の位置にくる値を除いて2つに分ける。

データの大きさが奇数



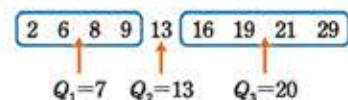
- 15 左半分のデータを下位のデータ、右半分のデータを上位のデータとよぶことにすると、第1四分位数 Q_1 は下位のデータの中央値であり、

データの大きさが偶数

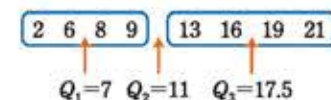


第3四分位数 Q_3 は上位のデータの中央値である。

データの大きさが9のとき

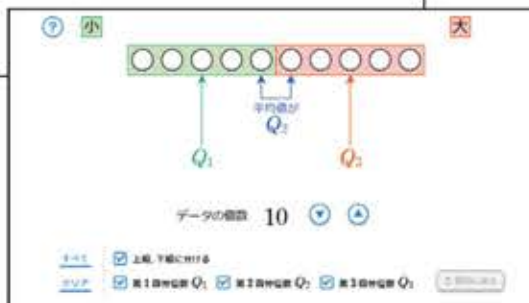


データの大きさが8のとき



- 20 注意 ▶ 四分位数は他にもいくつかの定め方がある。以下、本書では上の方法で定めるものとする。

データの大きさを4個～16個の範囲で変えてみたときの、四分位数の求め方について確認できるデジタルコンテンツをご用意しています。 …④



例5 データの四分位数

次のデータは、10人の生徒に100点満点のテストを行った結果を、値の大きさの順に並べたものである。

21, 30, 36, 38, 41, 45, 52, 58, 60, 72 (点)

- 5 第2四分位数は $Q_2 = \frac{41+45}{2} = 43$ (点) データの中央値
- データ 21, 30, 36, 38, 41 の中央値は 36 下位のデータの中央値
- よって 第1四分位数は $Q_1 = 36$ (点)
- データ 45, 52, 58, 60, 72 の中央値は 58 上位のデータの中央値
- よって 第3四分位数は $Q_3 = 58$ (点) 終

- 10 データの第3四分位数 Q_3 から第1四分位数 Q_1 を引いた差 $Q_3 - Q_1$ を **四分位範囲** という。四分位範囲は、データを値の大きさの順に並べたときの、中央に並ぶ約50%のデータの散らばりの度合いを表している。よって、四分位範囲は、データの中に極端に離れた値がある場合でも、その影響を受けにくいといえる。

- 15 補足 ▶ 四分位範囲を2で割った値を **四分位偏差** という。

例6 例5のデータの四分位範囲を求めよ。

四分位範囲は $Q_3 - Q_1 = 58 - 36 = 22$ (点) 終

データの四分位範囲が大きいほど、散らばりの度合いが大きいと考えられる。

- 20 練習7 次のデータA, Bのそれぞれについて、四分位範囲を求めよ。また、データの散らばりの度合いが大きいのはA, Bのどちらと考えられるか。得られた四分位範囲によって比較せよ。

A 21, 29, 32, 36, 38, 40, 49, 53, 55, 68, 80

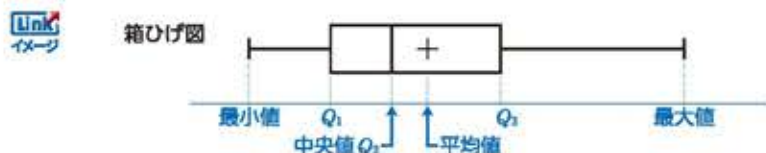
B 25, 31, 39, 42, 45, 46, 50, 53, 54, 65, 80



C 箱ひげ図

データの分布を見るための図に **箱ひげ図** と呼ばれるものがある。

箱ひげ図は、データの最小値、第1四分位数、中央値、第3四分位数、最大値を、箱と線(ひげ)で表現する図である。箱の長さは四分位範囲を表す。なお、箱ひげ図に平均値を記入することもある。



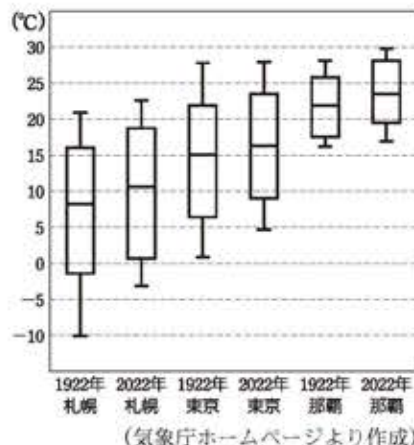
箱ひげ図は、複数のデータの分布を比較するときに便利な図である。箱ひげ図を利用して、実際のデータを分析してみよう。

例7 箱ひげ図によるデータの分析

右の図は、1922年と2022年の札幌、東京、那覇における、月ごとの平均気温のデータを箱ひげ図に表したものである。

この図から、たとえば、次のようなことが読み取れる。

1. 那覇は1年を通して暖かく、寒暖の差が小さい。札幌は年間の寒暖の差が大きい。
2. どの都市も、1922年より2022年の方が気温が高めの傾向にある。



補足 ▶ 箱ひげ図は、例7のように縦に表示することもある。

2022年の札幌、東京、那覇における月ごとの平均気温のデータについて、度数分布表などで比較できるデジタルコンテンツをご用意しています。



…④



練習8

次のデータは、10人の生徒に100点満点の数学、英語、国語のテストを行った結果である。単位は点である。

数学 68, 35, 86, 63, 30, 91, 50, 63, 46, 58

英語 75, 65, 90, 78, 52, 88, 70, 75, 59, 82

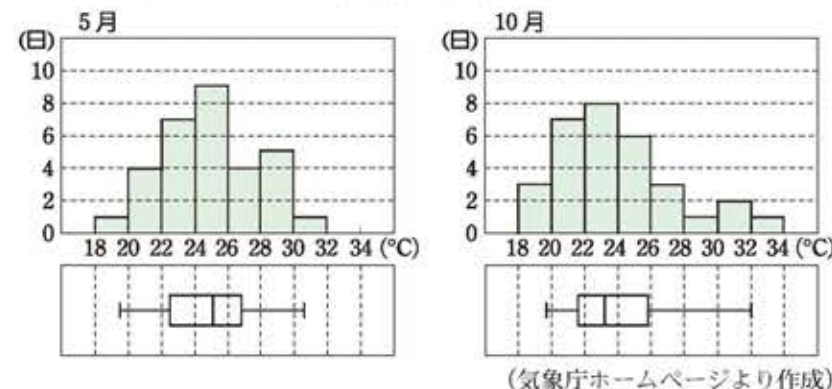
国語 63, 60, 73, 75, 58, 79, 68, 70, 66, 80

- (1) これらのデータの箱ひげ図を並べてかけ。
- (2) データの散らばりの度合いが最も大きいのは、数学、英語、国語のうちどれと考えられるか。(1)で得られた箱ひげ図を用いて比較せよ。

D ヒストグラムと箱ひげ図

ヒストグラムと箱ひげ図の関係について考えてみよう。

下の図は、福岡の2022年の日ごとの最高気温のデータをヒストグラムと箱ひげ図に表したもので、順に5月、10月のものである。



- 15 ヒストグラムの山の位置と、箱ひげ図の箱の位置がだいたい対応していることがわかる。また、ヒストグラムのすそにあたる部分が、箱ひげ図のひげに対応している。ヒストグラムのすそが右に伸びていけば、箱ひげ図のひげも右に伸びる。

箱ひげ図では、ヒストグラムほどにはデータの分布が詳しく表現されないが、大まかな様子はわかる。

ヒストグラムと箱ひげ図の関係について、実際のデータを用いて説明しています。山と箱、すそとひげとの対応があることについて、実在のデータからより実感しやすくなります。



…②

データにおいて、偏差の2乗の平均値を **分散** という。さらに、分散の正の平方根を **標準偏差** といい、 s で表す。

$$\begin{aligned} \text{(分散)} &= \frac{\text{(偏差の2乗の平均値)}}{\text{(データの大きさ)}} \\ &= \frac{\text{(偏差の2乗の総和)}}{\text{(データの大きさ)}} \end{aligned}$$

分散と標準偏差

5 変数 x のデータの値が x_1, x_2, \dots, x_n で、その平均値が \bar{x} のとき

分散 $s^2 = \frac{1}{n} \{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2\}$

標準偏差 $s = \sqrt{\text{分散}}$

注意 ▶ 標準偏差の単位は、変数 x の単位と同じである。

データの値が平均値の周りに集中しているほど、それぞれの偏差の絶対値は小さくなり、分散、標準偏差も小さくなる傾向にある。たとえば、

10 **Unk** 177 ページでヒストグラムに表した2つのデータ A, B では、データの値から標準偏差を計算すると、それぞれ 20, 10 である。このことから、データ A の方がデータ B より散らばりの度合いが大きいと考えられる。

例 9 データの分散、標準偏差

15 10 人の漢字テストの得点 x が下の表で与えられている。ただし、

平均値 \bar{x} は、 $\bar{x} = \frac{1}{10} \times 70 = 7$ である。 x の単位は点である。

x	9	3	4	10	10	5	7	9	10	3	計 70
$(x - \bar{x})^2$	4	16	9	9	9	4	0	4	9	16	計 80

よって、分散 s^2 は $s^2 = \frac{1}{10} \times 80 = 8$

標準偏差 s は $s = \sqrt{8} \approx 2.8$ (点) 終

10 **Unk** 補充 **練習 10** 次のデータは、10 人の生徒に計算テストを行った結果である。このデータの分散、標準偏差を求めよ。

6, 10, 7, 7, 5, 4, 9, 10, 5, 7 (点)

ここで参照している 177 ページの 2 つのデータ A, B のヒストグラムを表示できるデジタルコンテンツをご用意しています。また、2 つのデータ A, B の度数分布表や箱ひげ図なども表示して比較をすることが可能です。 …④

B 分散と平均値の関係式

前ページで示した分散を表す式を変形してみよう。

$$s^2 = \frac{1}{n} \{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2\}$$

$$= \frac{1}{n} \{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - 2\bar{x}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + n(\bar{x})^2\}$$

5 $= \frac{1}{n} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - 2\bar{x} \cdot \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (\bar{x})^2$

$$= \frac{1}{n} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - (\bar{x})^2$$

変数 x の n 個のデータが x_1, x_2, \dots, x_n のとき、 $x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2$ を変数 x^2 の n 個のデータと考えることにすると、次のことがいえる。

10 $(x \text{ のデータの分散}) = (x^2 \text{ のデータの平均値}) - (x \text{ のデータの平均値})^2$ …①

注意 ▶ 変数 x^2 のデータの平均値を \bar{x}^2 と書くと、①は $s^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2$ と書ける。関係式 ① を用いて、データの分散を求めてみよう。

15 **例 10** 関係式 ① を用いて、前ページの例 9 のデータの分散を求めよ。

x	9	3	4	10	10	5	7	9	10	3	計 70
x^2	81	9	16	100	100	25	49	81	100	9	計 570

$\bar{x} = \frac{1}{10} \times 70 = 7$, $\bar{x}^2 = \frac{1}{10} \times 570 = 57$ である。

よって、分散 s^2 は $s^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = 57 - 7^2 = 8$ 終

11 **練習 11** 次のデータについて、分散、標準偏差を求めよ。
5, 3, 6, 8, 5, 8, 5, 4, 6, 5

20 **Point** 分散を求める方法を例 9 と例 10 で 2 通り扱ったが、分散を求める際は、状況に応じて計算しやすい方を選ばよ。



NEW!

教科書で扱っている分散を求める 2 つの方法の使い分けについて、Point でまとめています。 …②

今回の課程では、統計分野の内容拡充もポイントのひとつです。数学 I では、「データの分析」で「仮説検定の考え方」を扱うことになりました。…①

6 仮説検定の考え方

実際の調査を行う場合、調べたい集団から一部を抜き出して、そのデータから集団全体の状況を推測することがある。ここでは、その推測が妥当かどうかを判断する 1 つの考え方を学ぼう。

A 仮説検定の考え方

ボールペンを製造している会社が、すでに販売しているボールペン A を改良して新製品 B を開発した。B が A よりも書きやすいと思う人が多いかどうかを調査したいと考えたが、すべての消費者を調査するのは不可能である。そこで、無作為に選んだ 30 人に 2 つのボールペン A, B を使ってもらい、どちらが書きやすいと思うかを回答してもらった。その結果、70% にあたる 21 人が B と回答した。この回答のデータから、消費者全体において



[1] B が書きやすいと思う人が多い

と判断してよいだろうか。A が書きやすいと思う人と B が書きやすいと思う人は同じくらいいるが、B が書きやすいと思う人が偶然多く選ばれたのかもしれない。

そこで、[1] の主張に反する次の仮説を立てよう。

[2] A が書きやすいと思う人の割合と、B が書きやすいと思う人の割合は等しい

この仮説が正しいとすると、A, B のどちらの回答の起こる確率も $\frac{1}{2} = 0.5$ である、と考えることができる。この仮説のもとで、30 人中 21 人以上が B と回答する確率がどれくらいかを考察しよう。

社会の形成に参画する姿勢を育めるよう、商品開発調査に関する例を取り上げています。…②

NEW!

硬貨を投げる実験の結果をヒストグラムで表し、「仮説のもとで相対度数 2% という起こりにくいことが起こった」ということがひと目でわかるようにしました。仮説検定は数学 B でも扱われますが、このヒストグラムは、数学 B で正規分布を用いて仮説検定することにもつながる図ですので、数学 I でしっかり見せています。…②

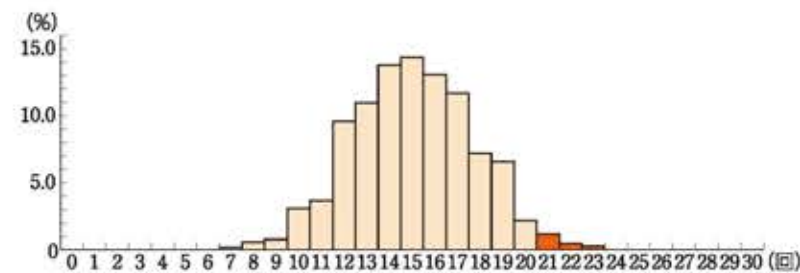
使った実験にあてはめることができる。

実験 公正な 1 枚のコインを 30 回投げることを 1 セットとし、1 セットで表が出た回数を記録する。ここでは、コインの表が出る場合を、B と回答する場合とする。

たとえば、この実験を 1 セット行い、表が出たコインの回数が 13 回であったとすると、B と回答した人数が 13 人であるということである。

この実験を 1000 セット繰り返したところ、次のような結果となった。

表の回数	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	計
度数	2	6	8	31	37	96	110	138	144	131	117	72	66	22	12	5	3	1000



注意 ▶ グラフの縦軸は、表の出た回数ごとの相対度数 (百分率で表示) である。

上の表から、21 回以上表が出たのは 1000 セットのうち $12+5+3=20$ セットであり、相対度数は $\frac{20}{1000} = 0.02$ すなわち 2% である。

つまり、A, B のどちらの回答も同じ確率で起こるとした [2] の仮説のもとでは、21 人以上が B と回答する確率は 2% 程度であると考えられる。

これは見方を変えると、2% 程度という確率の小さいことが起こったのだから、そもそも [2] の仮説が正しい可能性は低いと考えられる。そう考えると、[1] の主張は妥当である、つまり「B が書きやすいと思う人が多い」と判断してよさそうである。

仮説検定で仮説が否定できないからといって、その仮説が正しいと判断できるわけではありません。実際に仮説検定を行う場合、その判断に注意が必要なところですので、丁寧に記述しました。…①

Link **イメージ** 得られたデータをもとに、ある主張が妥当かどうかを判断する、前ページのような手法を **仮説検定** という。

前ページの例では2%を確率が小さいとしたが、仮説検定では基準となる確率をあらかじめ決めておき、それより小さければ確率が小さいと判断する。

Link **補足** ▶ 前ページのコイン投げの実験は、代わりに、コンピュータを使ったシミュレーションを行ってもよい。

例 12 194ページの調査で、30人中19人がBと回答したとする。Bが書きやすいと思う人の方が多いと判断してよいか、基準となる確率を5%として考察してみよう。

前ページのコイン投げの実験結果を利用すると、19回以上表が出る場合の相対度数は

$$\frac{66+22+12+5+3}{1000} = \frac{108}{1000} = 0.108$$

すなわち 10.8%

これは基準の5%より大きいから、仮説[2]は否定できない。

よって、得られたデータからでは、Bが書きやすいと思う人の方が多いとは判断できない。

注意 ▶ 例12について、「仮説[2]が正しい」という判断ができるわけではない。すなわち、「Aが書きやすいと思う人の割合と、Bが書きやすいと思う人の割合は等しい」と判断できるのではなく、「今回の回答の結果からは、Bが書きやすいと思う人の方が多いと判断できるだけの根拠が得られなかった」ということにすぎない。

練習 16 194ページの調査で、30人中20人がBと回答したとする。Bが書きやすいと思う人の方が多いと判断できるか、基準となる確率を5%として考察せよ。

前ページの硬貨を投げるなどの実験を実際にしたい場合は、シミュレーションコンテンツを利用することもできます。…④



1セットのコイン投げの回数

30回

セット数

1000回

表の回数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
度数	0	0	0	0	0	0	0	2	6	19	33
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
	48	91	93	134	139	137	113	70	59	40	
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	計
	10	4	2	0	0	0	0	0	0	0	1000

□ プラックの値をみる

リセット

スタート

印刷

※ 補充問題

1 ある変数 x について次のデータが得られた。

38, 56, 43, 41, 35, 49, 51, 31

ここで、 $x_0 = 40$ として、データの値から x_0 を引いた差を考え、その総和を y とする。

x	38	56	43	41	35	49	51	31	計
$x - x_0$	-2								y

(1) 上の表の空らんをうめよ。

(2) x のデータの値の総和を x_0 と y を用いて表せ。

(3) (2)の結果を用いて、平均値 \bar{x} を求めよ。

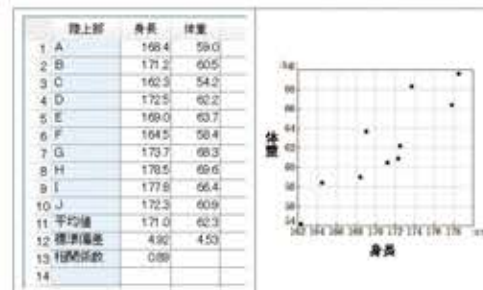
2 5個の値2, 3, a , 8, 12からなるデータの平均値が6であるとき、 a の値を求めよ。また、このデータの分散を求めよ。



Column 表計算ソフトによる分析

193ページの「研究」で述べたように、実社会では、一般に非常に大量のデータを扱います。大量のデータを分析する場合、コンピュータなどの情報機器を用いると便利です。たとえば、数値データの集計や分析に用いられる表計算ソフトでは、与えられたデータの値から平均値、標準偏差、相関係数などを計算したり、箱ひげ図や散布図などを作成したりすることができます。

表計算ソフトを利用して、いろいろなデータについて、上で述べたような値を求めたり図を作成したりしてみましょう。



Link **振り返り** 第5章の振り返り

NEW!

「データの分析」で学習した内容を、簡単に復習・整理することができる「振り返りコンテンツ」をご用意しています。(本冊子 p.5 参照) …④

Link >>>



前ページのグラフからは、1の目が出た割合は、投げた回数が増えるほど $\frac{1}{6} = 0.166\cdots$ に近づいていく様子を読み取れる。この値は、1の目が出るという事柄の起こりやすさの程度を表していると考えられる。

このように、ある事柄が起こることが期待される程度を表す数値を **確率** という。結果が偶然に左右され、前もって結果を知ることができないときでも、ある事柄が起こる確率を計算できる場合がある。

B 試行と事象

「さいころを投げる」とか「くじを引く」などのように、同じ条件のもとで繰り返すことができ、その結果が偶然によって決まる実験や観測を **試行** という。また、試行の結果として起こる事柄を **事象** という。

1個のさいころを投げる試行では、たとえば1の目が出ることを、単に1で表すと、試行の結果全体は、次の集合 U で表すことができる。

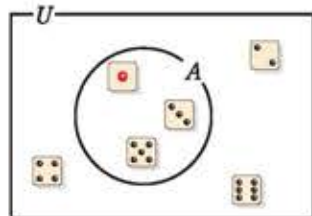
$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

このとき、「奇数の目が出る」という

15 事象 A は、 U の部分集合

$$A = \{1, 3, 5\}$$

で表される。



Link 注意 ▶ 事象は A, B などの文字を用いて表す。

173ページ 試行と事象

このように、1つの試行において、起こりうる結果全体を集合 U で表すとき、その試行におけるどの事象も、 U の部分集合で表すことができる。 U 自身で表される事象を **全事象**、 U のただ1つの要素からなる集合で表される事象を **根元事象** という。

たとえば、1個のさいころを投げる試行の根元事象は、次の6個である。

$$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$$

25 注意 ▶ 今後、事象 A を表す集合も A で表し、事象と集合を区別しない。

日常ではあまり用いられない数学特有の表現について、巻末の「数学のことば」でいくつか取り上げています。本文ではこのように参照をつけています。(本冊子 70, 71 ページ) ...②

Link 例 10

10 10円硬貨1枚と100円硬貨1枚を同時に投げるときの表裏の出方

10円硬貨は表が出て、100円硬貨は裏が出ることを、(オ, ウ)で表すことにすると、起こりうるすべての場合は、次の4通りである。

	100円表	100円裏
10円表		
10円裏		

(オ, オ), (オ, ウ), (ウ, オ), (ウ, ウ)

練習 32

AとBの2人がじゃんけんを1回するとき、2人のグー、チョキ、パーの出方を例10にならってすべて示せ。

C 同様に確からしいときの確率

10 1つの試行において、ある事象 A の起こる確率を $P(A)$ で表す。ここからは、確率を計算で求める方法について考えてみよう。

1個のさいころを投げる試行では、どの目が出ることも同程度に期待できると考える。一般に、ある試行において、どの根元事象が起こることも同程度に期待できるとき、これらの根元事象は **同様に確からしい** という。このような試行で、起こりうるすべての場合の数を N 、事象 A の起こる場合の数を a とするとき、事象 A の起こる確率 $P(A)$ は次のように求められる。

事象 A の起こる確率

$$P(A) = \frac{\text{事象 } A \text{ の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}} = \frac{a}{N}$$

20 注意 ▶ 全事象を U とすると、事象 A の起こる確率は $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$ である。

以下、本書で取り上げる試行では、全事象 U におけるすべての根元事象は同様に確からしいものとする。

Link 資料

173ページ 同様に確からしい

* $P(A)$ の P は、「確率」を意味する英語 probability の頭文字である。また、ある事象 A の起こる確率を、単に **事象 A の確率** ということがある。



NEW!

10円硬貨1枚と100円硬貨1枚を同時に投げるシミュレーションができるコンテンツをご用意しています。...④



表	裏
(表, 表)	(表, 裏)
(裏, 表)	(裏, 裏)



B メネラウスの定理

三角形と直線について、次の **メネラウスの定理** が成り立つ。

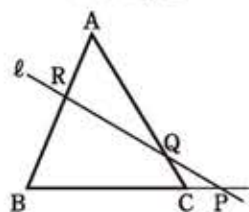


メネラウスの定理

定理7 $\triangle ABC$ の辺 BC , CA , AB またはその延長が、三角形の頂点を通らない直線 ℓ と、それぞれ点 P , Q , R で交わるとき

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

Pが辺BCの延長上にある場合



【定理7の証明】 $\triangle ABC$ の頂点 A を通り、直線 ℓ に平行な直線を引き、直線 BC との交点を D とする。

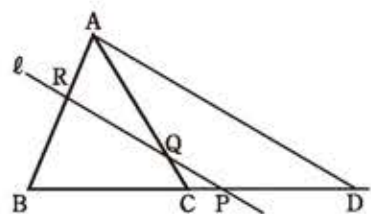
平行線と線分の比の関係から

$$\frac{CQ}{QA} = \frac{CP}{PD}$$

$$\frac{AR}{RB} = \frac{DP}{PB}$$

よって

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = \frac{BP}{PC} \cdot \frac{CP}{PD} \cdot \frac{DP}{PB} = 1$$



深める 定理7における3点 P , Q , R のうち、定理7の横の図では、三角形の辺の延長上にある点は P の1個のみである。一方、3点すべてが三角形の辺の延長上にある場合もある。この場合を図示してみよう。

「深める」では、本文の図とは異なる場合について図示することで、メネラウスの定理についての理解を深めることができます。…②

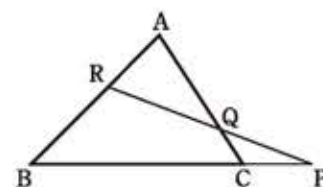
例4 右の図の $\triangle ABC$ において、 $AR:RB=2:3$, $BC:CP=3:1$ であるとき、 $CQ:QA$ を求める。

$\triangle ABC$ と直線 RP にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

よって $\frac{4}{1} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{2}{3} = 1$

$\frac{CQ}{QA} = \frac{3}{8}$ より $CQ:QA=3:8$



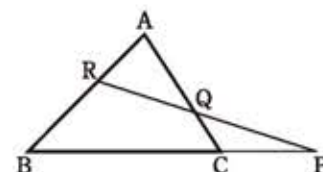
$BP:PC=(3+1):1$



練習11

右の図の $\triangle ABC$ において、 $AR:RB=2:3$, $BC:CP=2:1$ である。次の問いに答えよ。

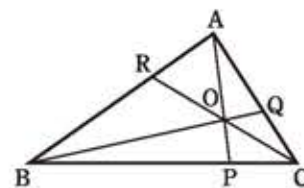
- (1) $CQ:QA$ を求めよ。
- (2) $PQ:QR$ を求めよ。



練習12

右の図の $\triangle ABC$ において、 $AR:RB=1:2$, $AQ:QC=3:2$ である。次の問いに答えよ。

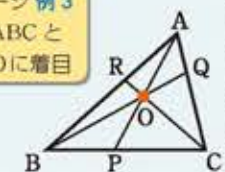
- (1) $BP:PC$ を求めよ。
- (2) $PO:OA$ を求めよ。



Point

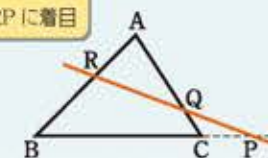
三角形と、三角形の内部の1点がある場合
→ チェバの定理の利用

77ページ例3
→ $\triangle ABC$ と点 O に着目



三角形と、三角形の頂点を通らない1直線がある場合
→ メネラウスの定理の利用

例4 → $\triangle ABC$ と直線 RP に着目



チェバの定理とメネラウスの定理の使い分けについて、「Point」でまとめました。例と対応させることで理解しやすくなるようにしています。…②

NEW!

初版の「数学と人間の活動」は、身の回りの題材を交えながら、整数の本格的な内容を扱っていました。改訂版では、純粋な整数の内容を第1節に、身の回りの題材を第2節に分けて扱いました。第1節だけ扱うと、整数の内容も他の章と同じように扱うことができます。…②

第3章 数学と人間の活動



数学は、「数える」「測る」「遊ぶ」といった人間の活動との関わりの中で作られ発展してきました。ものを数える必要性から数字が生まれ、建築や航海の進路推定などの目的から測量の技術が発展しました。また、数学的な思考が必要とされるゲームやパズルなどの遊びは、文化を生み出す源となりました。

素数は2000年以上前から研究されていて、無限に存在することが知られています。巨大な数がある2つの素数の積で表されるとき、それらの素数を見つけることは困難です。このことは暗号技術に利用されることがあります。

Link 専用HPから関連情報にアクセスすることができます。目印です。



Link この章で学ぶことイメージ

第1節

整数の性質

約数と倍数／素数と素因数分解／最大公約数・最小公倍数
整数の割り算／ユークリッドの互除法／1次不定方程式
 n 進法

第2節

数学と人間の活動

整数の性質と人間の活動／座標の考え方
ゲーム・パズルの中の数学

Warm-up (ウォームアップ)



Link 補充



約数と倍数

- (1) 8の正の約数をすべて求めよ。
- (2) 7の正の倍数のうち、40以下のものをすべて求めよ。

素数

次の数のうち、素数であるものをすべて選べ。

1 2 3 4 6 7 9 13 15 21 29

素因数分解

次の数を素因数分解せよ。

- (1) 30 (2) 34 (3) 45

最大公約数・最小公倍数

- (1) 18と24の最大公約数を求めよ。
- (2) 10と15の最小公倍数を求めよ。

▶ 答えは177ページ

NEW!

整数の既習事項に関連する問題を「Warm-up」およびデジタルコンテンツ(本冊子 p.5 参照)で復習することができます。…④

第1節 整数の性質

1 約数と倍数

自然数 1, 2, 3, …… に、0 と $-1, -2, -3, \dots$ とを合わせて **整数** という。整数には多くの興味深い性質があり、2000 年以上前から研究されてきた。また、私たちの身の回りのものにも、整数の性質が利用されているものがある。第1節では、整数に関するさまざまな性質について学ぼう。これまでは自然数の範囲で約数や倍数を考えたことが多かったが、ここでは、0 や負の整数も含めた整数全体で約数や倍数を考えよう。

A 約数と倍数

- 10 2つの整数 a, b について、
ある整数 k を用いて $a = bk$ と表される
とき、 b は a の **約数** であるといい、 a は b
の **倍数** であるという。

$$a = b \times (\text{整数})$$

b の倍数 a の約数

- たとえば、 $15 = 3 \cdot 5$ であるから、3 は 15 の約数であり、15 は 3 の倍数である。 $a = bk$ のとき、 $a = (-b) \cdot (-k)$ でもあるから、 b が a の約数ならば $-b$ も a の約数である。

注意 ▶ $3 \cdot 5, (-b) \cdot (-k)$ における \cdot は、積を表す記号であり、 \times と同じ意味である。

- 例 1 (1) 6 の約数は、次の 8 個の整数である。

1, 2, 3, 6, $-1, -2, -3, -6$

$$6 = 1 \cdot 6, 6 = 2 \cdot 3$$

- 20 (2) 3 の倍数は、次のような整数である。

…, $-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots$ 終

3 に整数を掛けた数で、無限にある。

例 1 の約数、倍数は、次のように書いてもよい。

- (1) $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ (2) $0, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots$

練習 1 次の問いに答えよ。

- (1) 12 の約数をすべて求めよ。
(2) 6 の正の倍数を小さいものから 5 個求めよ。

例題 1 a, b は整数とする。次のことを証明せよ。

5 a, b が 3 の倍数ならば、 $a + b$ は 3 の倍数である。

証明 a, b は 3 の倍数であるから、整数 k, l を用いて

$$a = 3k, \quad b = 3l$$

と表される。

$$\text{よって} \quad a + b = 3k + 3l = 3(k + l)$$

10 $k + l$ は整数であるから、 $a + b$ は 3 の倍数である。 終

練習 2 a, b は整数とする。次のことを証明せよ。

- (1) a, b が 4 の倍数ならば、 $a - b$ は 4 の倍数である。
(2) $a, a + b$ が 5 の倍数ならば、 b は 5 の倍数である。

一般に、整数 a, b, n について、次のことが成り立つ。

15 a, b が n の倍数ならば、 $a + b, a - b$ は n の倍数である。

B 倍数の判定法

自然数について、一の位が 0 であれば、その数は 10 の倍数であると判定できる。他の倍数の判定法について調べよう。

2 の倍数、5 の倍数は、次のように判定できる。

20 2 の倍数 … 一の位が 0, 2, 4, 6, 8 のいずれかである

5 の倍数 … 一の位が 0, 5 のいずれかである

前ページのことは、次のように説明できる。

自然数 N は、一の位を a とすると、0 以上の整数 k を用いて $N = 10k + a$ と表される。ここで、 $10k = 2 \cdot 5 \cdot k$ であるから、 $10k$ は 2 の倍数であり、5 の倍数でもある。よって、次のことがいえる。

- 5 N が 2 の倍数であるのは、 a が 2 の倍数のときである。
 N が 5 の倍数であるのは、 a が 5 の倍数のときである。

例 2 3 の倍数の判定法、9 の倍数の判定法

3 桁の自然数 N について、百の位が a 、十の位が b 、一の位が c であるとき、 N は $N = 100a + 10b + c$ と表される。

$$N = (99+1)a + (9+1)b + c = 99a + 9b + (a+b+c) \\ = 9(11a+b) + (a+b+c)$$

9(11a+b) は 9 の倍数であり、3 の倍数でもある。

よって、次のことがいえる。

N が 3 の倍数であるのは、 $a+b+c$ が 3 の倍数のときである。

15 N が 9 の倍数であるのは、 $a+b+c$ が 9 の倍数のときである。■

例 2 の判定法は、3 桁以外の自然数にも応用することができる。

よって、3 の倍数、9 の倍数の判定法は、次のようになる。

- 3 の倍数 … 各位の数の和が 3 の倍数である
9 の倍数 … 各位の数の和が 9 の倍数である

20 **練習 3** 次の数が 3 の倍数かどうかを判定せよ。また、9 の倍数かどうかも判定せよ。

- (1) 2517 (2) 73148 (3) 327465

★ **練習 4** 一の位の数がわからない 4 桁の自然数 $123□$ が、5 の倍数であり、3 の倍数でもあるとき、一の位の数を求めよ。

25 約数や倍数が身近で利用されている例を 148 ページで取り上げている。

「等式を満たす整数 x, y の組」の内容は入試を見据えると重要な内容であることから、研究として扱っています。…③

研究 等式を満たす整数 x, y の組

等式 $xy = 5$ を満たす整数 x, y はそれぞれ 5 の約数である。よって、この等式を満たす整数 x, y の組をすべて求めると、次のようになる。

$$(x, y) = (1, 5), (5, 1), (-1, -5), (-5, -1)$$

5 **例 1** 等式 $(x-2)(y+3) = 5$ を満たす整数 x, y の組をすべて求める。

x, y は整数であるから、 $x-2, y+3$ も整数である。

よって

$$(x-2, y+3) = (1, 5), (5, 1), (-1, -5), (-5, -1)$$

したがって

$$(x, y) = (3, 2), (7, -2), (1, -8), (-3, -4) \quad \blacksquare$$

10 x, y の等式が、次の形に変形できるとき、例 1 のようにして、その等式を満たす整数 x, y の組がすべて求められる。

$$(x+a)(y+b) = c \quad (a, b, c \text{ は整数})$$

15 **例 2** 等式 $xy + 4x - y = 6$ を満たす整数 x, y の組をすべて求める。

$$xy + 4x - y = x(y+4) - (y+4) + 4 \\ = (x-1)(y+4) + 4$$

よって、等式は $(x-1)(y+4) + 4 = 6$

すなわち $(x-1)(y+4) = 2$

x, y は整数であるから、 $x-1, y+4$ も整数である。

よって

$$(x-1, y+4) = (1, 2), (2, 1), (-1, -2), (-2, -1)$$

したがって

$$(x, y) = (2, -2), (3, -3), (0, -6), (-1, -5) \quad \blacksquare$$

20 **練習 1** 次の等式を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

- 25 (1) $xy + 4x - 3y = 15$ (2) $xy - 5x - y - 1 = 0$

「合同式」は学習指導要領における数学 A の範囲を超えた内容ですが、適宜授業で扱えるよう、発展として扱っています。 …③

発展 合同式

a, b は整数, m は正の整数とする。

a を m で割ったときの余りと, b を m で割ったときの余りが等しいとき, $a-b$ は m の倍数である。このとき, a と b は m を **法** として

8 **合同** であるという。このことを

$$a \equiv b \pmod{m}$$

と表す。このような式を **合同式** という。

以下では, a, b, c, d は整数, m, k は正の整数とする。

合同式について, 次のことが成り立つ。

10 [1] $a \equiv a \pmod{m}$

[2] $a \equiv b \pmod{m}$ のとき $b \equiv a \pmod{m}$

[3] $a \equiv b \pmod{m}, b \equiv c \pmod{m}$ のとき $a \equiv c \pmod{m}$

$a \equiv c \pmod{m}, b \equiv d \pmod{m}$ のとき


15 **1** $a+b \equiv c+d \pmod{m}$ **2** $a-b \equiv c-d \pmod{m}$

3 $ab \equiv cd \pmod{m}$ **4** $a^k \equiv c^k \pmod{m}$

例 1 5^{100} を 4 で割った余りを求める。

← 前ページの例 1

$5 \equiv 1 \pmod{4}$ であるから $5^{100} \equiv 1^{100} \pmod{4}$

$1^{100} = 1$ であるから, 5^{100} を 4 で割った余りは 1 である。 

例 2 n は整数とする。 n を 5 で割った余りが 3 であるとき, n^4 を 5 で割った余りを求める。

$n \equiv 3 \pmod{5}$ のとき $n^4 \equiv 81 \pmod{5}$

$81 \equiv 1 \pmod{5}$ より $n^4 \equiv 1 \pmod{5}$

よって, n^4 を 5 で割った余りは 1 である。 

5 ユークリッドの互除法

124 ページでは, 2 つの数をそれぞれ素因数分解して最大公約数を求める方法について学んだが, 素因数が大きい場合, 素因数分解は簡単ではない。ここでは, 整数の割り算と余りから最大公約数を求める方法について調べよう。

A ユークリッドの互除法

たとえば, 391, 161 を素因数分解すると

$$391 = 17 \cdot 23$$

$$161 = 7 \cdot 23$$

となるから, 391 と 161 の最大公約数は 23 である。

10 しかし, 実際に 391, 161 を素因数分解するのは, 素因数が大きいので簡単ではない。

素因数分解をせずに, 比較的簡単に最大公約数を求める方法として, 次の定理を用いる方法がある。

自然数 a, b について, a を b で割ったときの余りを r とすると,

a と b の最大公約数は,

b と r の最大公約数に等しい。

a と b の最大公約数
 $a = bq + r$ 等しい
 b と r の最大公約数

このことを 391 と 161 を例にとって, 図を使って考えてみよう。



20 横の長さが 391, 縦の長さが 161 である長方形 ABCD を考える。ここで, 391 と 161 の最大公約数を g とすると, 1 辺の長さが g の正方形が長方形 ABCD を敷き詰めることのできる最も大きい正方形である。

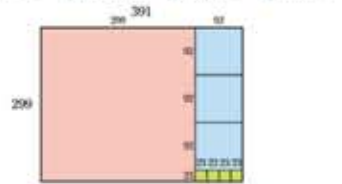


135

長方形に正方形が敷き詰められていく様子が確認できるデジタルコンテンツをご用意しております。 …④



391 と 290 391 と 161 187 と 68 24 と 9



前述の通り、身の回りの題材については、第2節でまとめて取り上げています。第1節の項目ごとにまとまっていますので、取捨選択がしやすくなっています。ここでは、教科書 p.116～118「約数と倍数」に対応した内容として、バーコードについて扱っています。…①

第2節 数学と人間の活動

8 整数の性質と人間の活動

ここでは、第1節で学んだ整数の性質について、身の回りで利用されている例や、数学の歴史との関連などを見てみよう。

A 約数・倍数とバーコードの仕組み

116～118 ページで学んだ約数や倍数が身近で利用されている例を見てみよう。

身近にある商品を見てみると、13桁の数字が並んだバーコードがあるだろう。バーコードにはこの数字の情報が入っているのだが、この数字には実はレジでの読み取りのミス判定する仕組みも備わっている。



練習 29 身近にある商品のバーコードの数字について、次の問いに答えよ。

(1) (左から奇数桁目の数の和)+(左から偶数桁目の数の和) $\times 3$ を求めよ。

(2) 他の人が求めた(1)の値とも比較して、気づいたことをいえ。

バーコードの13桁の数字について

(左から奇数桁目の数の和)+(左から偶数桁目の数の和) $\times 3$ を計算すると、必ず10の倍数になる。左から12桁目までの数字は商品ごとに振られたものであるが、最後の13桁目の数字は上の計算で求めた値が10の倍数になるように振られている。機械で読み取ったときに10の倍数にならなかつたら、読み取りミスがあったと判定するのである。このように約数や倍数が、身の回りでも利用されている。

教科書 p.120～122「素数と素因数分解」に対応した内容としては、暗号およびエラトステネスのふるいについて扱っています。…①

B 素数と人間の活動

120～122 ページで学んだ素数に関連する話題を紹介しよう。

■ 素数と暗号

Link 111468433 は2つの素数の積で表されるが、それをすぐに言える人は少ないだろう。答えは2つの素数 9941, 11213 である。逆に、2つの素数 9941, 11213 の積を計算して 111468433 を得ることは難しくない。

インターネットなどで情報を安全に扱うには暗号技術が欠かせない。その暗号の1つに RSA 暗号というものがある。RSA 暗号では、巨大な数を素数の積に分解することが暗号を解く鍵になっており、その難しさが安全性につながっている。

■ エラトステネスのふるい

Link 素数を探す方法として、古代ギリシャのエラトステネスが考案したとされる「エラトステネスのふるい」という方法がある。右のような表を用いて、次のように探す。

[1] 1は素数でないから、斜線で消す。

[2] 2に○を付けて残す。

2以外の2の倍数を斜線で消す。

[3] ○も斜線も付いていない最小の数3に○を付けて残す。3以外の3の倍数を斜線で消す。

このような作業を続け、○を付けて残した数が素数である。

1	②	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100		

練習 30 上の方法を用いて、100以下の素数を求めよ。




身近なことに関連した問題として、箱を並べたり積み上げたりして立方体を作るということを題材にした問題を扱っています。 …②

章末問題 A

1 次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(1) $\sqrt{140n}$ (2) $\sqrt{\frac{60}{n}}$

2 360 との最小公倍数が 1800 である自然数の個数を求めよ。

5  3 縦の長さが 18 cm, 横の長さが 21 cm, 高さが 28 cm の直方体の箱を、同じ向きにすき間なく並べたり積み上げたりして立方体を作る。
このとき、最低何個の箱が必要か。

4 n は整数とする。次のことを証明せよ。
 $n(n^2+2)$ は 3 の倍数である。

10 5 494, 2243, 3197 のいずれを割っても、余りが 17 となる自然数のうち、最大のものを求めよ。

6 次の方程式の整数解をすべて求めよ。
(1) $33x-14y=1$ (2) $30x+11y=2$

15 7 7 で割ると 3 余り, 5 で割ると 2 余る自然数 n を, 35 で割ったときの余りを求めよ。


8 次の問いに答えよ。
(1) $20212_{(5)}$ を 5 進法で表せ。
(2) $0.011_{(2)}$ を 10 進法で表せ。
(3) 10 進法の数 0.4375 を 2 進法で表せ。

整数に関する重要な問題については、章末問題でしっかりと扱いましたので、他の章と同様、入試に向けてレベルアップすることができます。 …②

章末問題 B

9 1 から 100 までの 100 個の自然数の積 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 100$ を N とする。
(1) 1 から 100 までの自然数のうち, 5 の倍数の個数を求めよ。また, 5^2 の倍数の個数を求めよ。

5 (2) N を素因数分解したとき, 素因数 5 の個数を求めよ。
(3) N を計算すると, 末尾には 0 が連続して何個並ぶか。

10  10 次の(A), (B), (C)を同時に満たす 3 つの自然数 a, b, c の組をすべて求めよ。ただし, $a < b < c$ とする。
(A) a, b, c の最大公約数は 6 である。
(B) b, c の最大公約数は 30, 最小公倍数は 420 である。
(C) a, b の最小公倍数は 180 である。

11 a は自然数とする。次のことを証明せよ。
 a と $a+1$ は互いに素である。

12 n は整数とする。次のことを証明せよ。
15 $n(n+1)(2n+1)$ は 6 の倍数である。

13 所持金 610 円で 1 個 50 円のみかんと 1 個 80 円のりんごを買う。所持金をちょうど使い切るとき, みかんとりんごをそれぞれ何個買えばよいか。

20 14 自然数 N を 3 進法と 5 進法で表すと, ともに 2 桁の数であり, 各位の数の並びが逆になるという。 N を 10 進法で表せ。

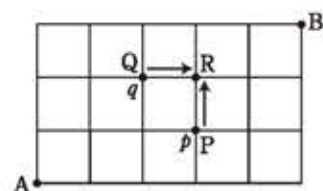
ヒント 9 (3) $10 = 2 \cdot 5$ から, N を素因数分解したときの素因数 2 の個数も調べればよい。

11 $a+1$ を a で割った余りは 1 である。互除法の考え方を利用する。

総合問題

1, 2は第1章, 3, 4は第2章, 5~7は第3章の内容と対応している。

- 1 右の図のような道があるとき、AからBまで遠回りをしていないで行く最短の道順では、途中のRを通るにはその前の交差点PとQのどちらかを通ることになる。

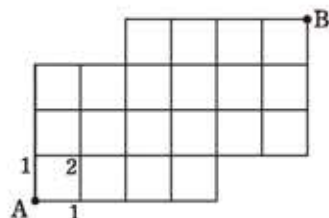


このことから、次のことが成り立つ。

Pまでの道順が p 通り、Qまでの道順が q 通りあれば、

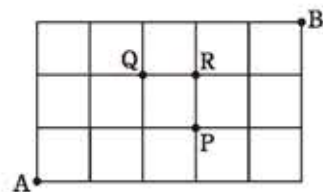
Rまでの道順は $p+q$ 通りある。(*)

- (1) 上の(*)を利用して、右の図のすべての交差点について、そこに至るまでの道順の総数を書き入れよ。



また、AからBまで遠回りをしていないで行く最短の道順の総数を求めよ。

- (2) ${}_n C_3 = {}_n C_2 + {}_n C_1$ が成り立つことを、右の図の交差点P, Q, Rについて、そこに至るまでの道順の総数を考えることにより、説明せよ。

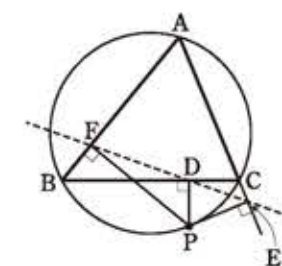


- 2 ある地点Aでは、当日の天気によって、翌日の天気が表のような確率であるとする。地点Aの今日の天気が晴れであるとき、次の問いに答えよ。

		翌日の天気の確率		
		晴	曇	雨
当日の天気	晴	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$
	曇	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$
	雨	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$

- (1) 明日の天気が晴れである確率を求めよ。
 (2) 明日、明後日の少なくとも一方は雨でない確率を求めよ。
 (3) 明日、明後日の2日間がいずれも雨でない確率を求めよ。

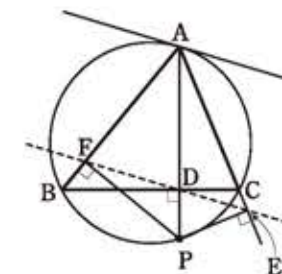
- 3 鋭角三角形ABCの外接円のAを含まない弧BC上に、2点D, Eと異なる点Pをとる。Pから直線BC, CA, ABに下ろした垂線を、それぞれPD, PE, PFとする。



- (1) 点Cと点Eが一致するとき、2点F, Pはそれぞれどのような位置にあるか答えよ。
 以下、 $\angle ABP < 90^\circ$ でPが(1)の位置にない場合を考える。

- (2) 次の4点が、1つの円周上にあることを証明せよ。
 (ア) 4点B, P, D, F (イ) 4点C, D, P, E

- (3) 4点A, B, P, Cは1つの円周上にあるから、 $\angle ABP = \angle PCE$ である。このことと、(2)で示したことを利用して、3点D, E, Fは一直線上にあることを証明せよ。



- (4) 右の図のように、3点A, D, Pが一直線上にあるとき、円の点Aにおける接線は直線EFに平行であることを証明せよ。

「数学のことば」では、日常生活ではあまり用いられない数学特有の表現について、本文に参照を入れて、いくつか取り上げています。数学特有の表現について理解を深めることで、思考力や表現力の育成にも繋げることができます。…②

数学のことば



ここでは、日常生活ではあまり用いられない数学特有の表現について、いくつか取り上げた。答案を書いたり、周囲の人と話し合ったりする場面で活用できるように、理解を深めておこう。

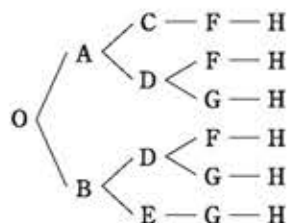
5 かつ、または (←P.9ページ)

「かつ」は「同時に(成り立つ)」、「または」は「少なくとも一方(が成り立つ)」の意味で主に用いられる。日常語の「または」は「パンまたはライス」のようにいずれか一方のみという意味で用いられるのに対して、数学では両方が成り立つ場合も含まれる。



10 もれなく、重複なく (←P.18ページ)

右のような樹形図は、起こりうるすべての場合を「もれなく」かつ「重複なく」数え上げるのに便利である。右の樹形図で表される場合をすべて書き出そうとするときに、「もれがある場合」と「重複がある場合」は、次のような例がある。



もれがある場合
 O→A→C→F→H
 O→A→D→F→H
 O→A→D→G→H
 O→B→D→F→H
 O→B→E→G→H
 O→B→D→G→H
 がもれている。

重複がある場合
 O→A→C→F→H
 O→A→D→F→H
 O→A→D→G→H
 O→A→D→F→H
 O→B→D→F→H
 O→B→D→G→H
 O→B→E→G→H
 重複している。

試行と事象 (←P.40ページ)

日常語の「試行」は「試しに行うこと」の意味で用いられることが多いが、数学では、主に「同じ条件のもとで繰り返すことができ、その結果が偶然によって決まる実験や観測」のことを指す。また、日常語での「事象」は世の中でのきごと全体を指すことが多いが、数学では確率が定められる事柄のみを指す。

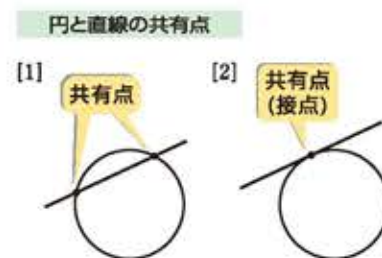
同様に確からしい (←P.41ページ)

1個のさいころを投げて1～6のどの目が出ることも同程度に期待できるとき、すなわちどの目が出る確率も $\frac{1}{6}$ で等しいと考えるとき、それぞれの目が出る事象は「同様に確からしい」といえる。
 10 ここでは、「同様に確からしくない」ような例を見てみよう。たとえば、右のような直方体の消しゴムにおいて、面積が最も大きい面に1と6、2番目に大きい面に2と5、最も小さい面に3と4を記入し、さいころにみたくて投げる。このとき、どの目が出ることも同程度に期待できるだろうか。おそらく、1の目が出る確率、6の目が出る確率が、他の目が出る確率よりも大きいだろう。つまり、それぞれの目が出る事象は同程度に期待できないから、これらの事象は「同様に確からしい」とはいえない。



共有点 (←P.86ページ)

共有点とは、2つの図形に共通な点のことである。たとえば、中学校では「2直線の交点」のように直線と直線が交わる点に対して「交点」という用語を用いてきたが、「2直線の共有点」ともいう。また、直線と曲線では、右の図[2]のような場合(接点)もあり、これも「共有点」である。



NEW!

「数学のことば」で扱っている内容についての説明動画をご用意しています。(本冊子 p.5 参照) …④



交点を通る図形の方程式について、まずは、最も基本的である2直線の場合を研究で扱いました。...③

研究 2直線の交点を通る直線の方程式

2直線 $x+2y-4=0$, $x-y-1=0$ は1点で交わる。その交点Aを通る直線の方程式について、考えてみよう。

2直線の交点Aの座標を (x, y) とすると、 (x, y) は

5 $x+2y-4=0$ かつ $x-y-1=0$

を満たすから、 k を定数とすると、
方程式

$$k(x+2y-4)+(x-y-1)=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

10 も満たす。①を変形すると

$$(k+1)x+(2k-1)y-4k-1=0$$

係数 $k+1$, $2k-1$ は同時に0となることはないから、①は x, y の1次方程式である。したがって、 k がどんな値をとっても、①は2直線 $x+2y-4=0$, $x-y-1=0$ の交点Aを通る直線を表す。ただし、直線 $x+2y-4=0$ は表さない。

このことを利用して、2直線 $x+2y-4=0$, $x-y-1=0$ の交点Aと点 $(0, 3)$ を通る直線の方程式を求めよう。

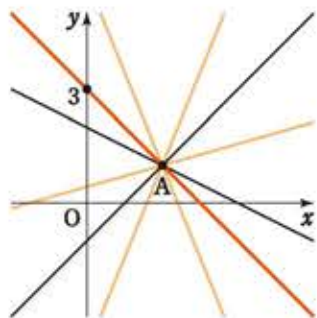
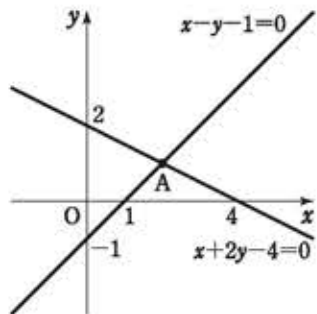
①に $x=0, y=3$ を代入すると

20 $2k-4=0$ よって $k=2$

①に代入して整理すると

$$x+y-3=0$$

これが、求める直線の方程式である。



練習1

2直線 $2x-y+1=0$, $x+y-4=0$ の交点と、点 $(-2, 1)$ を通る直線の方程式を求めよ。

＊ 補充問題

- 1 点 $P(2, 1)$ から $\sqrt{10}$ の距離にある x 軸上の点 Q の座標を求めよ。
- 2 原点 O と点 $A(6, 2)$, $B(2, 4)$ の3点を頂点とする $\triangle OAB$ について、次の問いに答えよ。
 - (1) 3辺の長さを求めよ。
 - (2) $\triangle OAB$ は直角二等辺三角形であることを示せ。
- 3 点 $A(2, 1)$ に関して、点 $B(-2, 3)$ と対称な点 C の座標を求めよ。
- 4 2点 $A(4, 0)$, $B(0, 2)$ について、次の直線の方程式を求めよ。
 - (1) 直線 AB
 - (2) 線分 AB の垂直二等分線

10 Unk 考察

Column
コラム

三角形の垂心

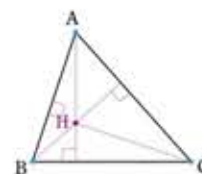
三角形の3つの頂点から、それぞれの向かい合う辺に下ろした3本の垂線は1点で交わることが知られています。この交点を、その三角形の**垂心**といいます。

3点 $O(0, 0)$, $A(2, 3)$, $B(5, 0)$ を頂点とする $\triangle OAB$ の各頂点から、それぞれ向かい合う辺に下ろした3本の垂線について、それぞれの直線を表す方程式を求め、1点で交わることを確かめてみましょう。

Unk 第1節の振り返り



三角形の垂心について、各頂点から垂線が1点で交わることを確認できるデジタルコンテンツを用意しています。...④



「2直線の交点を通る図形」の応用として、「2つの円の交点を通る図形」についても研究で扱いました。授業展開にあわせて、内容を取捨選択できます。 …③

研究 2つの円の交点を通る図形

2つの円 $x^2+y^2-5=0$ ……①, $x^2+y^2-6x-2y+5=0$ ……②
は2点で交わる。その交点をA, Bとする。

ここで, k を定数として, 方程式

$$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0 \quad \dots\dots ③$$

を考える。2点A, Bは円①上にあり、かつ円②上にあるから、 k がどんな値をとっても、③は2つの円①, ②の交点A,

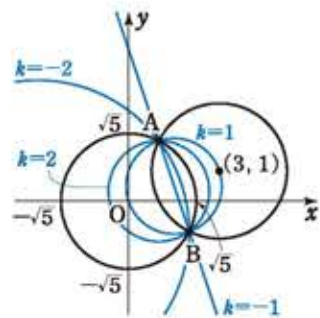
Bを通る図形を表す。

③を整理すると

$$(k+1)x^2+(k+1)y^2-6x-2y-5k+5=0$$

よって, $k \neq -1$ のとき, ③は①, ②の交点を通る円を表し、

$k = -1$ のとき, ③は①, ②の交点を通る直線を表す。



例1 上の円①, ②の2つの交点と, 点(0, 3)を通る円の方程式を求めよう。 k を定数として

$$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0 \quad \dots\dots ③$$

とすると, ③は2つの円の交点を通る図形を表す。

③の表す図形が点(0, 3)を通るから, ③に $x=0, y=3$ を代入

$$\text{して} \quad 4k+8=0$$

$$\text{よって} \quad k=-2$$

これを③に代入して整理すると

$$x^2+y^2+6x+2y-15=0 \quad \text{終}$$

練習1 2つの円 $x^2+y^2-4=0, x^2+y^2-4x+2y-6=0$ の2つの交点と点(1, 2)を通る円の方程式を求めよ。

補充問題

5 3点A(-2, 1), B(1, 4), C(0, 5)を頂点とする△ABCの外接円の半径と, 外心の座標を求めよ。

6 次の円と直線の共有点の個数を求めよ。

5 (1) 円 $x^2+y^2=20$, 直線 $3x-y-10=0$

(2) 円 $x^2+y^2=4$, 直線 $2x-y+5=0$

(3) 円 $(x-1)^2+y^2=2$, 直線 $x+y-3=0$

7 次の問いに答えよ。

10 (1) 円 $x^2+y^2=5$ と直線 $x+3y+c=0$ が共有点をもたないとき, 定数 c の値の範囲を求めよ。

(2) 円 $x^2+y^2=10$ と直線 $y=3x+m$ が接するとき, 定数 m の値と接点の座標を求めよ。

8 次の2つの円の共有点の座標を求めよ。

$$x^2+y^2=5, \quad x^2+y^2-6x-2y+5=0$$

Column $x^2+y^2+lx+my+n=0$ の表す図形

87 ページで学んだように, 円の方程式は, l, m, n を定数として

$$x^2+y^2+lx+my+n=0 \quad \dots\dots ①$$

という方程式で表すことができます。

20 しかし, 方程式①の表す図形が, 常に円になるとは限りません。

次の2つの方程式がどのような図形を表すかを考えてみましょう。

$$x^2+y^2-6x+2y+10=0, \quad x^2+y^2-6x+2y+12=0$$



Unk 振り返り 第2節の振り返り

Unk >>>



97

コラムの文章を図で表したイラストを掲載しています。具体的なイメージがもちやすく, 親しみやすい内容としています。 …②

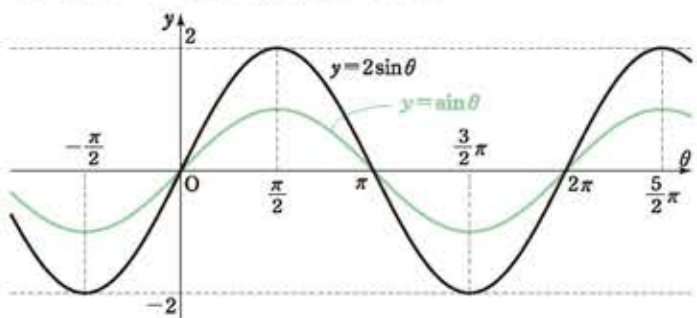
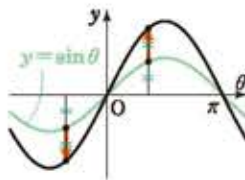
説明部分の図を大きくすることで、上下両方向に拡大していることが理解しやすくなるようにしました。 …②

B いろいろな三角関数のグラフ

$y = \sin \theta$, $y = \cos \theta$, $y = \tan \theta$ のグラフをもとにして、いろいろな三角関数のグラフを考えてみよう。

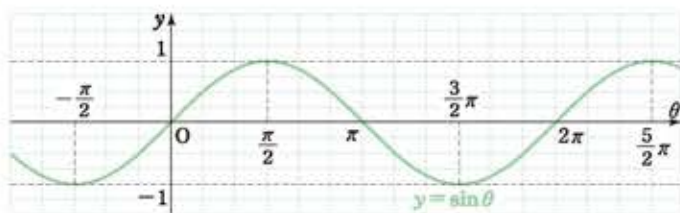
例 4 $y = 2\sin \theta$ のグラフ

このグラフは、 $y = \sin \theta$ のグラフを、 θ 軸をもとにして y 軸方向に 2 倍に拡大したもので、次のようになる。周期は 2π である。



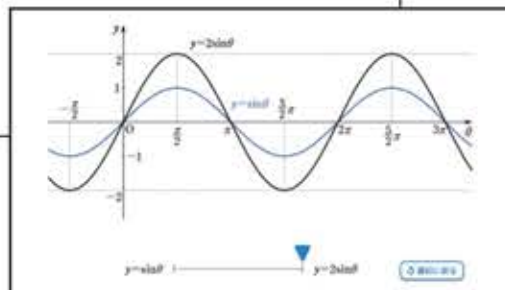
図

練習 13 関数 $y = \frac{1}{2} \sin \theta$ のグラフをかけ。また、その周期を求めよ。



練習 14 次の関数のグラフをかけ。また、その周期を求めよ。

- (1) $y = 2 \cos \theta$ (2) $y = \frac{1}{2} \tan \theta$

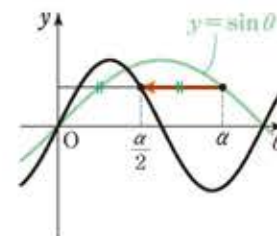


グラフの変化をアニメーションで確認できるデジタルコンテンツを用意しました。 …④

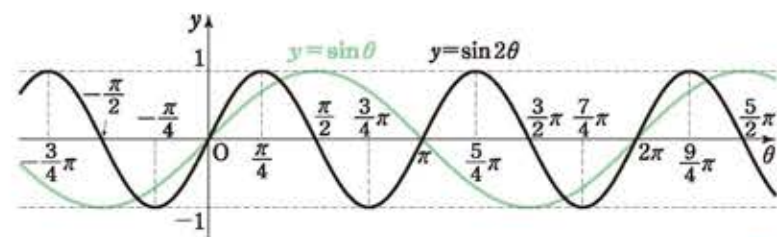


例 5 $y = \sin 2\theta$ のグラフ

$\theta = \frac{\alpha}{2}$ における $\sin 2\theta$ の値と、 $\theta = \alpha$ における $\sin \theta$ の値は等しい。したがって、 $y = \sin 2\theta$ のグラフは、 $y = \sin \theta$ のグラフを、



y 軸をもとにして θ 軸方向に $\frac{1}{2}$ 倍に縮小したもので、次のようになる。周期は $2\pi \times \frac{1}{2} = \pi$ である。



図

三角関数の周期について、一般に、次のことがいえる。

k を正の定数とするとき
 $\sin k\theta$, $\cos k\theta$ の周期はいずれも $\frac{2\pi}{k}$ である。
 $\tan k\theta$ の周期は $\frac{\pi}{k}$ である。

練習 15 次の関数のグラフをかけ。また、その周期を求めよ。

- (1) $y = \cos 2\theta$ (2) $y = \sin \frac{\theta}{2}$ (3) $y = \tan 2\theta$

深める k は正の定数とする。関数 $f(\theta) = \sin k\theta$ の周期が $\frac{2\pi}{k}$ であることを、

$$f\left(\theta + \frac{2\pi}{k}\right) = f(\theta)$$

が成り立つことを示して確かめよう。

Link >>>



「深める」として、三角関数の周期に関する性質を確かめる問題を扱いました。 …②

2 確率変数の期待値と分散

数学Iでは、与えられたデータの分散、標準偏差について学んだ。

また、数学Aでは期待値について学んだ。

ここでは、確率変数 X の期待値、分散、標準偏差について学ぼう。

A 確率変数の期待値

1000本のくじがあり、その賞金および本数は右の表のようになっている。

このくじを1本引くとき、期待できる賞金の額を考えてみよう。

	賞金	本数
1等	10000円	1本
2等	1000円	5本
3等	100円	50本
はずれ	0円	944本
計		1000本

このくじ1000本の賞金の総額は

$$10000 \cdot 1 + 1000 \cdot 5 + 100 \cdot 50 + 0 \cdot 944$$

である。これを、くじの総数で割ると

$$\frac{1}{1000}(10000 \cdot 1 + 1000 \cdot 5 + 100 \cdot 50 + 0 \cdot 944) = 20 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

となる。この値は、くじ1本あたりの賞金額の平均である。すなわち、

くじを1本引くときに期待できる賞金額は20円と考えられる。

このくじを1本引くときに得る賞金を X 円とすると、確率変数 X の確率分布は次の表のようになる。

X	10000	1000	100	0	計
P	$\frac{1}{1000}$	$\frac{5}{1000}$	$\frac{50}{1000}$	$\frac{944}{1000}$	1

ここで、上の等式①は、次のように書き表すこともできる。

$$10000 \cdot \frac{1}{1000} + 1000 \cdot \frac{5}{1000} + 100 \cdot \frac{50}{1000} + 0 \cdot \frac{944}{1000} = 20$$

したがって、この等式の左辺は、賞金の額とそれが当たる確率の積をすべて加えたものになっていることがわかる。

確率変数 X の確率分布が右の表で与えられているとする。このとき

X	x_1	x_2	$\dots\dots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\dots\dots$	p_n	1

$$x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots\dots + x_n p_n = \sum_{k=1}^n x_k p_k$$

を、 X の期待値 または 平均 といい、 $E(X)$ または m で表す。

確率変数の期待値

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots\dots + x_n p_n = \sum_{k=1}^n x_k p_k$$

例1 2枚の硬貨を同時に投げるとき、表が出る硬貨の枚数 X の期待値

X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

よって、 X の期待値 $E(X)$ は

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{2}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1 \quad \text{終}$$

例2 1個のさいころを投げるとき、出る目 X の期待値

X の確率分布は、次の式で表される。

$$P(X=k) = \frac{1}{6} \quad (k=1, 2, \dots\dots, 6)$$

確率分布を式で表すこともある。

よって、 X の期待値 $E(X)$ は

$$E(X) = \sum_{k=1}^6 \left(k \cdot \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 k$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 = \frac{7}{2} \quad \text{終}$$

$\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2} n(n+1)$
(25ページを参照)

Link 補充 練習3 白玉4個と赤玉2個の入った袋から、2個の玉を同時に取り出すとき、出る白玉の個数を X とする。 X の期待値を求めよ。

* 和の記号 Σ については、第1章「数列」の23~26ページを参照のこと。

$E(X)$ の E は、「期待値」を意味する英語 expectation の頭文字である。

また、 m は「平均」を意味する英語 mean の頭文字である。



応用例題 1 では硬貨を投げて表が出た硬貨の金額の和を題材とした問題を扱っています。 …②

練習 11 3つの確率変数 X, Y, Z の確率分布が、
いずれも右の表で与えられるとき、
 $X+Y+Z$ の期待値を求めよ。

変数	0	1	計
確率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

B $aX+bY$ の期待値

5 2つの確率変数 X, Y と定数 a, b について、 $aX+bY$ も確率変数である。前ページの3行目の等式と、54ページの15行目の等式から、次が成り立つことがわかる。

X, Y を確率変数、 a, b を定数とするととき
 $E(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$

$$\begin{aligned} E(aX+bY) &= E(aX) + E(bY) \\ &= aE(X) + bE(Y) \end{aligned}$$

10 **応用例題 1** 500円硬貨1枚と100円硬貨1枚を同時に投げて、表の出た硬貨の金額の和を Z 円とする。 Z の期待値を求めよ。

考え方 表の出た500円硬貨、100円硬貨の枚数を、それぞれ X, Y とすると、 $Z = 500X + 100Y$ と表される。

解答 この試行で、表の出た500円硬貨、100円硬貨の枚数を、それぞれ X, Y とする。

表の枚数	0	1	計
確率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

X, Y の確率分布は、どちらも右の表のようになる。

よって $E(X) = E(Y) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$Z = 500X + 100Y$ であるから、 Z の期待値は

$$\begin{aligned} E(Z) &= E(500X + 100Y) = 500E(X) + 100E(Y) \\ &= 500 \cdot \frac{1}{2} + 100 \cdot \frac{1}{2} = 300 \end{aligned}$$

練習 12 1個のさいころを2回投げて、1回目は出た目の10倍の点、2回目は出た目の5倍の点が得られるとき、得点の期待値を求めよ。

NEW!

「独立な2つの確率変数の積の期待値」の導入は、硬貨を用いた具体的な内容にし、説明も丁寧にしました。 …②

C 独立な2つの確率変数の積の期待値

100円硬貨2枚、10円硬貨2枚を同時に投げ、100円硬貨の表の出る枚数を X 、10円硬貨の表の出る枚数を Y とする。



5 X と Y の確率分布はそれぞれ次の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

Y	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

表から $P(X=1) = \frac{2}{4}, P(Y=1) = \frac{2}{4}$

10 よって $P(X=1) \cdot P(Y=1) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$

ここで、 X, Y を組み合わせた確率分布を考えると、右の表のようになる。表から、 $X=1$ かつ $Y=1$ となる確率は

$$P(X=1, Y=1) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

15 よって

$$\begin{aligned} P(X=1, Y=1) &= P(X=1) \cdot P(Y=1) \end{aligned}$$

同様に考えると、 X のとる値 a と Y のとる値 b に対して、 a, b のとり方に関係なく

20 $P(X=a, Y=b) = P(X=a) \cdot P(Y=b) \dots\dots ①$

が成り立つ。

深める $X=0, 1, 2$ および $Y=0, 1, 2$ それぞれの場合について、実際に $P(X=a, Y=b), P(X=a), P(Y=b)$ を求め、①が成り立つことを確かめよう。

$Y \backslash X$	0	1	2	計
0	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$
1	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{8}{16}$
2	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$
計	$\frac{4}{16}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{4}{16}$	1

このとき $E(X_1) = E(X_2) = \dots = E(X_n) = m$

$\sigma(X_1) = \sigma(X_2) = \dots = \sigma(X_n) = \sigma$

よって $E(\bar{X}) = E\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right)$

$$= \frac{1}{n}\{E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)\} = \frac{1}{n} \cdot nm = m$$

また、復元抽出の場合、 X_1, X_2, \dots, X_n は互いに独立な確率変数であるから

$V(\bar{X}) = V\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right)$

$$= \frac{1}{n^2}\{V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n)\}$$

$$= \frac{1}{n^2} \cdot n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

$V(X_1) = \dots = V(X_n) = \sigma^2$

よって $\sigma(\bar{X}) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\sigma > 0$ に注意

非復元抽出の場合も、標本の大きさ n に比べて母集団の大きさが十分大きいときは、復元抽出と同様に扱ってよいことが知られている。

標本平均の期待値と標準偏差

母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から大きさ n の無作為標本を抽出するとき、その標本平均 \bar{X} の期待値 $E(\bar{X})$ と標準偏差 $\sigma(\bar{X})$ は

$$E(\bar{X}) = m, \quad \sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

142ページ 標本平均の期待値と標準偏差

Unk 資料

例 19 母平均 60、母標準偏差 5 の十分大きい母集団から、大きさ 25 の無作為標本を抽出するとき、その標本平均 \bar{X} について

期待値は $E(\bar{X}) = 60$ 、標準偏差は $\sigma(\bar{X}) = \frac{5}{\sqrt{25}} = \frac{5}{5} = 1$

練習 26 母平均 170、母標準偏差 8 の十分大きい母集団から、大きさ 16 の標本を抽出するとき、その標本平均 \bar{X} の期待値と標準偏差を求めよ。

標本平均の分布が正規分布に近似すること(88ページのまとめの内容)について、85ページ例18の題材を用いて導入しています。標本を大きくすると正規分布に近づいていく様子を、図を用いて丁寧に説明しています。 …②

B 標本平均の分布と正規分布

85ページの例18において、合計100枚のカードからなる母集団から、復元抽出によって大きさ n の無作為標本を抽出するとき、そのカードの数字 X_1, X_2, \dots, X_n における標本平均 $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ の

分布を考えよう。

カードの数字を変数と考えるとき、母集団分布は右の表のようになる。また、母平均 m

変数	1	2	計
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1

は $m = \frac{7}{4}$ 、母標準偏差 σ は $\sigma = \frac{\sqrt{3}}{4}$ である。

$n = 4, 8, 16, 32$ において、 \bar{X} の分布について確率を長方形の面積で表

したヒストグラムと、正規分布 $N\left(\frac{7}{4}, \frac{3}{16n}\right)$ の分布曲線を重ねてかくと

次のようになる。これらの図より、 \bar{X} のとる値は、 n が大きくなると母

平均 $m = \frac{7}{4} (=1.75)$ の近くに集中することがわかる。

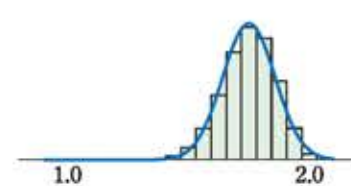
$n=4$



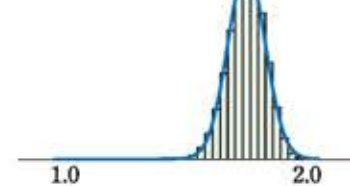
$n=8$



$n=16$



$n=32$



このように、母集団分布に偏りがあっても、 n が大きくなると、 \bar{X} の分布は正規分布に近づいていくと考えられる。

Unk >>>



標本平均 \bar{X} の分布について、次の性質があることが知られている。



標本平均の分布

母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から抽出された大きさ n の無作為標本について、標本平均 \bar{X} は、 n が十分大きいとき、近似的に正規分布 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に従うとみなすことができる。

母集団分布が正規分布のときは、 n が十分大きくなくても、常に \bar{X} は正規分布 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に従うことが知られている。正規分布 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ の標準偏差は $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ であるから、上で述べた標本平均 \bar{X} に対して、 $Z = \frac{\bar{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ は、 n が十分大きいとき、近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

応用例題 3 母平均 50、母標準偏差 20 をもつ母集団から、大きさ 100 の無作為標本を抽出するとき、その標本平均 \bar{X} が 54 より大きい値をとる確率を求めよ。

考え方 \bar{X} は近似的に正規分布 $N\left(50, \frac{20^2}{100}\right)$ に従うことを利用する。

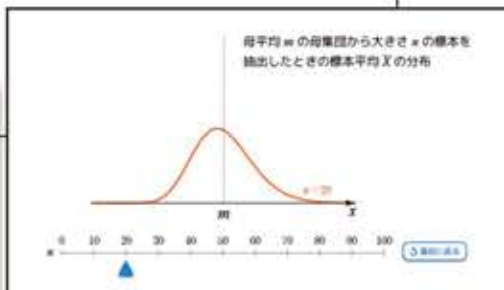
解答 $n = 100$ 、 $\sigma = 20$ より、 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{10} = 2$ である。また、 $m = 50$ であるから、 \bar{X} は近似的に正規分布 $N(50, 2^2)$ に従う。

よって、 $Z = \frac{\bar{X} - 50}{2}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$$\bar{X} = 54 \text{ のとき } Z = \frac{54 - 50}{2} = 2$$

$$\begin{aligned} \text{よって } P(\bar{X} > 54) &= P(Z > 2) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.47725 = 0.02275 \end{aligned}$$

標本平均の分布について、標本の大きさをえることで分布曲線の様子がどのように変化するか確認できるコンテンツを用意しています。母集団分布に偏りがあったとしても、標本を大きくすると正規分布曲線に近づいていく様子を確認することができます。 …④



NEW!

標本比率と正規分布の説明を見直し、改良しました。図も追加し、理解しやすくなるように工夫しています。 …②

練習 27

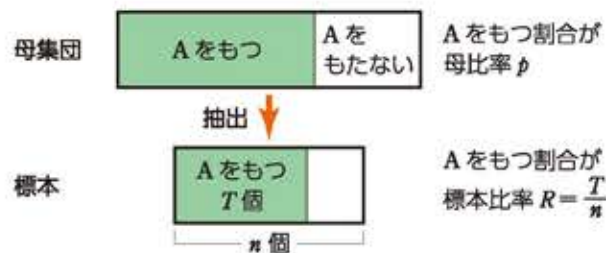
母平均 100、母標準偏差 40 をもつ母集団から、大きさ 400 の無作為標本を抽出するとき、その標本平均 \bar{X} が 98 より小さい値をとる確率を求めよ。

C 標本比率と正規分布

たとえば、ある工場で製造された製品に含まれる不良品の割合を調べる場合のように、母集団においてある 1 つの特性をもつものの割合を調べることがある。このようなときも、正規分布を利用して標本についての確率を求めることができる。

一般に、母集団の中である特性 A をもつものの割合を、その特性 A の **母比率** という。また、抽出された標本の中で特性 A をもつものの割合を特性 A の **標本比率** という。標本比率も標本平均と同様、標本を抽出するという試行の結果によってその値が定まるから、確率変数である。ここでは、標本比率の確率分布について考えよう。

特性 A の母比率が p である十分大きな母集団から、大きさ n の無作為標本を抽出し、そのうち特性 A をもつものの個数を T とする。このとき、標本比率 R は $R = \frac{T}{n}$ で求められる。



Link >>>



数学 I の「データの分析」で学習した仮説検定の考え方とのつながりに配慮し、仮説検定の導入は数学 I と同様、ボールペンの題材を用いて説明しています。(本冊子 48 ページ参照) …②

9 仮説検定

数学 I で学習した仮説検定について、正規分布を利用する方法を学ぼう。

A 仮説検定

- ボールペンを製造している会社が、すでに販売しているボールペン A を改良して新製品 B を開発した。B が A よりも書きやすいと思う人が多いかどうかを調査したいと考えた。そこで、無作為抽出した 100 人に 2 つのボールペン A, B を使ってもらい、どちらが書きやすいと思うか回答してもらった。その結果、100 人中 61 人が B と回答した。この回答のデータから、消費者全体において



[1] B が書きやすいと思う人が多い

と判断してよいだろうか。基準となる確率を 5% として、仮説検定の考え方を考えてみよう。

- ここで、[1] の主張に反する次の仮説を立てる。

[2] A が書きやすいと思う人の割合と、B が書きやすいと思う人の割合は等しい

仮説 [2] が正しいとすると、A, B どちらの回答の起こる確率も

$\frac{1}{2} = 0.5$ である、と考えることができる。仮説 [2] のもとで、100 人中

- 61 人以上が B と回答する確率を求め、それが基準として定めた 5% より小さければ、確率の小さいことが起こったのだから、仮説 [2] が正しい可能性は低く、[1] の主張が妥当であると判断してもよいこととなる。

* 一般に、母集団に関して考えた仮定を **仮説** という。

正規分布を用いて求めた確率を図示し、「帰無仮説のもとで約 1.4% という確率の小さいことが起こった」ということがひと目でわかるようにしました。数学 I で示したヒストグラム(本冊子 49 ページ)と色などもそろえていて、数学 I との繋がりに配慮しています。 …②

この確率を、数学 I ではコイン投げの失敗などを用いて考えたが、こ

考察

こでは、確率分布を用いて考えてみよう。

仮説 [2] のもとでは、100 人中 B と回答する人数 X は、二項分布 $B(100, 0.5)$ に従う確率変数となる。

- 5 確率変数 X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = 100 \times 0.5 = 50, \quad \sigma = \sqrt{100 \times 0.5 \times 0.5} = 5$$

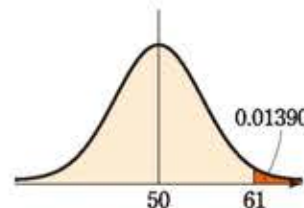
であるから、 X は近似的に正規分布 $N(50, 5^2)$ に従う。 79 ページ参照

よって、 $Z = \frac{X-50}{5}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$X = 61$ のとき $Z = 2.2$ であるから、

- 10 $X \geq 61$ となる確率は

$$\begin{aligned} P(X \geq 61) &= P(Z \geq 2.2) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2.2) \\ &= 0.5 - 0.48610 \\ &= 0.01390 \end{aligned}$$



- 15 すなわち、仮説 [2] のもとでは、 $X \geq 61$ である確率は 1.4% 程度であり、これは基準として定めた確率 5% より小さい。

したがって、仮説 [2] が正しい可能性は低いと考えられる。そう考えると、前ページの [1] の主張は妥当である、つまり B の方が書きやすいと思う人が多いと判断してよさそうである。

- 20 一般に、母集団に関して仮説を立て、標本から得られた結果によって、この仮説が妥当かどうかを判断する方法を **仮説検定** という。

仮説検定において、妥当かどうか判断したい主張 [1] に反する仮定として立てた主張 [2] を **帰無仮説** といい、主張 [1] を **対立仮説** という。

Link

資料

GO → 142 ページ 帰無仮説と対立仮説

- 25 また、上のように、帰無仮説が正しい可能性は低いと判断して採用しないことを、帰無仮説を **棄却する** という。



大学入試での出題状況なども踏まえ、「帰無仮説」、「対立仮説」は本文で扱っています。 …②

帰無仮説を棄却できる場合と棄却できない場合がイメージしやすいよう、図解を入れています。このほかにも、正規分布曲線を用いた図は豊富に掲載し、理解を促す工夫をしています。 …②

前ページの例では、仮説検定によって、

帰無仮説 Aが書きやすいと思う人の割合と、Bが書きやすいと思う人の割合は等しい

が棄却され、

5 対立仮説 Bが書きやすいと思う人の方が多い

が採用されたことになる。

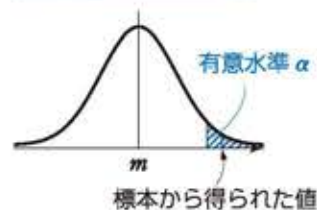
仮説検定では、前ページの5%のように、どの程度小さい確率の事象が起こると仮説を棄却するか、という基準をあらかじめ定めておく。この基準となる確率 α を有意水準ゆういすいじゆん*という。有意水準 α は、5%または

10 1%と定めることが多い。

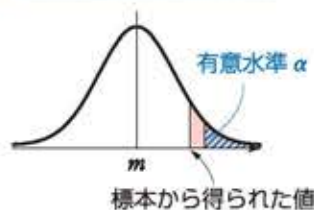
補足 ▶ 有意水準 α で仮説検定を行うことを、「有意水準 α で検定する」ということがある。

求めた確率が有意水準より大きい場合は、帰無仮説を棄却するだけの根拠がこの標本からは得られなかったと考え、「帰無仮説を棄却できない、すなわち対立仮説が正しいとは判断できない」と考える。帰無仮説が棄却できないからと言って、帰無仮説が正しいと判断できるわけではないことに注意が必要である。

帰無仮説を棄却できる



帰無仮説を棄却できない



* 有意水準が5%の場合、実際には正しい帰無仮説を、5%の確率で誤って棄却してしまう危険がある。そのため、有意水準のことを危険率ともいう。

教科書 97,98 ページで説明した内容の定着を図るため、例と練習を用意しました。練習 31 は教科書「改訂版 新編 数学 I」198 ページ章末問題 3 と同じ題材を用いていて、ここでも「繋がりでの理解」を意識しています。 …②

確率分布を用いて、仮説検定をしてみよう。

例 21

ある製菓会社が、従来のケーキAのレシピを改良し、新作のケーキBを開発した。400 人のモニターに2つのケーキを試食してもらったところ、215 人がBの方がおいしいと回答した。このとき、消費者全体において、ケーキBをおいしいと思う人の方が多いと判断してよいか。有意水準5%で検定してみよう。

帰無仮説「Aをおいしいと思う人の割合と、Bをおいしいと思う人の割合は等しい」を立てる。帰無仮説が正しいとすると、400 人中Bと回答する人数 X は、二項分布 $B(400, 0.5)$ に従う。 X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = 400 \times 0.5 = 200, \quad \sigma = \sqrt{400 \times 0.5 \times 0.5} = 10$$

であるから、 X は近似的に正規分布 $N(200, 10^2)$ に従う。

よって、 $Z = \frac{X-200}{10}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$X = 215$ のとき $Z = \frac{215-200}{10} = 1.5$ であるから、 $X \geq 215$ で

$$\begin{aligned} \text{ある確率は } P(X \geq 215) &= P(Z \geq 1.5) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 0.5 - 0.43319 = 0.06681 \end{aligned}$$

これは有意水準5%より大きいから、帰無仮説は棄却できない。よって、ケーキBをおいしいと思う人の方が多いと判断できない。

図

練習 31

ある地域の水道局が、水道水の品質改善に取り組んでいる。

無作為に選んだ地域の住民 900 人に、以前に比べて水道水がおいしくなったと思うかを回答してもらったところ、477 人が以前よりおいしくなったと回答した。この回答のデータから、地域の住民全体において、以前に比べて水道水がおいしくなったと思う住民の方が多いと判断してよいか。有意水準5%で検定せよ。

棄却域を用いた仮説検定についても丁寧に扱っています。
 なお、「片側検定，両側検定」はここで扱っています。 …②

B 仮説検定の棄却域

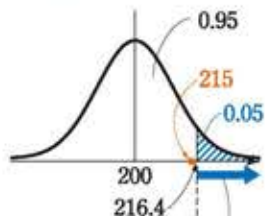
ここまで，仮説検定において，帰無仮説のもとで，確率変数 X について得られた標本の値が実現する確率を求め，それが有意水準よりも小さいかどうかで帰無仮説を棄却するかどうか判断した。

- 5 一方，有意水準をもとに帰無仮説が棄却されるような X の値の範囲を求め，得られた標本の値がその範囲に入るかどうかで帰無仮説を棄却するかどうかを判断することもできる。

一般に，有意水準 α に対して，帰無仮説が棄却されるような確率変数の値の範囲が定まる。この範囲を，有意水準 α の **棄却域** という。

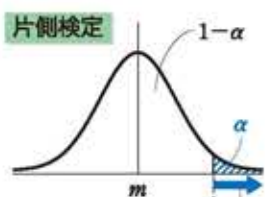
- 10 前ページの例 21 について，正規分布表から $P(Z \geq 1.64) \approx 0.05$ が成り立つ。

$Z \geq 1.64$ から $X \geq 216.4$ であり，これが有意水準 5% の棄却域である。 $X = 215$ は棄却域に入らないから，帰無仮説は棄却されない。



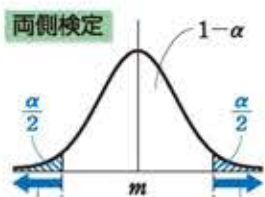
有意水準 5% の棄却域

- 15 例 21 では，「Bをおいしいと思う人の方が多
 いか」について考えたため， X の値は 200 以上
 となることを前提とし，値が大きすぎるときに
 仮説が棄却されるように，棄却域を片側だけにと
 っている。このような検定を **片側検定** とい
 う。



有意水準 α の棄却域

- 20 一方，「Aをおいしいと思う人とBをおい
 しいと思う人の割合に差はあるか」について考え
 る場合， X の値が大きすぎても小さすぎても仮
 説が棄却されるように，棄却域を両側にとると
 よい。このような検定を **両側検定** とい
 う。



有意水準 α の棄却域

NEW!

棄却域を用いた仮説検定についてもしっかりと理解できるように，例と練習を用意
 しました。ここでは，両側検定について扱っています。 …②

棄却域を用いて，仮説検定をしてみよう。

- 例 22 ある 1 枚のコインを 400 回投げたところ，表が 227 回出た。この
 コインは表と裏の出やすさに偏りがあると判断してよいか，有意
 水準 5% で両側検定してみよう。

表が出る確率を p とする。

帰無仮説「コインの表が出る確率と裏が出る確率は等しい」を立てると $p = 0.5$

帰無仮説が正しいとすると，400 回のうち表が出る回数 X は，二
 項分布 $B(400, 0.5)$ に従う。 X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = 400 \times 0.5 = 200, \quad \sigma = \sqrt{400 \times 0.5 \times 0.5} = 10$$

であるから， X は近似的に正規分布 $N(200, 10^2)$ に従う。

よって， $Z = \frac{X-200}{10}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

正規分布表より， $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$ であるから，有意
 水準 5% の棄却域は $Z \leq -1.96, 1.96 \leq Z$

15 $X = 227$ のとき $Z = \frac{227-200}{10} = 2.7$ であり，これは棄却域に入
 るから，帰無仮説は棄却できる。

よって，表と裏の出やすさに偏りがあると判断してよい。 終

Link 補充 32

ある 1 個のさいころを 180 回投げたところ，1 の目が 42 回出た。

このさいころは，1 の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ ではないと判断してよいか。

20 棄却域を用いて，有意水準 5% で両側検定せよ。

深める

例 22 は 99 ページ例 21 のように確率を求める方法でも両側検定できる。
 表が出る回数 X が 227 回のとき以上に偏る，すなわち， X と m の差 $|X-200|$ が
 $|227-200|$ 以上になる確率を求めて両側検定しよう。

NEW!

例 22 を，教科書 99 ページまでで学習した確率を求めて判断する
 方法でも検定を行うことができます。棄却域を求めるときに
 比べ，計算が少し難しくなるため，定着度合いに対応して授業
 で扱うか選択できるよう，「深める」として用意しました。 …②



片側検定についてもしっかりと理解できるように、例と練習を用意しました。
前ページの例 22, 練習 32 とこのページの例 23, 練習 33 を比べながら学習することで、片側検定と両側検定の理解を深めることができます。 …②

例 23

ある種子の発芽率は従来 60% であったが、それを発芽しやすいように品種改良した新しい種子から無作為に 150 個を抽出して種をまいたところ、101 個が発芽した。品種改良によって発芽率が上がったと判断してよいか。棄却域を用いて、有意水準 5% で片側検定してみよう。



品種改良した新しい種子の発芽率を p とする。

帰無仮説「品種改良によって発芽率は上がらなかった」を立てると $p = 0.6$

帰無仮説が正しいとすると、150 個のうち発芽する種子の個数 X は、二項分布 $B(150, 0.6)$ に従う。 X の期待値 m と標準偏差 σ は
 $m = 150 \times 0.6 = 90, \quad \sigma = \sqrt{150 \times 0.6 \times 0.4} = 6$
であるから、 X は近似的に正規分布 $N(90, 6^2)$ に従う。

よって、 $Z = \frac{X-90}{6}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

正規分布表より $P(0 \leq Z \leq 1.64) = 0.45$ であるから、有意水準 5% の棄却域は $Z \geq 1.64$ ← 棄却域は片側にとる。

$X = 101$ のとき $Z = \frac{101-90}{6} = 1.83\cdots$ であり、この値は棄却域に入るから、帰無仮説は棄却できる。

よって、品種改良によって発芽率が上がったと判断してよい。

Link 補充 練習 33 ある種子の発芽率は従来 75% であったが、品種改良した新しい種子から無作為に 300 個を抽出して種をまいたところ、237 個が発芽した。品種改良によって発芽率は上がったと判断してよいか。棄却域を用いて、有意水準 5% で片側検定せよ。

補足 ▶ 仮説検定を行うとき、片側検定を用いるか両側検定を用いるかは検定の前に決めておく。検定の結果を受けて検定方法を変えてはならない。

NEW!

ここまで学習した仮説検定の手順をまとめました。また、単に手順を整理するだけでなく、例 21 ~ 23 はどの方法で仮説検定を行ったか、Point としてまとめています。 …②

■ 仮説検定の手順のまとめ

96 ページ ~ 102 ページで学習した仮説検定の手順をまとめておこう。

これまで、さまざまな仮説検定の方法を学習したが、次の 3 つは仮説検定の方法に関係なく、最初に行うべきことである。

- ・帰無仮説を立てる。
- ・有意水準を定める。
- ・両側検定、片側検定のどちらを用いるかを決定する。

これらを行った上で、仮説検定を行うには、次の 2 つの方法がある。

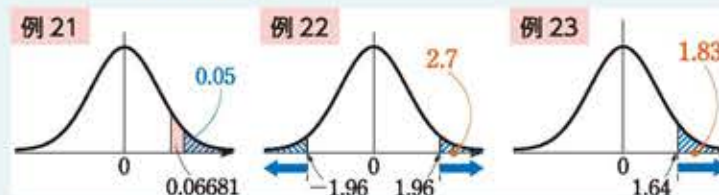
[1] 確率を求めて検定する

- ① 帰無仮説のもとで、確率変数 X について得られた標本の値が実現する確率 p を求める。
- ② ① で求めた p と有意水準 α の大きさを比較し、 $p < \alpha$ であれば、帰無仮説を棄却できる。

[2] 棄却域を求めて検定する

- ① 有意水準 α をもとに帰無仮説が棄却されるような X の値の範囲を求める。
- ② 得られた標本の値が ① で求めた範囲に含まれていれば、帰無仮説を棄却できる。

Point 99 ページ 例 21 → [1] の方法で片側検定を用いている。
101 ページ 例 22 → [2] の方法で両側検定を用いている。
102 ページ 例 23 → [2] の方法で片側検定を用いている。



Link >>>



母平均の仮説検定についても、例題と練習を用意しています。例題7では棄却域を用いて両側検定をしています。教科書101ページと同様、確率を求めて判断する方法も扱えるよう、「深める」を用意しています。…②

C 母平均の仮説検定

ここまで行ってきた仮説検定は母比率について検定するものであった。

仮説検定は、母比率だけでなく、母平均について行うこともできる。

母平均の仮説検定は、標本の大きさ n が十分大きいとき、標本平均が近似的に正規分布に従うことを利用して行う。

例題 7 300 g 入りと表示された塩の袋の山から、無作為に 100 袋を抽出して重さを調べたところ、平均値が 298.8 g であった。母標準偏差が 7.5 g であるとき、1 袋当たりの重さは表示通りでないと判断してよいか。有意水準 5% で両側検定せよ。

解答 帰無仮説「母平均 m について $m = 300$ である」を立てる。

帰無仮説が正しいとすると、重さの標本平均 \bar{X} は、近似的に正規分布 $N\left(300, \frac{7.5^2}{100}\right)$ すなわち $N(300, 0.75^2)$ に従う。

よって、 $Z = \frac{\bar{X} - 300}{0.75}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

正規分布表より、 $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$ であるから、有意水準 5% の棄却域は $Z \leq -1.96, 1.96 \leq Z$

$X = 298.8$ のとき $Z = \frac{298.8 - 300}{0.75} = -1.6$ であり、この値は

棄却域に入らないから、帰無仮説は棄却できない。

よって、1 袋当たりの重さは表示通りでないと判断できない。

練習 34 内容量 300 g と表示されている大量の缶詰から、無作為に 400 個を取り出し、内容量を量ったところ、平均値が 299.3 g、標準偏差が 7.0 g であった。全製品の 1 缶当たりの平均内容量は、表示通りでないと判断してよいか。有意水準 5% で両側検定せよ。

深める 例題7を、 \bar{X} が 298.8 g のとき以上に偏る確率を求めて両側検定しよう。

標本のいろいろな抽出方法について、コラムで紹介しています。抽出を適切に行うことの重要性についても、コラムを通じて学びを深めることができます。…②

※ 補充問題

3 1 個のさいころを 30 回投げて、 k 回目に 1 の目が出たら $X_k = 1$ 、1 以外の目が出たら $X_k = 0$ の値をとる確率変数 X_k を考える。

標本平均 $\bar{X} = \frac{1}{30}(X_1 + X_2 + \dots + X_{30})$ の期待値と標準偏差を求めよ。

4 Z を標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う確率変数とする。 $P(|Z| \leq a) = 0.99$ を満たす最も適切な a の値を、次の ①～④のうちから 1 つ選べ。

① 1.75 ② 1.96 ③ 2.33 ④ 2.58



Column

標本の抽出のいろいろな方法

この節で学んだように、統計的な推測は、標本調査にもとづく推定や仮説検定によって行われます。母集団のもつ性質を標本を通じて推測するわけですから、標本の抽出を適切に行うことは非常に重要になります。標本を抽出する方法にもいくつか種類があります。

■ 層化無作為抽出法

母集団にいくつかの層(たとえば、性別、年代別、職業別など)が含まれる場合に、各層からデータを偏りなく得るために層ごとに無作為抽出する方法を、層化無作為抽出法といいます。層によるばらつきを小さくして観測の精度を上げるなどのねらいがあります。

■ クラスター抽出法

母集団を地域など複数の部分集団(クラスター)に分割し、いくつかの部分集団を抽出して、その集団に対しては全数調査を行う方法を、クラスター抽出法といいます。あらかじめ部分集団ごとの名簿があれば、時間と費用を軽減することができます。

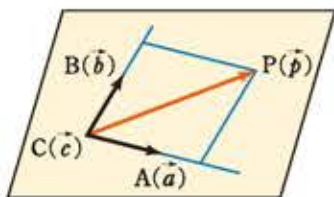
標本調査を行う場合は、どのような抽出方法が適しているかを検討することも大事です。



点Pが平面ABC上にある条件について、教科書64ページの別解の内容を「発展」として入れました。入試でもよく利用される解法です。 …②

発展 点Pが平面ABC上にある条件

Unk 64ページで学んだように、一直線上
考察 ない3点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ の定め
る平面ABC上に点 $P(\vec{p})$ があるとき



$$\vec{CP} = s\vec{CA} + t\vec{CB}$$

となる実数 s, t がただ1組定まる。

$$\text{よって } \vec{p} - \vec{c} = s(\vec{a} - \vec{c}) + t(\vec{b} - \vec{c})$$

$$\text{すなわち } \vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + (1-s-t)\vec{c}$$

逆に、この式を満たす実数 s, t があるとき、点Pは平面ABC上に

ある。 $1-s-t=u$ とおくと、次のことが成り立つ。

一直線上にない3点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ と点 $P(\vec{p})$ について
点Pが平面ABC上にある

$$\Leftrightarrow \vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}, \quad s+t+u=1 \text{ となる実数 } s, t, u \text{ がある}$$

このことを利用して、64ページの応用例題3を解いてみよう。

解答 $\vec{OG} = \vec{OA} + \vec{AD} + \vec{DG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Pは直線OG上にあるから、 $\vec{OP} = k\vec{OG}$ となる実数 k がある。

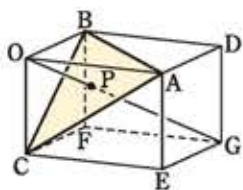
$$\text{よって } \vec{OP} = k(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = k\vec{a} + k\vec{b} + k\vec{c}$$

また、Pは平面ABC上にあるから

$$k+k+k=1$$

これを解くと、 $k = \frac{1}{3}$ であるから

$$\vec{OP} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$$



座標空間については2点間の距離、線分の内分点・外分点の座標、座標平面に平行な面、球の方程式を扱っています。 …③

6 座標空間における図形

座標空間において、2点間の距離、線分の内分点・外分点の座標、座標平面に平行な平面や、球の方程式について調べてみよう。

A 2点間の距離と内分点・外分点の座標

座標空間の2点 $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$ について、A, B間の距離を表す式は、 $AB = |\vec{AB}|$ であることから得られる。

また、線分ABを $m:n$ に内分する点をP, 外分する点をQとすると、

$$\vec{OP} = \frac{n\vec{OA} + m\vec{OB}}{m+n}, \quad \vec{OQ} = \frac{-n\vec{OA} + m\vec{OB}}{m-n} \quad \leftarrow O \text{ は原点}$$

である。以上から、次のことがいえる。

2点 $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$ について

1 A, B間の距離は

$$AB = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

2 線分ABを $m:n$ に内分する点の座標は

$$\left(\frac{na_1 + mb_1}{m+n}, \frac{na_2 + mb_2}{m+n}, \frac{na_3 + mb_3}{m+n} \right)$$

線分ABを $m:n$ に外分する点の座標は

$$\left(\frac{-na_1 + mb_1}{m-n}, \frac{-na_2 + mb_2}{m-n}, \frac{-na_3 + mb_3}{m-n} \right)$$

練習 16 2点 $A(1, 3, -2)$, $B(4, -3, 1)$ について、次のものを求めよ。

(1) 2点A, B間の距離 (2) 線分ABの中点の座標

(3) 線分ABを2:1に内分する点の座標

(4) 線分ABを2:1に外分する点の座標

練習 17 3点 $A(2, -1, 4)$, $B(1, 3, 0)$, $C(3, 1, 2)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心の座標を、原点Oに関する位置ベクトルを利用して求めよ。



教科書 87 ページで学習した複素数の積 (例 5) について、例 6 と関連付けて考える内容を「Point」で示しました。複素数の積と図形との関連について、理解が深まります。 …②

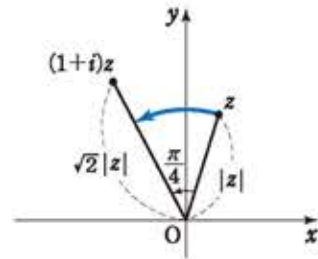
C 複素数の積と図形

2つの複素数 α と z の積 αz について、その絶対値と偏角は、次のようになる。

$$|\alpha z| = |\alpha||z|, \quad \arg \alpha z = \arg \alpha + \arg z \quad \leftarrow 87 \text{ ページの公式 1}$$

5 このことから、複素数の積について、複素数平面上で考えてみよう。

Link イメージ 例 6 $1+i = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ より、点 $(1+i)z$ は、点 z を原点を中心として $\frac{\pi}{4}$ だけ回転し、原点からの距離を $\sqrt{2}$ 倍した点である。 **図**



10 **練習 16** 次の点は、点 z をどのように移動した点であるか。

- (1) $(1+\sqrt{3}i)z$ (2) $(-1+i)z$ (3) $2iz$

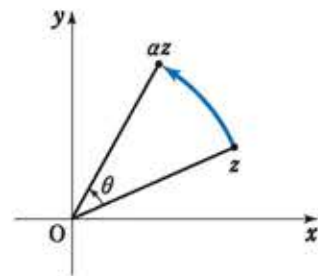
Point 87 ページ例 5 の $\alpha\beta$ を例 6 のように考えると、次のようになる。

$\alpha = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ より、点 $\alpha\beta$ は、点 β を原点を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転し、原点からの距離を 2 倍した点である。

15 絶対値が 1 である複素数 $\alpha = \cos \theta + i \sin \theta$ と複素数 z との積 αz について、次のことがいえる。

原点を中心とする回転

$\alpha = \cos \theta + i \sin \theta$ と z に対して、点 αz は、点 z を原点を中心として θ だけ回転した点である。



特別な場合の点の回転について、図を入れて理解しやすくなるようにしました。…②

とくに、 $i, -i, -1$ を極形式で表すと

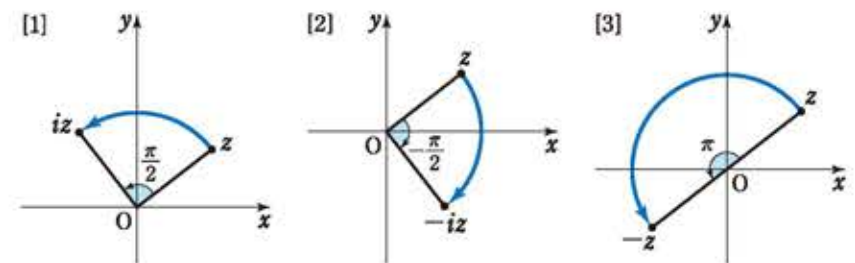
$$i = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2},$$

$$-i = \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right),$$

$$-1 = \cos \pi + i \sin \pi$$

5 であるから、次のことがいえる。

- [1] 点 iz は、点 z を原点を中心として $\frac{\pi}{2}$ だけ回転した点である。
 [2] 点 $-iz$ は、点 z を原点を中心として $-\frac{\pi}{2}$ だけ回転した点である。
 [3] 点 $-z$ は、点 z を原点を中心として π だけ回転した点である。



例題 4 $z = 2-4i$ とする。点 z を原点を中心として $\frac{\pi}{6}$ だけ回転した点を表す複素数 w を求めよ。

解答 $w = \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) (2-4i)$
 $= (\sqrt{3}+2) + (-2\sqrt{3}+1)i$

Link 補充 **練習 17** $z = 4-2i$ とする。点 z を原点を中心として次の角だけ回転した点を表す複素数を求めよ。

- 15 (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{2}{3}\pi$ (3) $-\frac{\pi}{4}$



第5章「数学的な表現の工夫」では、日常の事象や社会の事象などを表現する方法の1つとして行列を扱うことになりました。販売店と色ごとのボールペンの販売数を行列で表すことを題材として扱っています。…②

同じ型の2つの行列 A, B の対応する成分の差を成分とする行列を A と B の **差** といい、 $A-B$ で表す。

たとえば、151ページの2つの行列 A, B はどちらも 3×4 行列であるから、 A と B は同じ型であり、 A と B の差は次のようになる。

$$\begin{aligned} 5 \quad A-B &= \begin{pmatrix} 55 & 61 & 21 & 13 \\ 78 & 64 & 32 & 18 \\ 43 & 45 & 20 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 50 & 52 & 23 & 16 \\ 70 & 64 & 36 & 25 \\ 45 & 41 & 9 & 7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 55-50 & 61-52 & 21-23 & 13-16 \\ 78-70 & 64-64 & 32-36 & 18-25 \\ 43-45 & 45-41 & 20-9 & 9-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & -2 & -3 \\ 8 & 0 & -4 & -7 \\ -2 & 4 & 11 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

A の (i, j) 成分 $- B$ の (i, j) 成分 $= A-B$ の (i, j) 成分

この $A-B$ の各成分は、151ページのそれぞれの店とボールペンについて、4月の販売数と比べて5月の販売数がどれだけ減ったかを表している。

練習6 151ページの各ボールペンの販売数について、4月から5月で最も減ったもの、最も増えたものは、それぞれどの店のどの色のボールペンか。上の $A-B$ を利用して答えよ。

Link 補充 練習7 次の計算をせよ。

$$\begin{aligned} 15 \quad (1) \quad & \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} & (2) \quad & \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -6 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \\ (3) \quad & \begin{pmatrix} 6 & -5 & 2 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 3 & -7 \\ 1 & 8 & 6 \end{pmatrix} & (4) \quad & \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

注意 ▶ 同じ型でない2つの行列については、和、差を定義しない。

行列の内容としては、和と差、実数倍、積を教科書151～158ページで扱っています。…②

C 行列の実数倍

k を実数とするとき、行列 A の各成分の k 倍を成分とする行列を kA で表す。このことを用いて、151ページのそれぞれのボールペンの販売数について、4月と5月の平均値を表す行列を求めてみよう。

5 153ページの $A+B$ の各成分は、4月の販売数と5月の販売数の合計を表しているから、 $A+B$ の各成分を $\frac{1}{2}$ 倍すれば、平均値が求められる。よって、 $P=A+B$ とおくと、求める行列は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}P &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 105 & 113 & 44 & 29 \\ 148 & 128 & 68 & 43 \\ 88 & 86 & 29 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 105 & \frac{1}{2} \cdot 113 & \frac{1}{2} \cdot 44 & \frac{1}{2} \cdot 29 \\ \frac{1}{2} \cdot 148 & \frac{1}{2} \cdot 128 & \frac{1}{2} \cdot 68 & \frac{1}{2} \cdot 43 \\ \frac{1}{2} \cdot 88 & \frac{1}{2} \cdot 86 & \frac{1}{2} \cdot 29 & \frac{1}{2} \cdot 16 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{105}{2} & \frac{113}{2} & 22 & \frac{29}{2} \\ 74 & 64 & 34 & \frac{43}{2} \\ 44 & 43 & \frac{29}{2} & 8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

10 **練習8** 151ページのボールペンの販売数について、6月の販売数を表す行列が $C = \begin{pmatrix} 45 & 50 & 22 & 13 \\ 81 & 73 & 39 & 25 \\ 40 & 40 & 13 & 10 \end{pmatrix}$ のとき、4～6月の平均値を表す行列を求めよ。

Link 補充 練習9 $P = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ のとき、次の行列を求めよ。

(1) $2P$ (2) $\frac{1}{3}P$ (3) $(-2)P$ (4) $(-1)P$

注意 ▶ 行列 kA に対して、 $k=1$ のときは $1A=A$ である。

15 $k=-1$ のとき、すなわち $(-1)A$ は、 $-A$ と書く。

また、 $(-2)A = -(2A)$ が成り立つので、これらを単に $-2A$ と書く。



学びをもっと！深める！広げる 数研のQRコンテンツ

詳細はこちら！



QRコンテンツでも、「学びやすい」「教えやすい」を追求！

紙面のQRコードからご利用いただけます



QRコンテンツの場所には
Linkアイコンを配置

紙面の
QRコードから
タブレットや
スマートフォンで
手軽にアクセス！



上のようなアイコンでコンテンツ
へのリンクが表示されます

NEW!

改訂版の教科書では、見
開きページの右下にQR
コードを入れています。
(本書27ページ参照)

※ネットワーク接続に際し発生する通信料は使用される方のご負担となります。

改訂版教科書のQRコンテンツが、新たな機能を搭載し、より利用しやすくなりました！

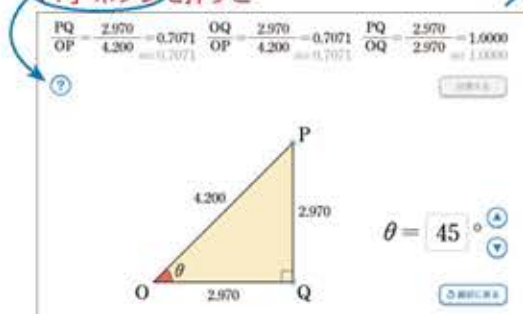
考察コンテンツ

生徒が一人でコンテンツを活用できるよう、改訂版では「？」ボタンから使い方を
確認できるようになりました。

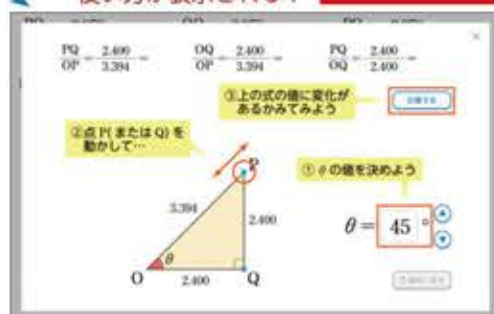
NEW!

おすすめ

「？」ボタンを押すと…



使い方が表示される！



既習事項の確認問題

NEW!

各章の学習を始める前に、既習事項を確認する問題に取り組むことができます(全章に用意)。
自動正誤機能(一部の問題)、豊富な類題、要点を解説する動画を用意しているため、生徒が一人で既
習事項を確認できます。

※5ページでご紹介している「Warm-upコンテンツ」と同じものです。



自動正誤機能

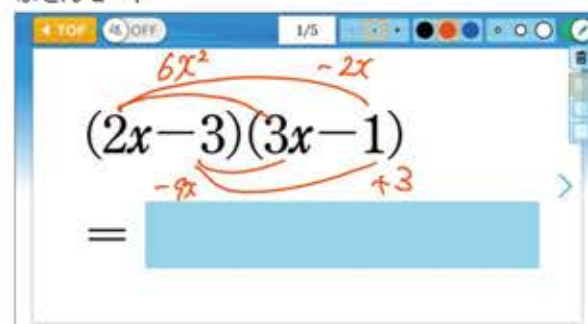


計算カード

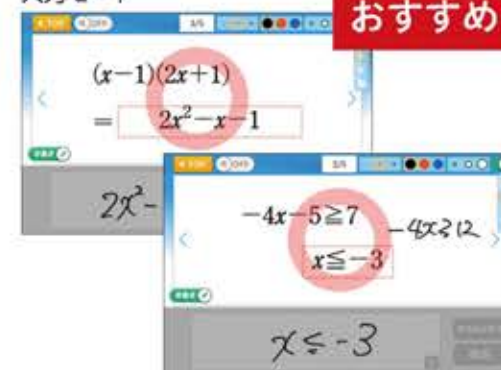
教科書の練習の反復問題を数多く用意しています。

- >> 先生 「ふせんモード」で生徒に答えさせながら演習を進めます。
ペン機能も搭載しているため、問題に書き込みながら解説ができます。
- >> 生徒 「入力モード」で手書きやキーボードで解答しながら進めます。
スキマ時間を使って楽しく反復演習をすることができます。

ふせんモード



入力モード



●QRコンテンツ数

数学 I	数学 A	数学 II	数学 B	数学 C
1758	1669	2074	1456	1449

(注)QRコンテンツ数は、すべてのコンテンツのデータ数(例えば計算カードでは問題数)をあわせたものです。

副教材

教科書傍用問題集

改訂版の教科書傍用問題集は

① 別冊解答編の記述や体裁をブラッシュアップ

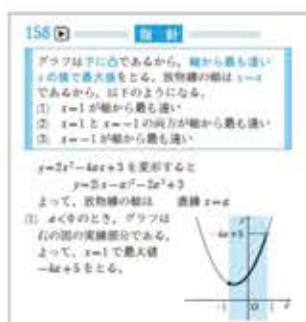
※一部のシリーズで、解答編2色刷としました。→

② 解説動画をさらに充実

※解説動画を用意するシリーズには を付しています。

③ Studyaid デジタル版傍用問題集など デジタル教材も充実

詳細は
こちら! →



改訂版 3TRIAL 数学I 解答編

新編シリーズ対応



3TRIAL
シリーズ

新編シリーズ
に完全準拠

A5判 本冊/2色
別冊詳解 2色



**基本と演習
テーマ
シリーズ**

代表的な問題
をテーマ例題
で整理

A5判 本冊/2色
別冊詳解 1色



**Study-Up
ノート
シリーズ**

3段階で実力
がつく書き込
み式問題集

B5判 本冊/2色
別冊詳解 2色



補助教材

手厚い補助教材でスムーズな学びをサポートします。

短期完成ノート



※数研コンテンツ: 「公式・用語集」コンテンツ
※チャート×ラボ: 授業用スライド

教科書レベルの内容を短期間でスムーズに学習することができる書き込み式問題集(別冊解答付)

データの分析ノート



図形の性質ノート



整数の性質ノート



統計的な推測ノート



●要点を押さえ、短期間で学習を完成できます。

●板書の手間や生徒がノートをとる時間を短縮でき、効率的に授業を進めることができます。

●解説動画(要項、例)、授業用スライドデータ(パワーポイント)、紙面PDF(演示用)をご用意しました。

新入生課題ノート

- 高校数学をスムーズにスタートできる書き込み式問題集(別冊解答, テスト付)
- 採点支援システム(「リアテンド」 「百問繚乱」 「採点ナビ」)に対応した、確認テストの設定ファイルを「チャート×ラボ」からダウンロードできます。

新編 数学I 入門ノート



※数研コンテンツ:
教科書の解説動画

- 教科書の第1章「数と式」の第1節の内容の予習と、中学の全分野の復習ができる入門的な書き込み式問題集。
- 教科書の例・例題に対応した問題の解説動画をご用意しています。書籍に掲載するQRコードからアクセスでき、自学でご活用いただけます。



数学入門シリーズ (中学数学の総復習)



※数研コンテンツ:
解説動画など

高数への準備演習



高数への基礎練習



高校数学へのブリッジ



スタートワーク



- 中学数学の総復習ができ、高校数学を学ぶための万全の準備が可能です。
- レベルや用途に応じて選べるテストペーパーのデータ(StudyaidのPrintファイル)や本冊の答のみのデータを、「チャート×ラボ」からダウンロードできます。
- 4書籍すべてにデジタルコンテンツをご用意しています。書籍に掲載するQRコードからアクセスでき、自学でご活用いただけます。

高数への準備演習	難度の高い問題の解説動画
高数への基礎練習	
高校数学へのブリッジ	例題の解説スライドショー
スタートワーク	要項の解説スライドショー

項目別学習ノート



※数研コンテンツ: 教科書のデジタルコンテンツ
※チャート×ラボ: 教科書の解説動画など

高校数学を項目ごとに学習できる授業用テキスト

『式と証明, 複素数と方程式』『三角関数』『ベクトル』

- 学習内容について丁寧に解説し、基本的な問題から代表的な問題までが解答例とともに示してあります。先取りで自習でき、その分授業時間を短縮できます。
- 設問(問, 練習, 問題, 演習問題)の解答を「チャート×ラボ」からダウンロードできます。



※旧課程用の次の巻も引き続き発行しております。「関数, 極限」(No.22917), 「複素数平面」(No.22947)

授業用ワークブック

教科書準拠 新編 ナビゲーションノート



ノート代わりに最適な授業用書き込み式ワークブックです。

- 教科書「新編シリーズ」の本文の内容を掲載しています。
※節末、章末、巻末、コラムを除く。
- 解説動画(p.111 参照)、授業用スライド(p.116 参照)とともに活用することで、反転授業、リモート授業など、従来とは異なる形態の授業も無理なく行えます。
- リモート授業においても、従来の対面授業と同じように行うことができます。
- 改訂版では、「チャート×ラボ」から穴埋め箇所、練習、深める、理解度チェックの解答データをダウンロードすることができます。

教科書の文章、例、例題は、教科書の紙面を穴埋め形式で掲載。穴埋め箇所は「授業用スライド」(p.116 参照)と同じ内容なので、合わせて使うことでスムーズに授業を進めることができます。

授業で学んだことや気づいたことなどをメモするスペースを、紙面右側に用意しました。

教科書の練習、「深める」は十分な解答スペースを用意しました。

教科書本文 [Link](#) と同じ箇所に QR コードを用意しました。本書紙面の QR コードを読み取って、教科書で利用するコンテンツに直接アクセスできます。

52 第3章 2次関数

第3節 2次方程式と2次不等式 (p.108 ~ p.128)

5 2次方程式

2次関数 $y = x^2 - 2x - 3$ のグラフは、右の図のように x 軸と2点 A, B で交わる。点 A, B の y 座標は0であるから、その x 座標は、2次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ の解である。

2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ と深く関係している。ここでは、まず、2次方程式とその解について学ぼう。

A 因数分解を使う解き方

まず、因数分解を使って2次方程式を解く方法について調べよう。

2次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ を解く。

左辺を因数分解すると $(x+1)(x-3) = 0$ となる。よって $x+1=0$ または $x-3=0$ となる。したがって、解は $x = -1$ または $x = 3$ である。

この解き方は、次が成り立つことを使っている。

2つの実数 A, B について $AB = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ である。

24 次の2次方程式を解け。

(1) $4x + 4 = 0$ (2) $x^2 - 5x + 6 = 0$

以上のことから、2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸の位置関係は、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の判別式 $D = b^2 - 4ac$ の符号によって次のようにまとめられる。

$D = b^2 - 4ac$	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$ のとき (下に凸)			
$a < 0$ のとき (上に凸)			
x 軸との位置関係			

～理解度チェック～

●ここまでで理解したキーワードにチェックを入れよう。
□印する

●次の空欄を埋めよう。
2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが x 軸と共有点をもつとき、共有点の x 座標は、 $y = \square$ となる x の値、すなわち \square である。

92

Note

各単元の末尾に、学習内容の定着度合いを確認する「理解度チェック」を設けました。

「理解度チェック」では、単元で出た重要語句の確認や、教科書の練習とは異なる切り口の発問などを掲載しています。これらはすべて、教科書を読み返すことで答えがわかるような内容となっています。また、「理解度チェック」により、対面授業で行われていたような双方向での理解度の確認を、リモート授業でもスムーズに行うことができます。

各節末にはフリースペースとして、ノート代わりのページを用意しております。節末問題や章末問題を解くときや、教科書に載っていない類題を解くときに使用できます。

1番上の罫線と1番下の罫線についている目印を利用して、好きな幅で段組みを作ることができます。

○ラインアップ

	内容	No.	頁数	税込定価
数学 I (3分冊)	数と式、集合と命題	74370	112 ページ	308
	2次関数	74371	96 ページ	308
	図形と計量、データの分析	74372	112 ページ	308
数学 A (3分冊)	場合の数と確率	74373	112 ページ	308
	図形の性質	74374	72 ページ	308
	数学と人間の活動(整数の性質) [※]	74375	56 ページ	308
数学 II (4分冊)	式と証明、複素数と方程式	74376	未定	未定
	図形と方程式	74377	未定	未定
	三角関数、指数・対数関数	74378	未定	未定
	微分法と積分法	74379	未定	未定
数学 B (2分冊)	数列	74380	未定	未定
	統計的な推測	74381	未定	未定
数学 C (2分冊)	ベクトル	74385	未定	未定
	複素数平面、式と曲線	74386	未定	未定

※第1節「整数の性質」の内容のみ収録し、第2節「数学と人間の活動」の内容は収録しません。

教科書に対する生徒一人一人の疑問を解決!
AIを活用した「新しい学習サポート」



目的別の質問項目

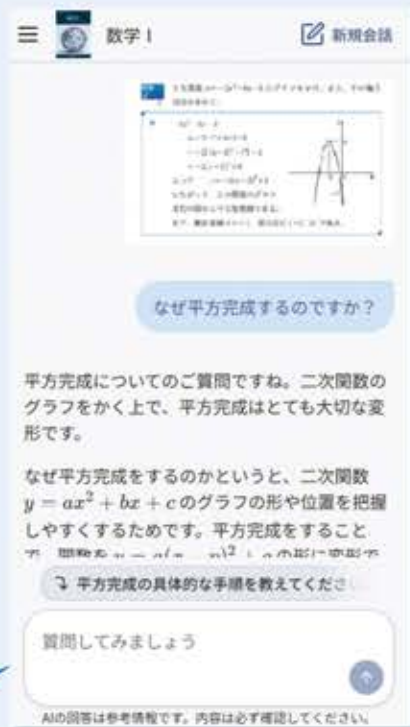
生徒が迷わず学習を進められるよう、目的に合わせた質問項目を用意しました。
「解説して」「添削して」「用語を教えて」を選ぶだけで、最適なAIサポートにアクセスできます。

特長 1 “解説して”



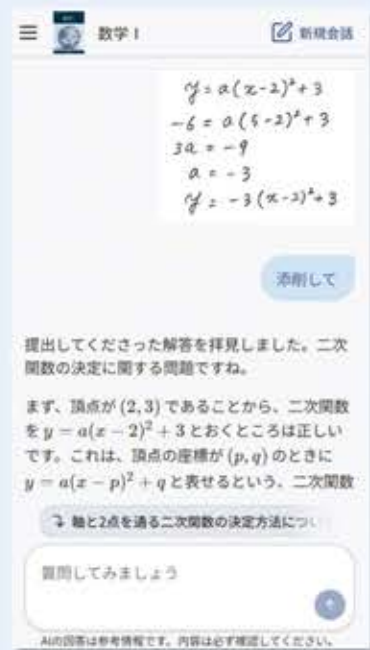
簡単に「ここ」を指定

ページ全体、または一部の範囲を指定して質問すると、その内容を詳しく教えてくれます。
知りたい箇所をそのままAIに伝えられるため、スムーズに質問できます。



特長 2 “添削して”

詳細はこちら!



写真・ファイルをアップロード
写真やファイルをアップロードすると、その答えを添削してくれます。
自分の考えのどこが違うか、すぐに把握できます。

解答利用の制限
教科書に答えが掲載されていない問題については、解答を調べる目的での利用はできません。

「Suken AI ナビ」は教授資料付属!(追加費用なし)

【利用方法】

1. アクセス

「Suken AI ナビ」にアクセスします。
<https://ai.chart.co.jp/qr-to-app.html>




2. ログイン

「初めての方」ボタンを押して、利用規約とプライバシーポリシーの確認後、以下のいずれかの方法でログインします。

- ①メールアドレスで新規登録(初回のみ)
- ②ご利用中のソーシャルアカウントでログイン

3. シリアルナンバーを入力

ログイン後、画面右上のを押して、教授資料記載のシリアルナンバーを入力します。



※令和8年度発行教科書より対応。
商品の写真は最新バージョンのものと一部異なる場合があります。掲載されている仕様は予告なしに変更することがあります。

教授資料

改訂版の教授資料でも、豊富な資料と付属データで授業をサポートします。

POINT

1 授業で役立つ付属データが充実

POINT

2 学習評価やQRコンテンツの利用に役立つ情報を掲載

POINT

3 教科書の解説動画で自学自習をサポート

教授資料の構成

NEW!

教授資料本冊 →112ページ

学習評価サポートブック →114ページ

デジタルコンテンツサポートブック →115ページ

指導用教科書 (1セットに1冊同梱, 別売冊子有) →113ページ

解説動画 (Web配信) →111ページ

NEW! Suken AI ナビ →108, 109ページ

NEW! チャートラボ または DVD 付属データ →117ページ

※教授資料付属のDVD-ROMに収録しているすべてのデータは「チャート×ラボ」からダウンロードすることができます。また、DVD-ROM収録外のデータや、追加・修正が生じた場合の最新データを「チャート×ラボ」にてご用意する場合がございます。「チャート×ラボ」については裏表紙をご参照ください。

※教授資料の発行予定や内容は予告なく変更される可能性があります。

● 教授資料と指導者用デジタル教科書 (教材), Studyaid D.B. とのセット商品

教授資料には「指導者用デジタル教科書 (教材)」(p.122~129) とのセット商品がございます。さらに、新たに

「教授資料」+「指導者用デジタル教科書 (教材)」 **NEW!**
+「チャート式データベース オンライン」+「問題集データベース オンライン」

を1つのセットにした商品をご用意いたします。

・「チャート式データベース」、「問題集データベース」(▶p.120, 121) の問題データとのセット商品です。チャート式は4シリーズ、問題集は12~14シリーズ (科目で異なります) のすべての問題データが利用可能です。

・このセット商品の「チャート式データベース」、「問題集データベース」は **オンライン版のみ**のご用意となります。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。

詳細はこちら! →



教科書の解説動画をご用意しています!

教科書の解説動画は、「教授資料」「指導者用デジタル教科書 (教材)」「学習者用デジタル教科書・教材」のいずれかをご購入いただいた場合に、追加費用なしでご視聴いただけます。

- 自学自習をサポートします。
- 反転学習にも活用できます。
- 対面授業が難しい状況下でも学習が進められます。

サンプルはこちら! →



ご利用のイメージ (教授資料のご購入の場合)



※「指導者用デジタル教科書 (教材)」では、授業中に解説動画を拡大提示することができます。また、「学習者用デジタル教科書・教材」では、画面より解説動画にダイレクトにアクセスして視聴することができます (ただし、商品ライセンスを所持している生徒に限ります)。

解説動画数 (予定)

- 教科書の すべての例・例題・応用例題の解説動画 をご用意しています。
- さらに、教科書の すべての補充問題・章末問題の解説動画 もご用意します。 **NEW!**

数学 I	数学 A	数学 II	数学 B	数学 C
225 本	153 本	310 本	108 本	153 本

● ページ構成は

教科書の縮刷り

+

該当ページの解説・解答

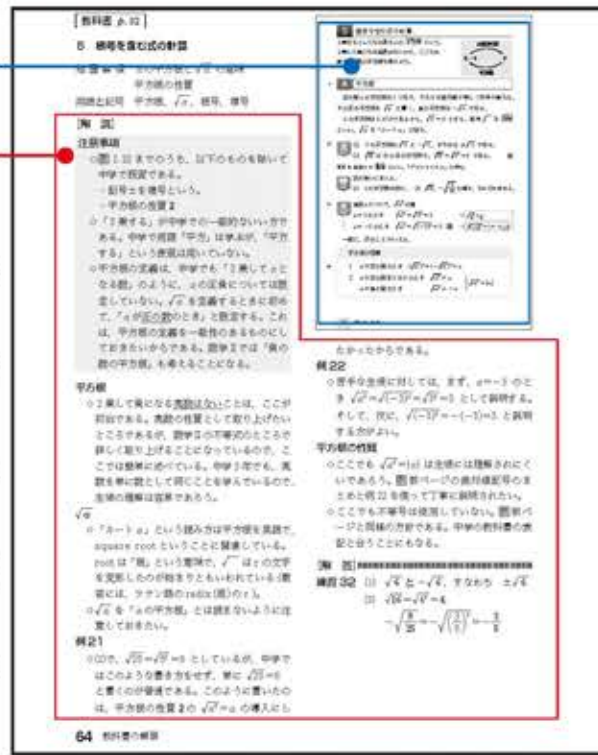
として、見やすい構成になっています。

● 巻末には、教科書の問題の詳しい解答をまとめて掲載しています。解答は、そのまま生徒さんに配布できる書き方にしています。

● 教授資料本冊の紙面のPDFデータをご用意しています。NEW!

● 巻末の詳しい解答のPDFデータもご用意しています。

★「深める」などの要素についても十分な解説を掲載しています。

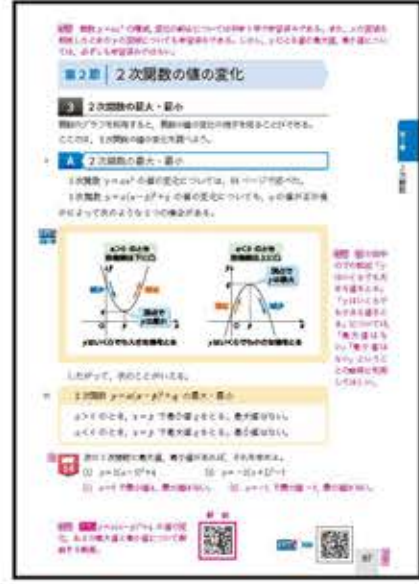


▼ 「深める」の解説

「深める」の解説
● 「深める」の解説
今回の学習指導要領では、数学に關するすべての教科において「知識及び技能の習得」「思考力・判断力・表現力等の育成」「学びに向かう力、人間性の涵養」の育成を期している。また、大学入試改革プロジェクトにおいて、「知識の理解の質を問う問題や思考力・判断力・表現力を問う問題と深くことが求められる問題」が盛り込まれており、思考力・判断力・表現力は、今回の学習指導要領における1つのキーワードとなっている。そこで教科書では、従来の授業から思考力・判断力・表現力を少しずつ養って行くようにするための工夫として、見方を変えて考えさせるなど、内容の理解を深めるための問題「深める」をページ下に掲載している。ここでは、「深める」の授業中の様子を例として、「深める」についての解説を行う。教科書には掲載できなかった「深める」も取り上げているので、参考にしてほしい。

第1章 2次関数
● 深める 2次関数のグラフの傾きと向き
【問題3】 2次関数 y=ax^2 のグラフの傾きと向きは、aの値によってどのように変化するかを説明してみよう。
【解答】 a>0のとき、2次関数のグラフは下に凸の放物線であり、aの値が大きくなるとグラフの傾き具合は小さくなっていく。a<0のとき、2次関数のグラフは上に凸の放物線であり、aの値が大きくなるとグラフの傾き具合は小さくなっていく。したがって、aの絶対値が大きいほどグラフの傾き具合は小さくなる。

- 教科書紙面に「問題の答え」「指導上の注意」を赤字で書き込んだ指導用教科書です。
● 教授資料1セットに指導用教科書1冊が付属しています。指導用教科書のみ購入も可能です。
● 巻末には、節末の補充問題や章末問題、総合問題の詳しい解答をまとめて掲載しています。
★一部の例題には発問例を入れ、状況に応じて利用できるようにしています。



デジタル版指導用教科書

- 「デジタル版指導用教科書」も発行しています。指導用教科書の紙面をタブレット端末などで閲覧できます。



現行の学習指導要領のもとで、先生方が観点別学習状況の評価をする際にヒントとしてお使いいただくための冊子「学習評価サポートブック」をご用意しています。

現行の学習指導要領では、観点別学習状況の評価の観点「知識・技能」、「思考・判断・表現」、「主体的に学習に取り組む態度」の3観点に整理されました。

● 観点別学習状況の評価について、その考え方や評価例に関する参考資料です。

1. 学習指導要領と観点別学習状況の評価
2. ルーブリックとは何か
3. ルーブリックの事例

● 「観点別評価集計ファイル(Excel)」をご用意しています。ペーパーテストの素点やレポート等の評価を入力いただくと、各生徒の観点別評価を自動算出(A, B, Cで算出)します。

● 紙面の PDF データをご用意しています。 **NEW!**

● 「主体的に学習に取り組む態度」などの評価にも役立つ課題例を収録します。課題への取り組みを評価するための「ルーブリック」、教科書との対応や指導方法を記した「指導用資料」をご用意しています。 **NEW!**

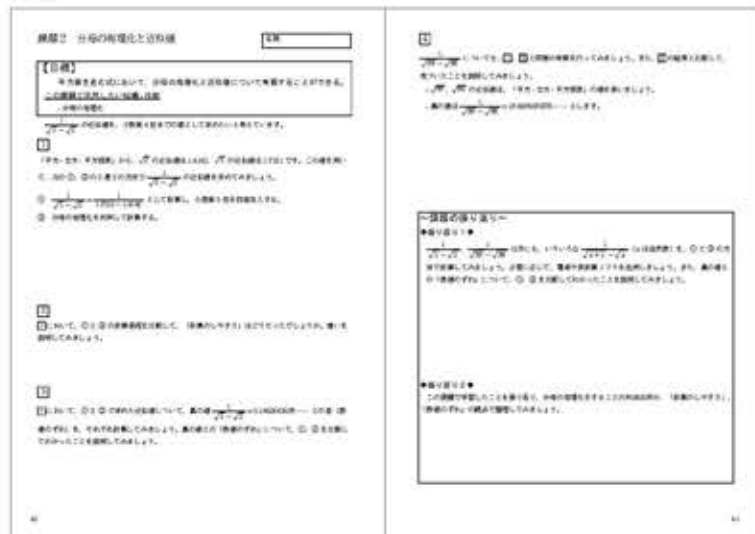


指導用資料

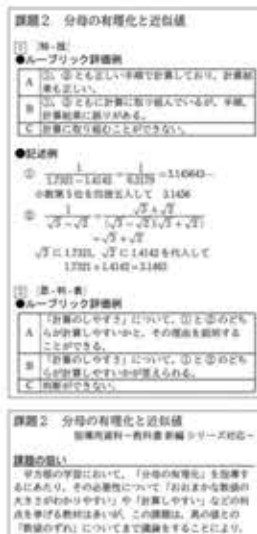
高専可能課題

図 p.20 課題4 学習簿

課題



ルーブリック



指導用資料

高専可能課題

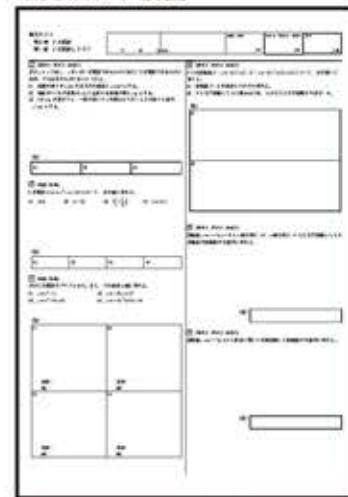
図 p.20 課題4 学習簿

● これまでご用意していたテストに加え、改訂版の教授資料では新たに、「知識・技能」、「思考・判断・表現」の評価に利用できる「単元テスト」をご用意いたしました。 **NEW!**

● 「単元テスト」には「リアテンドント」、「百問繚乱」、「採点ナビ」の3つの採点システムの設定ファイルもご用意いたします。 **NEW!**

● 単元テストの問題を掲載したシラバス・観点別評価規準例もご用意いたします。評価の観点の参考としてご利用いただけます。 **NEW!**

単元テスト紙面



NEW!

デジタルコンテンツに関する参考資料

● 改訂版の教科書では、各ページの **Link** に該当するデジタルコンテンツに対して、その見開きページの右下にあるQRコードから直接アクセスできるようにしています(本書27ページ参照)。

コンテンツを利用した授業をよりスムーズに行えることになったことから、コンテンツを利用した授業のために

「デジタルコンテンツサポートブック」をご用意しています。

● コンテンツの利用方法はもちろんのこと、コンテンツを利用した授業展開のヒント、生徒さんへの発問例など豊富な資料を収録しています。

● 紙面の PDF データもご用意しています。

▼「デジタルコンテンツサポートブック」紙面



- 授業用スライドをパワーポイントデータでご用意しています。
- 授業用スライド (パワーポイントデータ) に音声を挿入するなど、先生が解説動画などを作成する際の素材にもなります。
- 授業用スライドと合わせてお使いいただける授業用プリントもご用意しています。

授業用スライド

3 2次関数の最大・最小 B 2次関数の定義域と最大・最小 (教科書P29)

これまでは2次関数の定義域が実数全体であったが、関数の定義域に制限のある場合についても、最大値、最小値を調べてみよう。

例) 関数 $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の値域と最大値、最小値

この関数のグラフは、右の図の実線部分である。

よって、値域は $[0, 4]$ である。また、 y は $x = 0$ で最小値 0 をとる。 $x = 2$ で最大値 4 をとる。

関数 $y = x^2$ のグラフのうち、 $-1 \leq x \leq 2$ に対応する部分である。

授業用プリント

2次関数の最大・最小 (教科書P29)

例) 関数 $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の値域と最大値、最小値

この関数のグラフは、右の図の実線部分である。

よって、値域は $[0, 4]$ である。また、 y は $x = 0$ で最小値 0 をとる。 $x = 2$ で最大値 4 をとる。

関数 $y = x^2$ のグラフのうち、 $-1 \leq x \leq 2$ に対応する部分である。

- アクティブ・ラーニングの視点を取り入れた授業実践を検討されている先生方に、そのヒントとしていただくため、アクティブ・ラーニング型授業の授業実践例をデータにてご用意しています。
- 各授業実践例は「授業の流れ(解説)」+「プリント例」で構成されています。

授業の流れの解説

第1章 数式の扱い、数式の扱いと式の値

例) 関数 $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の値域と最大値、最小値

この関数のグラフは、右の図の実線部分である。

よって、値域は $[0, 4]$ である。また、 y は $x = 0$ で最小値 0 をとる。 $x = 2$ で最大値 4 をとる。

関数 $y = x^2$ のグラフのうち、 $-1 \leq x \leq 2$ に対応する部分である。

プリント

例) 関数 $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の値域と最大値、最小値

この関数のグラフは、右の図の実線部分である。

よって、値域は $[0, 4]$ である。また、 y は $x = 0$ で最小値 0 をとる。 $x = 2$ で最大値 4 をとる。

関数 $y = x^2$ のグラフのうち、 $-1 \leq x \leq 2$ に対応する部分である。

★「大学入学共通テスト」への対応を意識した授業例、デジタルコンテンツや「深める」などと関連させた授業例も収録しています。

- 教授資料付属データは教授資料本冊のDVD-ROMと「チャート×ラボ」からご利用いただけます。「チャート×ラボ」については裏表紙をご参照ください。
- 「チャート×ラボ」からはすべてのデータをダウンロードできるようにします。 **NEW!**

NEW!	教授資料紙面(※1)	PDF
	授業用スライド	PowerPoint
	授業用プリント	PDF <i>Studyaid</i>
	アクティブ・ラーニング型授業例	PDF <i>Studyaid</i>
NEW!	学習評価課題例(※2)	PDF <i>Studyaid</i>
NEW!	テスト(※3)	PDF
NEW!	Warm-up プリント(※4)	PDF
	教科書紙面(※5)	PDF
	シラバス・観点別評価規準	Word
	観点別評価集計ファイル	Excel
	時間配当表	Excel
	解答一覧	PDF
	統計データ(数学I)	Excel

サンプルはこちら! →



- (※1) 教授資料本冊、学習評価に関する参考資料、デジタルコンテンツに関する参考資料の紙面のPDFデータをご用意しています。
- (※2) 「課題」のほかに取り組みを評価するための「ループリック」、教科書との対応や指導方法を示した「指導用資料」をご用意しています。
- (※3) 「標準テスト」と「単元テスト」をご用意しています。また、「単元テスト」の問題を掲載したシラバス・観点別評価規準例もご用意しています。
- (※4) 教科書の各章の扉にあるWarm-upをプリントにしたものです。
- (※5) 「写真なども含まれたデータ」(閲覧のみ)と、「写真など第三者が著作権をもつものを除いたデータ」の2種類をご用意しています。
- (※注) 各科目のDVD-ROMには、弊社発行の全シリーズ(同科目)のデータを収録しています。

- 教授資料付属データの標準テストに対応した「自己評価アンケート」、アクティブ・ラーニング型授業に対応した「振り返りカード」のGoogleフォームデータをご用意しています。
- ご採用の教授資料の付属データとして、「チャート×ラボ」からのダウンロードによってご利用いただけます。

振り返りカード

本時の目標は達成できましたか、自己評価 (3, 2, 1) してみましょう。

3. 本時の目標を達成し、さらに理解を深めることができた。

2. 本時の目標を達成できたが、さらに理解を深めるにはいたらなかった。

1. 本時の目標が達成できていない。

サンプルはこちら! →



2026年 Studyaid DB は、おかげさまで30周年を迎えます。



『30周年』のその先へ、 ひとつの船に乗って。

2026年 Studyaid D.B. は1996年の発行から30周年を迎えました。
学ぶこと、教えることに寄り添い続けたい一心で歩んできた30年、
ここまで歴史をつなぐことができたのは、
ひとえに皆さまからのご支援のおかげです。
誠にありがとうございます。



日頃の皆さまのご支援への感謝を込めて、
節目の年を記念した特別企画を
たくさんご用意しています。

30周年記念特設サイトでは、
「Studyaid D.B. のこれまでのあゆみ」や「操作解説動画」など、
Studyaid D.B. に関するコンテンツを公開中です！
楽しみながら、より深く Studyaid D.B. の魅力に触れることができます。
この機会にぜひ、30周年記念特設サイトをご覧ください。

特設サイト公開中!

Studyaid DB 30周年記念

各種イベントのご案内など、新しい情報を追加していきます。
今後の情報公開にぜひご期待ください!

- ・これまでのあゆみ
- ・ユーザーインタビュー
- ・Studyaid D.B. クイズ
- ・イベント情報
- ・開発者インタビュー
- ・Studyaid D.B. 機能投票
- ・30周年記念商品
- ・操作解説動画

その他 ...

スタディエイド 30周年



<https://www.chart.co.jp/stdb/30th/>



ブラウザ版新機能

先生からのご要望にお応えするため、進化を続けています。

01 ルビ機能

「プリント全体」または「選択範囲」に、自動でルビを振ることができます。また、手動に切り替えれば細かな調整もできます。収録問題だけでなく、先生が自作された問題にも対応しています。

簡単操作で、
一気にルビを
振ることができます。

漸近線を求めよ。
↓
ぜんぜんもともと
漸近線を求めよ。

02 予測変換機能

入力中の内容と関連性の高い数式が予測変換で表示されるため、入力の手間を減らすことができます。
※予測変換候補は順次改良予定です。

数式を予測変換で
サクッと入力!



Studyaid^{online} 数学シリーズラインアップ



令和9年度発行の数学II、数学III、数学Cに対応した商品のラインアップについては、後記中です。

商品名	収録内容	問題数 ¹⁾	No.	Studyaid ^{online} オンライン		Studyaid ^{online} (DVD-ROM 版)			
				税込価格【教育機関向け】		税込価格【教育機関向け】		オンライン版	購入
				1ライセンス版	構内フリーライセンス版	標準価格	アップグレード価格	利用 ²⁾	方法
中学数学 中学数学 2025 データベース ～日常学習から高校入試へ～ 令和7年改訂版 中学数学 基本問題データベース Light 令和7年改訂版 中学数学 問題集データベース 1・2・3年	● 全国の1005年度公立高校入試問題 ● 私立高校8校の2025年度入試問題 ● 私立高校約60校の2025年度入試問題 ● 小学校の復習問題 ● 補充問題 ● ESビューア 用プレゼンテーションコンテンツ (3学年合計約150題を収録) **	約 3,150 問	99145	15,950 円	29,700 円	34,100 円	17,050 円	○	取扱店様へ
	● 「改訂版 中学数学スタンダード問題集」の3冊 ● 「改訂版 スパイラルアップ中学数学」の3冊 ● 「改訂版 STEP 演習中学数学」の3冊 ● 「改訂版 改訂版 中学数学スタンダードプラス問題集」の3冊 ● 小学校の復習問題 ● ESビューア 用プレゼンテーションコンテンツ (3学年合計約150題を収録) **	約 1,100 問	99319	9,900 円	22,000 円	11,000 円	アップグレード価格がございません。お品物からお品物へのアップグレード後の利用はございません。	×	
	● 「改訂版 中学数学スタンダード問題集」の3冊 ● 「改訂版 スパイラルアップ中学数学」の3冊 ● 「改訂版 STEP 演習中学数学」の3冊 ● 「改訂版 改訂版 中学数学スタンダードプラス問題集」の3冊 ● 小学校の復習問題 ● ESビューア 用プレゼンテーションコンテンツ (3学年合計約150題を収録) **	約 6,800 問	99356	15,950 円	29,700 円	34,100 円	17,050 円	×	
体系数学 改訂版 体系数学1 データベース ～中学数学+α～ 改訂版 体系数学2 データベース ～中学数学+α～ 改訂版 体系数学3、4、5 データベース	● テキスト「改訂版 体系数学1」の2冊 ● 参考書「改訂版 チャート式体系数学1」の2冊 ● 「改訂版 体系問題集 (標準) 1」の2冊 ● 「改訂版 体系問題集 (発展) 1」の2冊 ● ESビューア 用プレゼンテーションコンテンツ (紙面表示、スライドビュー、QRコンテンツ、学習ツール) **	約 3,450 問	99781	19,250 円	35,200 円	38,500 円	19,250 円	×	直接出版へ
	● テキスト「改訂版 体系数学2」の2冊 ● 参考書「改訂版 チャート式体系数学2」の2冊 ● 「改訂版 体系問題集 (標準) 2」の2冊 ● 「改訂版 体系問題集 (発展) 2」の2冊 ● ESビューア 用プレゼンテーションコンテンツ (紙面表示、スライドビュー、QRコンテンツ、学習ツール) **	約 3,200 問	99784	19,250 円	35,200 円	38,500 円	19,250 円	×	
	● テキスト「改訂版 体系数学3、4、5」の4冊 ● 参考書「改訂版 体系問題集3、4、5」の4冊 (テキスト、問題集とも3巻は2分冊) ● ESビューア 用プレゼンテーションコンテンツ (紙面表示、スライドビュー、QRコンテンツ、学習ツール) **	約 5,600 問	99788	18,150 円	35,200 円	38,500 円	19,250 円	○	
受験用 数学入試 2025 データベース 数学受験編 2026 データベース	● 2025 数学入試問題集 (I・II ABC ベクトル、II C 後編) ● 「入試問題集」に収録されていない基本～標準レベルの入試問題 ● 令和7年度大学入学共通テスト ● 新課程大学入学共通テスト試行問題 ● センター試験過去問 (25年分) ● 「新課程オリジナル数学演習 I・II・A・B・C 受験編」 ● 「2026 スタンダード数学演習 I・II・A・B・C 受験編」 ● 「改訂版クリアー数学演習 I・II・A・B・C 受験編」 ● 「改訂版スリム数学演習 I・II・A・B・C 受験編」 ● 「改訂版キートン・トレーニング数学演習 I・II・A・B・C 受験編」 ● 「改訂版シニア数学演習 I・II・A・B・C 受験編」 ● 「改訂版ベシックススタイル数学演習 I・II・A・B・C 受験編」 ● 「新課程オリジナル・スタンダード数学演習 I・C 受験編」 ● 「新課程クリアー数学演習 I・C 受験編」 ● 「新課程ベシックススタイル数学演習 I・C 受験編」 ● 「新課程リンク数学演習 I・A 受験編」 ● 「新課程リンク数学演習 I・A・B・C・C 受験編」 ● 「新課程リンク数学演習 I・B・C 受験編」 ● 「新課程ジュニア数学演習 I・A 受験編」 ● 「新課程 SetUp 数学演習 I・II ABC 基本編受験編」 ● 「新課程 SetUp 数学演習 I・II ABC 標準編受験編」 ● 「2026 数学重要問題集 数学 I・II・III・A・B・C (標準)」 ● 「新課程数学重要問題集 数学 I・II・A・B・C (文系)」 ● 「新課程トライ EX NEO 数学演習 I・A・II・B・C 受験編」 ● 「改訂版ニュースタンダード数学演習 I・A・II・B・C 受験編」 ● 「改訂版ニューコース数学演習 I・A・II・B・C 受験編」 ● 「新課程上級演習 PLAN120」 ● 「新課程標準演習 PLAN100」 ● 「新課程チャート式大学入学共通テスト対策数学 I・A・II・BC」 ● 「新課程思考力・判断力・表現力を鍛える数学 I・A」 ● 「新課程思考力・判断力・表現力を鍛える数学 II・B・C」 ● 令和8年度大学入学共通テスト本試験 ● 令和3～7年度大学入学共通テスト ● 新課程大学入学共通テスト試行問題 ● 大学入学共通テスト試行問題 (第1回、第2回) ● センター試験過去問 (25年分) ● ESビューア 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約 2,200 問	99225	10,450 円	25,300 円	23,100 円	11,000 円	○	
	● 「チャート式 数学 I + A」 ● 「改訂版 チャート式 基礎からの数学 I + A」 ● 「改訂版 チャート式 解法と演習数学 I + A」 ● 「改訂版 チャート式 基礎と演習数学 I + A」 ● ESビューア 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約 3,700 問	99560	14,960 円	29,700 円	31,900 円	15,950 円	○	
参考書 改訂版 チャート式データベース 数学 I + A 総合版 新課程 チャート式データベース 数学 II + B 総合版 新課程 チャート式データベース 数学 III + C 総合版	● 「チャート式 数学 II + B」 ● 「チャート式 基礎からの数学 II + B」 ● 「チャート式 解法と演習数学 II + B」 ● 「チャート式 基礎と演習数学 II + B」 ● ESビューア 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約 3,800 問	99565	15,950 円	29,700 円	31,900 円	15,950 円	×	
	● 「チャート式 数学 II + C」 ● 「チャート式 基礎からの数学 II、C」 ● 「チャート式 解法と演習数学 II、C」 ● 「チャート式 基礎と演習数学 II、C」 ● ESビューア 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約 4,000 問	99575	15,950 円	29,700 円	31,900 円	15,950 円	×	
	● 「改訂版 4STEP 数学」 ● 「改訂版 サクシード 数学」 ● 「改訂版 スタンダード 数学」 ● 「改訂版 CONNECT 数学」 ● 「改訂版 4 プロセス 数学」 ● 「改訂版 クリアー 数学」 ● 「改訂版 REPEAT 数学」 ● 「改訂版 TRIAL 数学」 ● 「改訂版 基本と演習テーマ 数学」 ● 「改訂版 Study-Up ノート 数学」 ● 「改訂版 SOUND 数学」 ● 「改訂版 パラレルノート 数学」 ● 「改訂版 ポイントノート 数学」 ● 「改訂版 新編数学演習 ノート 数学」 ● ESビューア 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約 10,700 問	99690	14,960 円	29,700 円	31,900 円	15,950 円	○	
問題集 改訂版 問題集データベース 数学 I + A 総合版 新課程 問題集データベース 数学 II + B 総合版 新課程 問題集データベース 数学 III + C 総合版 算数・数学基本問題データベース ～小学校・中学校・高校の基本問題～	● 「STEP 数学」 ● 「サクシード 数学」 ● 「スタンダード 数学」 ● 「CONNECT 数学」 ● 「4 プロセス 数学」 ● 「クリアー 数学」 ● 「REPEAT 数学」 ● 「TRIAL 数学」 ● 「基本と演習テーマ 数学」 ● 「Study-Up ノート 数学」 ● 「GROUND 数学」 ● 「パラレルノート 数学」 ● 「ポイントノート 数学」 ● 「新編数学演習 ノート 数学」 (B はありません) ● ESビューア 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約 10,150 問	99589	15,950 円	29,700 円	31,900 円	15,950 円	×	
	● 「STEP 数学」 ● 「サクシード 数学」 ● 「スタンダード 数学」 ● 「CONNECT 数学」 ● 「4 プロセス 数学」 ● 「クリアー 数学」 ● 「REPEAT 数学」 ● 「TRIAL 数学」 ● 「基本と演習テーマ 数学」 ● 「Study-Up ノート 数学」 ● 「GROUND 数学」 ● ESビューア 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約 8,500 問	99595	15,950 円	29,700 円	31,900 円	15,950 円	×	
	● 「改訂版 4STEP 数学」 ● 「改訂版 サクシード 数学」 ● 「改訂版 スタンダード 数学」 ● 「改訂版 CONNECT 数学」 ● 「改訂版 4 プロセス 数学」 ● 「改訂版 クリアー 数学」 ● 「改訂版 REPEAT 数学」 ● 「改訂版 TRIAL 数学」 ● 「改訂版 基本と演習テーマ 数学」 ● 「改訂版 Study-Up ノート 数学」 ● 「改訂版 SOUND 数学」 ● 「改訂版 パラレルノート 数学」 ● 「改訂版 ポイントノート 数学」 ● 「改訂版 新編数学演習 ノート 数学」 ● ESビューア 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約 10,850 問	99133	15,950 円	29,700 円	31,900 円	15,950 円	×	
大学数学 大学微分積分 大学線形代数 大学微分積分 + 線形代数	● 「数研講座シリーズ大学教養微分積分」 ● 「チャート式シリーズ大学教養微分積分」 ● 「数研講座シリーズ大学教養線形代数」 ● 「チャート式シリーズ大学教養線形代数」 ● 「数研講座シリーズ大学教養微分積分」 ● 「数研講座シリーズ大学教養線形代数」 ● 「チャート式シリーズ大学教養微分積分」 ● 「チャート式シリーズ大学教養線形代数」	約 510 問 約 460 問 約 970 問	99978 99979 99980	16,500 円 16,500 円 29,700 円	フリーライセンス版の 販売はございません。	DVD-ROM版の販売はございません。			

● 上記にない商品もございます。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。 ※1 記載されている問題数はオンライン版の問題数です。DVD-ROM版は問題数が異なることがあります。
※2 Studyaid^{online} でもご利用いただける商品です。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。 https://www.chart.co.jp/adb/online/support/dvd.html
※3 DVD-ROM版、オンライン版ともに **ESビューア** のインストール用ディスクは付属してありません。ご利用については、弊社ホームページをご覧ください。 https://www.chart.co.jp/software/overview/use/

【Studyaid^{online} オンライン】

動作環境	デスクトップアプリ版	ブラウザ版	
	OS	Windows 11 ※日本版版のみに対応。 ※Windows 11のSモードには非対応。	OS
ストレージ	システムドライブに2GB以上の空き容量	ブラウザ	Windows : Google Chrome, Microsoft Edge iPadOS, macOS : Safari ChromeOS : Google Chrome
		メモリ	4GB以上

- デスクトップアプリ版、ブラウザ版ともに、インターネット接続が必要です。インターネット接続に際し発生する通信料はお客様のご負担となります。
- Studyaid^{online} には7年間の有効期限があります。ただし、有効期限までに新たに別商品をご購入された場合、その商品の有効期限まで延長してお使いいただけます。

● **ライセンス**
Studyaid^{online} はユーザーライセンスの商品です。1ライセンスにつき1アカウント(1名)がご利用いただけます。構内フリーライセンス版では、同一構内に勤務される方であれば、人数に制限なくご利用いただけます。また、少人数でご利用の場合にお求めやすい「追加ライセンス」もあります。1ライセンス版に「追加ライセンス」を組み合わせることで、必要人数に応じたライセンスを購入できます。

追加ライセンス	税込価格
1ライセンス	3,850円

【Studyaid^{online} (DVD-ROM 版)】

- **アップグレード価格**
Studyaid^{online} 数学シリーズ商品をお持ちの場合は、標準価格の商品と同一のものをアップグレード価格でご購入いただけます。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。
▶ <https://www.chart.co.jp/stdb/upgrade/>
※ アップグレード価格でのご注文の際には、お持ちの商品のシリアルナンバーが必要です。
- **動作環境**
弊社ホームページをご覧ください。
▶ <https://www.chart.co.jp/stdb/setting.html>

● **ライセンス**
Studyaid^{online} は1台のパソコンにのみインストールし、使用することができます。1つの商品を同一構内の複数台のパソコンで使用する場合は、商品の他に追加ライセンス(サイトライセンス)が必要です。

追加ライセンス	税込価格
1ライセンス	4,180円
フリーライセンス	16,500円

DVD-ROM版の購入でオンライン版も使えます! (上表の「オンライン版利用」で「○」が付いている商品) <https://www.chart.co.jp/stdb/online/support/dvd.html>

誰でも簡単に

1つのライセンスで、アプリ版(Windows, iPad)とブラウザ版の両方をご利用いただけます。

基本機能



ペン、マーカー、消しゴム、ふせん、スタンプ、教具などの基本的な機能は、ツールバーから選択して利用できます。

ツールバーの位置は、左、下、右に変更できます。画面サイズによっては、左右に配置することで紙面を大きく投影できます。



スライドビュー

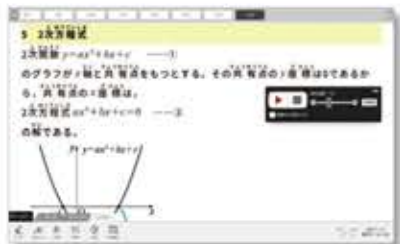
紙面を大きく表示することができます。「投影用」と「学習用」の2種類のスライドビューがあります。 **NEW 詳しくは p.124 へ**



特別支援機能

音声読み上げ、配色設定、総ルビ表示、文字サイズ・書体変更などができます。

※一部教材では、特別支援機能はご利用いただけません。

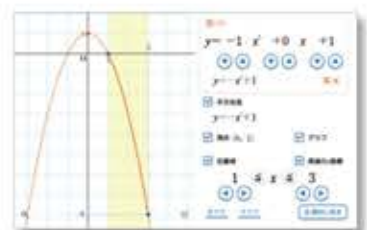


深く学べる

授業や自宅学習に役立つデジタルコンテンツや内容解説動画を豊富に用意しています。

デジタルコンテンツ

授業や自宅学習で活用できるさまざまなアニメーション・動画コンテンツがあります。



QR コンテンツについて 詳しくは p.102 へ

内容解説動画

自宅学習での予習・復習をサポートするための解説動画を用意しています。



※利用時はインターネット接続が必要です。

充実の機能

Esビューアならではの充実した機能で、生徒一人一人の学びを支援します。

教材連携

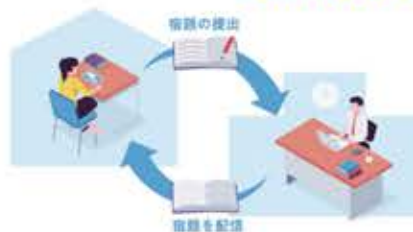
購入済のデジタル教科書／デジタル副教材の間で、スムーズな連携ができます。別教材の該当ページや類問などをすぐに表示できます。



※検定用問題集と受験用問題集の教材連携も可能です。

宿題管理

先生は、生徒のEsビューアへ宿題を配信することができます。宿題の進捗状況や、生徒が提出した宿題の結果・ノートの写真をいつでも確認することができます。 **詳しくは p.125 へ**



学習の記録

生徒は、問題を解いて得た気づきを、ノートの写真やコメントと合わせて学習の記録として残すことができます。



表示制御

先生は、生徒の学習者用デジタル教科書・教材／デジタル副教材に収録されている「答」「詳解」「コンテンツ」について、要素ごとに[見せる／見せない]を設定できます。



演習モード

問題演習に特化した機能です。条件を指定して問題を検索し、学習することができます。間違えた問題や苦手な問題を効率的に復習することもできます。



NEW 詳しくは p.124 へ



ESビューアは進化しています!

機能向上 スライドビュー

▼投影用スライドビュー



投影用スライドビュー



紙面の問題を大きく投影することに適したスライドビューです。

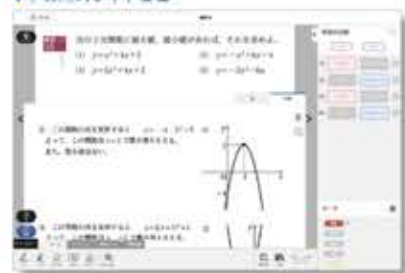
ふせんをめくりながら段階的に解説したり、小問ごとに答・解説を表示したりできます。

※ 2026年3月以降に発売される教材で利用できます。

投影用/学習用スライドビューの変更方法

スライドビュー画面を表示中に
オプションタブ > 設定 > 表示モード

▼学習用スライドビュー



学習用スライドビュー



紙面を問題ごとに表示できる、問題演習に適したスライドビューです。問題と答・解説を同時に表示できます。

また、「学習の記録」を保存することもできます。

新機能 演習モード



①検索



特長1

生徒自身で、複数の教材を横断して問題を検索し、演習を行うことができます。たとえば、複数の教材の中から、『できていない問題』を中心に解き直すことで、学習内容を定着させることができます。

特長2

問題を難易度順に並べ替えたり、学習の記録やマークを一覧で確認したりできるので、一人一人の学習状況に合わせて効率的に学習を進めることができます。

②問題を確認



③徹底的に演習!



※ 2026年3月以降に発売される教材で利用できます。

機能向上 宿題管理



生徒のESビューアへ宿題を配信することができます。

配信できるデータは、「教材の問題」「Studyaidの問題」「PDF」の3種類です。

生徒が提出した宿題の結果を確認し、コメントを書き込んで返却することもできます。

※生徒が利用しているデジタル教科書・教材/デジタル副教材に収録されている問題です。

先生が宿題を配信

生徒が宿題を受信・提出

先生が宿題の結果を確認



宿題の共有

校内の先生が共通で利用できる「共有グループ」にも宿題の配信ができるようになりました。これにより、先生どうして宿題を共有できます。



新機能 Studyaidオンラインの問題検索※1

『オリジナル教材(※2)』や『宿題管理』において、Studyaidオンラインの問題を検索できるようになりました。

これまでは、事前にStudyaidで作成したプリントを利用する必要がありましたが、ESビューア上からStudyaidオンラインの検索画面を直接起動し、その場で問題を選択できるようになりました。

よりスムーズに問題表示や宿題配信を行うことができます。

①検索画面を起動 ②問題を検索・選択(※3) ③選択した問題を表示/配信



※1 学校の先生・教育委員会の方向向けの機能です。

※2 『オリジナル教材』は、Studyaidで作成したプリントファイル、PDF、画像などの先生オリジナルの教材を開くことができる機能です。

※3 検索できるのは、お持ちのStudyaidオンライン 商品の問題のみです。Studyaid (DVD-ROM 版) 商品の問題は検索できません。

体験版はこちら!



数学 デジタル教科書／デジタル副教材 ラインアップ

【補足：利用期間（教科書使用期間・書籍使用期間）について】
「デジタル教科書／デジタル副教材」は販売終了後、一定の利用期間の後に配信を停止いたします。
配信停止後はオンラインでの利用が不可となりますのでご注意ください。
各商品の利用期間（配信期限）の最新情報は、弊社ホームページ（<https://www.chart.co.jp/software/lineup/expiry/>）をご覧ください。

デジタル教科書／デジタル副教材は **ESビューア** にてご利用いただけます。

改訂版 デジタル教科書（令和8年度以降用）／改訂版 デジタル副教材

指導者用デジタル教科書（教材） **StudyPrint** プリント作成システムが搭載しています！ DVD-ROM版／オンライン版のどちらも利用可能。

電子黒板などで教科書紙面やコンテンツを拡大して提示する、先生用の教材です。

StudyPrint プリント作成システムには、教科書掲載問題のデータを搭載。

商品名	収録書籍	No.	価格(税込)	データサイズ	発売日
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学Ⅰ	「数学」シリーズ 「NEXT」シリーズ	54266	各 38,500 円	約 4.5GB	販売中
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学A		54270			
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学Ⅱ	「高等学校」シリーズ 「新編」シリーズ	54274	未定	未定	2027年 3月発売予定
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学B	「最新」シリーズ	54278			
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学C	「新 高校の数学」シリーズ※1	54286			

■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：校内フリーライセンス ■購入方法：教科書取扱書店様へ ■納品物：アプリ版インストール用 DVD-ROM ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタル コンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制限
○	○※2	○	○	○	○	—※3	—※3

※1「新 高校の数学」シリーズに数学Cはありません。
※2「投影用スライドビュー」「学習用スライドビュー」を自由に切り替えてご利用いただけます。
※3「学習者用デジタル教科書・教材」または「学習者用デジタル副教材」ご採用時に利用可能な機能です。

デジタル版 指導用教科書

「指導用教科書」の内容をデジタル化したものです。指導用教科書の紙面を、**ESビューア**にてご利用いただけます。

※各シリーズ、数学Ⅱ、数学B、数学Cは2027年3月発売予定です。

シリーズ	No.	価格(税込)
数学シリーズ	(数学Ⅰ) 54401 (数学A) 54402 (数学Ⅱ) 54403 (数学B) 54404 (数学C) 54406	（数学Ⅰ・数学A） 各 1,870 円 （数学Ⅱ・数学B・数学C） 未定
NEXTシリーズ	(数学Ⅰ) 54407 (数学A) 54408 (数学Ⅱ) 54409 (数学B) 54410 (数学C) 54412	
高等学校シリーズ	(数学Ⅰ) 54413 (数学A) 54414 (数学Ⅱ) 54415 (数学B) 54416 (数学C) 54418	
新編シリーズ	(数学Ⅰ) 54419 (数学A) 54420 (数学Ⅱ) 54421 (数学B) 54422 (数学C) 54424	
最新シリーズ	(数学Ⅰ) 54425 (数学A) 54426 (数学Ⅱ) 54427 (数学B) 54428 (数学C) 54430	

■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：先生1人につき1ライセンス必要 ■購入方法：教科書取扱書店様へ ■納品物：ライセンス証明書 ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタル コンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制限
○	—	—	—	—	—	—	—

※教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。

学習者用デジタル教科書・教材

生徒一人一人の端末で使用する、生徒用の教材です。

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)	データサイズ	発売日
数学Ⅰ	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学Ⅰ	4380332D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学A	4380337D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学Ⅱ	4380342D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学B	4380347D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学C	4380357D01			
NEXT	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学Ⅰ	4380482D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学A	4380487D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学Ⅱ	4380492D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学B	4380497D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学C	4380507D01			
高等学校	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学Ⅰ	4380362D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学A	4380367D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学Ⅱ	4380372D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学B	4380377D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学C	4380387D01			
新編	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学Ⅰ	4380392D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学A	4380397D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学Ⅱ	4380402D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学B	4380407D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学C	4380417D01			
最新	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学Ⅰ	4380422D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学A	4380427D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学Ⅱ	4380432D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学B	4380437D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学C	4380447D01			
新 高校の数学	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新 高校の数学Ⅰ	4380452D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新 高校の数学A	4380457D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新 高校の数学Ⅱ	4380462D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新 高校の数学B	4380467D01	未定	未定	2027年 3月発売予定

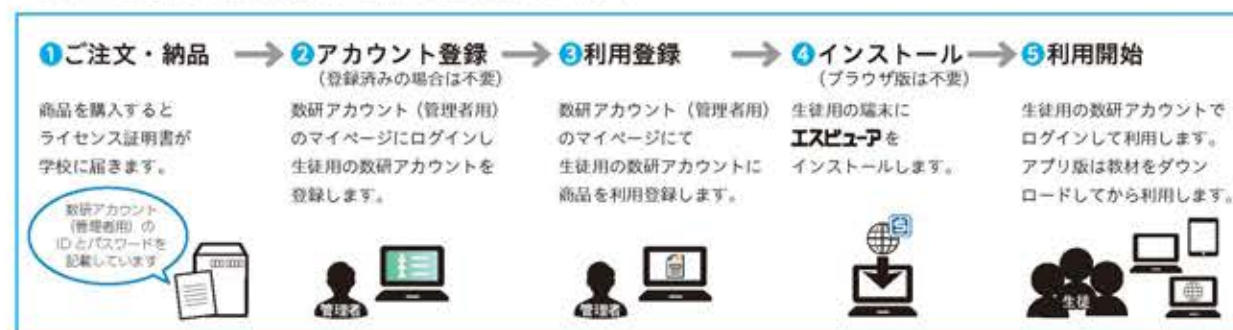
■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：生徒1人につき1ライセンス必要 ■購入方法：直接教研出版へ ■納品物：ライセンス証明書 ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタル コンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制限
○	○※1	—※2	○	○	○	○※3	○※3

※1「学習用スライドビュー」のみご利用いただけます。
※2教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。
※3先生は「ESビューア 先生用サイト」より設定する必要があります。

■ご利用までの流れ（学習者用デジタル教科書・教材、学習者用デジタル副教材）

※先生が学習者用商品を利用する場合は、下記①～⑤の「生徒用」を「先生用」と読み替えてください。



（注）指導者用デジタル教科書（教材）のご利用までの流れは、弊社ホームページ（<https://www.chart.co.jp/software/digital/s/flow/>）をご覧ください。

■動作環境 ●動作環境の詳細は弊社ホームページをご覧ください。 ●1ライセンスでアプリ版とブラウザ版の両方をご利用いただけます。

アプリ版	ブラウザ版
Windows 11 iPadOS 17/18/26 ※Windows11のSモードには非対応です。	OS : Windows 11 OS : Chrome OS 最新版 OS : iPadOS 17/18/26
	ブラウザ : Google Chrome/Microsoft Edge ブラウザ : Google Chrome ブラウザ : Safari

学習者用デジタル副教材

生徒一人一人または先生用の端末で使用する、デジタル副教材です。

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)		データサイズ	発売日
			書籍購入なし	書籍購入あり		
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 基礎からの数学Ⅰ+A	4310379D01	2,200円	550円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 基礎からの数学Ⅱ+B	4310389D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 基礎からの数学Ⅱ+B+C〔ベクトル〕	4310401D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 解法と演習数学Ⅰ+A	4310648D01	2,079円	550円	未定	
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 解法と演習数学Ⅱ+B	4310658D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 解法と演習数学Ⅱ+B+C〔ベクトル〕	4310872D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅰ+A	4320106D01	1,111円	550円	未定	
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅱ	4320138D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学B	4320148D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅱ・数学B(セット) ^{※1}	4320176D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅱ・数学B・数学C〔ベクトル〕(セット) ^{※2}	4320194D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅰ+A	4320776D01	1,155円	550円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅱ	4320738D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学B	4320748D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅱ・数学B(セット) ^{※1}	4320786D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅱ・数学B・数学C〔ベクトル〕(セット) ^{※2}	4320804D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅰ+A	4324540D01	1,122円	550円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅱ	4324544D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学B	4324548D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅱ・数学B(セット) ^{※1}	4324552D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅱ・数学B・数学C〔ベクトル〕(セット) ^{※2}	4324572D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅰ+A	4320276D01	1,111円				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅱ	4320237D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4プロセス 数学B	4320247D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅱ・数学B(セット) ^{※1}	4320286D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅱ・数学B・数学C〔ベクトル〕(セット) ^{※2}	4320306D01				

※1「数学Ⅱ・数学B(セット)」は、「数学Ⅱ」と「数学B」のセット商品です。表示される紙面のページ数は、該当書籍の単科目書籍「数学Ⅱ」「数学B」のページ数となります。
 ※2「数学Ⅱ・数学B・数学C〔ベクトル〕(セット)」は、「数学Ⅱ」と「数学B」と「数学C〔ベクトル〕」のセット商品です。表示される紙面のページ数は、該当書籍の単科目書籍「数学Ⅱ」「数学B」「数学C〔ベクトル〕」のページ数となります。

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)		データサイズ	発売日
			書籍購入なし	書籍購入あり		
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅰ+A	4321108D01	1,111円	550円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅱ	4321138D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学B	4321148D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅱ・数学B(セット) ^{※1}	4321198D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅱ・数学B・数学C〔ベクトル〕(セット) ^{※2}	4321184D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅰ+A	4320358D01	1,078円	440円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅱ	4320338D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学B	4320348D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅱ・数学B(セット) ^{※1}	4320368D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅱ・数学B・数学C〔ベクトル〕(セット) ^{※2}	4320373D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学Ⅰ+A	4360084D01	902円	440円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学Ⅱ	4360036D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学B	4360046D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学Ⅱ・数学B(セット) ^{※1}	4360094D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 クリアー数学演習 Ⅰ・Ⅱ・A・B・C〔ベクトル〕受験編	4324106D01	1,056円	440円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 メジアン数学演習 Ⅰ・Ⅱ・A・B・C〔ベクトル〕受験編	4324457D01	1,067円	440円	未定	
	学習者用デジタル版 改訂版 キートレーニング数学演習 Ⅰ・Ⅱ・A・B・C〔ベクトル〕受験編	4324016D01	979円	440円	未定	

■利用期間: 書籍使用期間 ■ライセンス: 生徒1人につき1ライセンス必要 ■購入方法: 直接数研出版へ ■納品物: ライセンス証明書 ■搭載機能: 下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタル コンテラツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	教示制御
○※2	○※4	—※5	○	○	○	○※6	○※6

※1「数学Ⅱ・数学B(セット)」は、「数学Ⅱ」と「数学B」のセット商品です。表示される紙面のページ数は、該当書籍の単科目書籍「数学Ⅱ」「数学B」のページ数となります。
 ※2「数学Ⅱ・数学B・数学C〔ベクトル〕(セット)」は、「数学Ⅱ」と「数学B」と「数学C〔ベクトル〕」のセット商品です。表示される紙面のページ数は、該当書籍の単科目書籍「数学Ⅱ」「数学B」「数学C〔ベクトル〕」のページ数となります。
 ※3 特別支援機能は含まれません。 ※4「学習用スライドビュー」のみご利用いただけます。
 ※5 書籍のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを記載しています。
 ※6 先生は「エスビューア先生用サイト」より設定する必要があります。
 (注)学習者用デジタル副教材をご採用の場合でも、紙の書籍ご採用時と同様にご採用校専用データをチャートメタボからダウンロードできます。数研アカウントをご利用ください。
 (注)学校採用にて書籍をご購入の場合は、「書籍購入あり」価格で販売いたします(学習者用デジタル副教材のみ)。
 ・該当校で採用された書籍と、学習者用デジタル副教材の使用が同じ場合に限ります。
 ・該当書籍の単科目書籍をご購入の場合でも、「書籍購入あり」価格で販売いたします。
 例:「改訂版 教科書傍用 4STEP数学Ⅱ」「改訂版 教科書傍用 4STEP数学A」書籍両方ご採用の場合は、「学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP数学Ⅰ+A」を「書籍購入あり」価格で販売いたします。
 ・問題用子のみご採用の場合でも「書籍購入あり」価格で販売いたします。

一学習者用デジタル副教材を先生が拡大提示する場合について一

- 授業を受ける生徒全員が、該当する紙の書籍または学習者用デジタル副教材を所有している場合は、先生による拡大提示用途としてご利用いただけます。
- 授業を受ける生徒全員が、該当する紙の書籍または学習者用デジタル副教材を所有していない状況(または一部生徒しか所有していない場合)で、先生による拡大提示用途としてご利用いただく場合は、ユーザーライセンスに加えて「提示用オプション」をご購入いただく必要がございます。
- 「提示用オプション」について、詳しくは決まり次第弊社ホームページにてお知らせいたします。

指導書 改訂版 新編シリーズ ラインアップ

教授資料 (→ p.110~117)

▶教授資料の構成(本書 p.110 参照)

教授資料本冊	学習評価サポートブック	
デジタルコンテンツサポートブック NEW!	指導用教科書	解説動画(Web 配信)
Suken AIナビ NEW!	付属データ(チャート×ラボまたは DVD-ROM)	

▶教授資料付属データ一覧(本書 p.117 参照)

教授資料紙面 NEW!	アクティブ・ラーニング型授業例	
授業用スライド	授業用プリント	
学習評価課題例 NEW!	テスト(標準テスト, 単元テスト)	Warm-up プリント NEW!
教科書紙面	シラバス・観点別評価規準	観点別評価集計ファイル
時間配当表	解答一覧	統計データ(数学Ⅰ)

指導用教科書(別売)(→ p.113)

デジタル版指導用教科書(→ p.113)

教授資料・指導者用デジタル教科書(教材)セット

指導者用デジタル教科書(教材)(→ p.126)

＼指導に役立つ情報や教材データをお届け／

先生のための会員制サイト **チャート×ラボ**

「チャート×ラボ」で何ができるの？

- ご採用の教材に関連したデータのダウンロードや、数研出版が作成したプリントデータを生徒のタブレットやスマートフォンに配信することができます。
- 指導者用デジタル教科書(教材)、学習者用デジタル副教材の体験版をお試しいただけます。
- 数研出版主催のセミナーにお申込みいただけます。

会員限定の情報も
お届けするよ

くわしくはこちら <https://lab.chart.co.jp/>



※「チャート×ラボ」のご利用は、教育機関関係者(小学校・中学校・高等学校・大学などの学校に勤務されている方、教育委員会・教育センターなど教育関係職員の方)に限定しております。

数研出版コールセンター TEL:075-231-0162 FAX:075-256-2936



東京本社 〒101-0052
東京都千代田区神田小川町 2-3-3

関西本社 〒604-0861
京都市中京区烏丸通竹屋町上る大倉町 205

関東支社 〒120-0042
東京都足立区千住龍田町 4-17

支店…札幌・仙台・横浜・名古屋・広島・福岡

本カタログに記載されている会社名・製品名はそれぞれ各社の登録商標または商標です。
QRコードは株式会社デンソーウェーブの登録商標です。
本カタログで使用されている製品の写真は出版時のものと一部異なる場合がございます。
本カタログに掲載されている仕様及び価格等は予告なく変更することがあります。
本カタログの内容は2023年4月現在のものです。
カタログの有効期限：2023年3月31日
返品に関する特約：返品に欠陥のある場合は除き、お客様のご都合による商品の返品・交換は受けられません。

151575