

ダイジェスト版

数Ⅰ / 104-902



数A / 104-902



数Ⅱ / 104-902



数B / 104-902



数C / 104-902



教科書

- 「学びやすい」「教えやすい」を追求!
- 2 NEXT シリーズの特長
- 4 NEXT シリーズの改訂ポイント
- 5 目次
- 10 章の構成と時間配当表
- 12 教科書の手引き
- 16 数学Ⅰ
- 56 数学A
- 68 数学Ⅱ
- 72 数学B
- 90 数学C
- 104 QR コンテンツ

副教材

- 106 教科書傍用問題集、補助教材

教授資料など

- 110 教授資料の構成
- 111 解説動画
- 112 教授資料本冊
- 113 指導用教科書
- 114 学習評価に関する参考資料
- 115 テスト、デジタルコンテンツに関する参考資料
- 116 授業用スライド、授業用プリント
主体的・対話的で深い学びへの参考資料
- 117 教授資料付属データ一覧
Google フォーム
- 118 Studyaid D.B.
- 122 デジタル版教科書・副教材
- チャート×ラボ



教科書のご案内サイトは
こちら！



教科書の紹介動画は
こちら！

全教科全力宣言!

数研出版の高校教科書

「学びやすい」「教えやすい」を追求!

2022年度から実施されている高等学校教育課程では、学習教材に求められることも多様になっています。

科目編成の変化による学習内容の変更だけでなく、ICT教材の積極的な活用、数学的活動の充実、統計教育のさらなる拡充など、教育の変化、教育を取り巻く環境の変化に合わせて教科書が担う役割も変わっていくべきであることを、私たちも日々実感しています。

数研出版の教科書は、従来の良さを引き継ぎつつも、新しい学びに対応していけるように、様々な要素を盛り込み、「学びやすい」「教えやすい」を追求しました。

特にNEXTシリーズでは、学習指導要領が目指す内容をより積極的に取り入れています。ここでは、NEXTシリーズにおける様々な工夫について、特徴的なものを取り上げていきたいと思います。

ICT教材の積極的な活用

紙面だけではイメージすることが難しい動きをアニメーションで見ることができたり、生徒さん自身が実際に手を動かしながら考察することで理解を深められたりできるようなQRコンテンツを多数収録し、紙面の関連する箇所に「Link」というマークで示しました。紙面の見開き右下にある二次元コードから、これらのコンテンツにアクセスできます。

Link 動画

④ $a < 0$ のとき $x=0$ で最小値 a^2+1
 $0 \leq a \leq 2$ のとき $x=a$ で最小値 1
 $2 < a$ のとき $x=2$ で最小値 a^2-4a+5

[1] 軸 $x=a$ [2] 軸 $x=a$ [3] 軸 $x=a$


a^2+1 1 a^2-4a+5

$x=0$ $x=2$ $x=0$ $x=2$ $x=0$ $x=2$

→詳しくは 30,31 ページへ

? $a < 0$, $0 \leq a \leq 2$, $2 < a$ で場合分けをしたのはなぜだろうか。

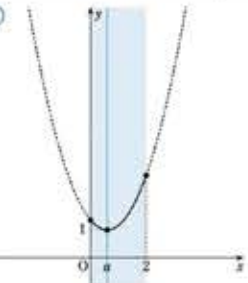
練習 21 a は定数とする。次の関数の最小値を求めよ。
 $y=2x^2-4ax+2a^2$ ($0 \leq x \leq 1$)

QR  | 109 |

⑤ $y=(x-a)^2+1$ ($0 \leq x \leq 2$)

$a=0.6$

動画 印刷用紙



数学的活動の充実

NEXTシリーズでは、従来は高校の教科書ではあまり問われることのなかった

理由を説明してみよう

解答の誤りを指摘しよう

2つの解法を比較してわかることを述べてみよう

などの問い掛けを本文中で必要に応じて取り上げています。

生徒さんが自分自身で深く考えたり、生徒さんどうして解法を検討しあったりする場面が、授業内で自然に生まれます。

→詳しくは 29, 57 ページへ

問題 2 関数 $y=x^2-4x+c$ ($1 \leq x \leq 5$) の最大値が8であるように、定数 c の値を定めよ。

考え方 x 以外の文字 c は数と同じように扱い、まずグラフをかいて最大値を求め、頂上の座標に c が含まれるためグラフの位置は定まらないが、放物線の軸と定義域の位置関係だけは定まる。その位置関係に注意する。

解答 $y=x^2-4x+c$ を変形すると $y=(x-2)^2+c-4$ 定義域は $1 \leq x \leq 5$ であるから、 y は $x=5$ で最大値をとる。 $x=5$ のとき $y=5^2-4 \cdot 5+c=c+5$ $c+5=8$ より $c=3$

? 最大値をとるのが、 $x=1$ のときではなく $x=5$ のときである理由を説明してみよう。

練習 10 練習9で、目の和が6の倍数または4の倍数である場合が何通りあるかを求めた。このとき、次の方法が誤りである理由を説明せよ。
 (2) で求めた6の倍数になる場合の数を、(3) で求めた4の倍数になる場合の数について、和の法則を適用する。

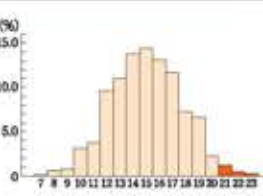
統計教育のさらなる充実

数学 I

前ページの表から、相対度数を百分率で計算して図に表すと、右のようになる。

21 枚以上表が出る場合の相対度数は $\frac{12+5+3}{1000}=0.02$ すなわち 2% である。

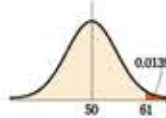
よって、**仮説②**のもとでは、21 人以上が B と回答する確率は 2% 程度であると考えられる。



数学 B

すなわち、**仮説②**のもとでは、 X が 61 以上である確率は 1.4% 程度であり、これはあらかじめ決めておいた確率 5% より小さい。

したがって、**仮説②**が正しい可能性は低いと考えられる。すなわち、前ページの**①**の主張は正しい、つまり Bの方が好きややすいと感じる人が多いと判断してよさそうである。



今回の課程では、統計分野の内容拡充も大きなポイントのひとつであり、特に、数学 I のデータの分析には「仮説検定の考え方」が加わっています。NEXTシリーズでは、社会の形成に参画する姿勢を育めるよう、商品開発や品質調査に関する題材を取り上げています。

また、改訂版では、色や図解による説明を増やして、視覚的に理解しやすくしました。

さらに、数学 B の「統計的な推測」でも仮説検定が扱われるため、題材や図版などをそろえ、数学 B へスムーズにつながられるようにしました。

→詳しくは 44~55, 72~83 ページへ

NEXTシリーズの特長

NEXTシリーズは **本質を深く学べる新しい教科書** です。
 具体的には、次の3点が大きな特長です。

1 「何を」「なぜ」学んでいるか意識することで、

より **本質的な知識・技能を習得** できます

●NEXTシリーズでは、例題などの1つ1つの内容を、単発の問題の羅列と捉えることのないよう、その例題が、これまでの内容とどのように関連してどこが違うのかがわかるように本文を構成しています。

また、例題下に設けた【?】や②に答えることで、例題の解法をただ暗記して再現するだけの学習から脱却できます。「解けるのに理解していない」という状態にならず、例題で学ぶべき「本質的な知識・技能」を習得する姿勢を自然に養える構成です。

(【?】と②の関係については、4ページをご覧ください)

前ページ例題3では、関数の定義域が実数全体であった。関数の定義域に制限のある場合も、そのグラフをかくことで最大値、最小値を求めることができる。

例題 4 次の関数の最大値、最小値を求めよ。
 (1) $y = x^2 - 4x + 1$ ($0 \leq x \leq 3$)
 (2) $y = -2x^2 + 4x + 5$ ($-1 \leq x \leq 0$)

解説 (1) $y = x^2 - 4x + 1$ を変形すると $y = (x-2)^2 - 3$ 。 $0 \leq x \leq 3$ でのグラフは、右の図の実線部分である。よって、 y は $x=0$ で最大値1をとり、 $x=2$ で最小値-3をとる。

(2) $y = -2x^2 + 4x + 5$ を変形すると $y = -2(x-1)^2 + 7$ 。 $-1 \leq x \leq 0$ でのグラフは、右の図の実線部分である。よって、 y は $x=0$ で最大値5をとり、 $x=-1$ で最小値-1をとる。

【?】放物線の頂点の位置で関数が最大値、最小値をとるのは、放物線の軸と定義域の位置関係がどのようになっているときだろうか。

ここで学ぶこと

第1節では、2次関数のグラフのかき方について学んだ。関数のグラフを利用すると、関数の値の変化の様子を知ることができる。ここではとくに、関数の最大値、最小値に注目し、その求め方について学んでいこう。

88, 99ページで学んだように、関数の最大値、最小値は、そのグラフにおいて、 y 座標が最大、最小になる点を調べることで求められる。したがって、2次関数の最大値、最小値を求めたいとき、2次関数のグラフをかくことで求めることができる。

第1節の内容を思い出しながら学んでいこう。

A 2次関数の最大・最小
 2次関数の最大値、最小値が求められるようになる。(p.106 例題 17)

●各項目の初めには、**ここで学ぶこと**として、その項目で学ぶ内容をここまで学んだ内容と関連させて提示し、その項目の内容だけでなく、全体像を俯瞰してその項目を学ぶ意義がわかるようにしています。

また、各小項目の初めに具体的な **目標** を提示することで、生徒さん自身が学ぶべきことを習得できたかどうか意識しながら学ぶことができるようになっています。

2 「どのように」考えるか意識することで、

思考力・判断力・表現力 を養うことができます

●大学入学共通テストや学習指導要領におけるキーワードの1つともいえる思考力・判断力・表現力。本質的な知識・技能に加えて、普段の授業からこれらを少しずつ養っていけるような工夫を施しました。

★教科書の応用例題や、本文中の適切な箇所に **考え方** として、数学の問題を考えていくときに意識してほしい様々なキーワード

- 試してみる 図をかく
- 言いかえる 見方を変える
- 帰着する 定義にもどる 等

を散りばめました。問題や分野をこえて同じ **考え方** が繰り返されることにより、「どのように考えるか」が意識され、汎用性のある思考力を自然に養うことができます。

巻末には、数学の考え方についての詳しい解説に加え、いくつかの具体的な箇所の詳しい解説も掲載しています。

★式や値を求めるだけでなく、考え方や条件を答えるような問いかけを設定し、**深める** で示しました。本文の中に設けることで、普段の授業の中で自然に思考力・判断力・表現力の基礎が育成できます。

★巻末に「総合問題」として、思考力・判断力・表現力を問う問題を掲載しました。

例題 2 大人4人と子ども3人が1列に並ぶとき、次のような並び方は何通りあるか。
 (1) 両端が大人である。 (2) 子ども3人が続いて並ぶ。

解説 条件のある部分を別々に考え、補の法則を利用する。
 (1) 両端に並ぶ大人2人を先に並べる。
 (2) まず、子ども3人をひとまとめでして全体を並べる。次に、ひとまとめでした子ども3人を並べる。

考え方 強い条件を先に考える

考え方 強い条件を先に考える

条件が複数あるとき、制約が強い条件を先に考えることで、問題を解く方針が立てやすくなる場合があります。

◆7ページ **例題 2** 第1章の内容です
 (1)では、両端が大人であるように、大人4人、子ども3人の計7人を1列に並べようとしています。この場合、「7人全員を1列に並べる」という条件の他に、両端の2人と真ん中の5人について、次のような条件があります。

- ・両端の2人 → 並ぶのは大人のみ
- ・真ん中の5人 → 大人、子どものどちらが並んでもよい

つまり、両端の2人は大人4人しか並ぶ可能性がないのに対し、真ん中の5人は大人と子ども合わせた計7人が並ぶ可能性があります。

例題 14 $x=4$ で最大値をとる2次関数を1つ求めよ。

3 生徒自身で読み進められる 工夫が随所にあります

●授業形態が大きく変わろうとする今、生徒さんが教科書を自分で読むことも必要になっています。また、大学入学共通テストでは、長文で構成された問題が出題されています。一方で、生徒さんの読解力不足も大きな課題です。

読解力を大きく改善させるのは簡単ではありませんが、NEXTシリーズでは、前ページに取り上げた全体像を俯瞰できる工夫によって、生徒さんが自分自身で意味を理解しながら読み進めることができます。

NEXTシリーズの改訂ポイント

1 「数学の考え方」を新設し、思考力・判断力・表現力の育成をさらに強化!

★前ページで取り上げたように、改訂版では、教科書本文中に「考え方」として、様々なキーワードを散りばめました。

問題や分野をこえて同じ「考え方」が繰り返されることにより、「どのように考えるか」が意識され、汎用性のある思考力を自然に養うことができます。

巻末には、数学の考え方についての詳しい解説に加え、いくつかの具体的な箇所の詳しい解説も掲載しています。

考え方 1 方程式 $x^2=8x$ を解け。

考え方 104ページの1の3乗根の概念と同じように、絶対値と角度についてそれぞれ考える。

考え方 3 円に内接する四角形 ABCD において、
 $AB=3, BC=2, CD=2, \angle B=60^\circ$
 のとき、次のものを求めよ。
 (1) AC の長さ (2) AD の長さ (3) 四角形 ABCD の面積

考え方 四角形を2つの三角形に分けると扱いやすい。

考え方 (2) 165ページで学んだ、円に内接する四角形の向かい合う角の和が 180° であることを利用する。
 $\triangle ACD$ に余弦定理を使う。

ある事象の確率を求めるとき、事象を互いに排反な事象に分けることで、確率の加法定理を用いて求めることができる。

考え方 1201

考え方 1 n は整数とする。次のことを証明せよ。
 n^2 を3で割ったときの余りは、3ではない。

考え方 3で割ったときの余りの範囲であるから、整数全体を、3で割ったときの余りで分類して証明する。

2 例題下の【?】は使いやすさに配慮

例題 1 次式を展開せよ。
 $(x^2-x+3)(x^2-x-4)$

解説 $(x^2-x+3)(x^2-x-4)$
 $=\{(x^2-x)+3\}\{(x^2-x)-4\}$
 $=\{(x^2-x)^2-4(x^2-x)+12\}$
 $=x^4-2x^3+x^2-x^2+x-12=x^4-2x^3+x-12$

考え方 x^2-x を1つのまとまりとみたのはなぜだろうか。

例題 17 次式を展開せよ。
 (1) $(x^2+3x-3)(x^2+3x-1)$ (2) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

★2ページで取り上げたように、例題下には【?】として例題の内容に関する本質的な問い掛けを入れています。

改訂版では、【?】のうち、その後の練習を解くのに直接役立つものを、別の記号?としました。対応する練習にも同じ記号を入れています。【?】を取捨選択して扱う場合の一助としてください。

3 統計、整数の内容は学びやすく、内容も充実!

★統計の内容は、数学I、数学Bともに、改訂版で、色や図解による説明を増やして視覚的に理解しやすくしました。

★改訂版から、数学A「数学と人間の活動」の整数の内容について、純粋な数学の内容を第1節にまとめてさらに充実させ、身の回りの題材を用いたものは第2節に分離しました。大学入試を見据えて整数を本格的に学びたい場合は、第1節を中心に学ばばよいようになっています。

特性Aの母比率が p である十分大きな母集団から、大きさ n の無作為標本を抽出し、そのうち特性Aをもつものの個数を T とする。このとき、標本比率 R は $R = \frac{T}{n}$ で求められる。

母集団: Aをもつ Aをもたない Aをもつ割合が母比率 p

抽出 ↓

標本: Aをもつ T 個 Aをもつ割合が標本比率 $R = \frac{T}{n}$

目次

数学I

第1章 数と式

第1節 式の計算

1 多項式の加法と減法 10

2 多項式の乗法 14

3 因数分解 19

発展 3次式の展開と因数分解 26

問題 28

第2節 実数

4 実数 29

5 根号を含む式の計算 36

発展 2重根号 42

問題 43

第3節 1次不等式

6 不等式の性質 44

7 1次不等式 48

8 絶対値を含む方程式・不等式 53

研究 絶対値と場合分け 54

問題 56

章末問題 57

第2章 集合と命題

1 集合 62

研究 3つの集合の共通部分と和集合 68

2 命題と条件 69

3 命題と証明 74

研究 $\sqrt{2}$ が無理数であることの証明 79

発展 「すべて」と「ある」の否定 80

問題 81

章末問題 82

第3章 2次関数

第1節 2次関数とグラフ

1 関数とグラフ 86

2 2次関数のグラフ 91

研究 グラフの平行移動 100

研究 グラフの対称移動 101

問題 102

第2節 2次関数の値の変化

3 2次関数の最大・最小 103

4 2次関数の決定 111

問題 114

第3節 2次方程式と2次不等式

5 2次方程式 115

6 2次関数のグラフと x 軸の位置関係 120

発展 放物線と直線の共有点 124

7 2次不等式 126

研究 絶対値を含む関数のグラフ 136

問題 137

章末問題 138

第4章 図形と計量

第1節 三角比

1 三角比 144

2 三角比の相互関係 150

3 三角比の拡張 153

問題 163

第2節 三角形への応用

4 正弦定理 164

5 余弦定理 169

6 正弦定理と余弦定理の活用 174

7 三角形の面積 176

発展 ヘロンの公式 181

8 空間図形への活用 182

問題 185

章末問題 186

第5章 データの分析

1 データの整理 192

2 データの代表値 194

3 データの散らばりと四分位数 197

4 分散と標準偏差 203

研究 変量の変換と仮平均 207

研究 偏差値 209

5 2つの変量の間の関係 210

6 データの分析を活用した問題解決 218

研究 統計的探究プロセス 219

7 仮説検定の考え方 221

発展 仮説検定と反復試行の確率 225

問題 226

章末問題 228

数学の考え方 232

総合問題 238

課題学習 242

答と略解 252

主な用語 260

さくいん 263

●内容解説について

- ・内容解説を、各所に枠囲みで示しました。
- ・内容解説は、次の4種に分け、末尾に「…①」のように示しています。

①数研シリーズ全般に関するポイント

②このシリーズ特有のポイント

③他のシリーズと比較してご覧頂ける箇所

④デジタルコンテンツに関するポイント

数学 A

準備 集合	6
研究 3つの集合の 共通部分と和集合	11
第1章 場合の数と確率	
第1節 場合の数	
1 集合の要素の個数	14
2 場合の数	18
3 順列	24
4 組合せ	32
研究 重複を許して作る組合せ 問題	42 44
第2節 確率	
5 事象と確率	45
6 確率の基本性質	50
7 独立な試行と確率	57
8 条件付き確率	63
研究 原因の確率	69
9 期待値	70
問題	74
章末問題	75

第2章 図形の性質	
第1節 平面図形	
1 三角形の角の二等分線 と辺の比	80
2 三角形の外心・内心・重心	83
3 チェバの定理・ メネラウスの定理	90
研究 チェバの定理の逆、 メネラウスの定理の逆	95
研究 三角形の辺と角	96
4 円に内接する四角形	98
5 円と直線	103
研究 方べきの定理の逆	109
6 2つの円	110
7 作図	113
研究 コンピュータの活用	118
問題	120
第2節 空間図形	
8 直線と平面	122
9 多面体	127
研究 正多面体の体積	130
研究 正多面体の種類	131
問題	132
章末問題	133

第3章 数学と人間の活動	
第1節 整数の性質	
1 約数と倍数	138
研究 等式を満たす 整数 x, y の組	141
2 素数と素因数分解	142
3 最大公約数・最小公倍数	145
研究 最大公約数・ 最小公倍数の性質	148
4 整数の割り算	150
研究 和、差、積の余り	155
発展 合同式	156
5 ユークリッドの互除法	158
6 1次不定方程式	163
7 n 進法	167
問題	171
第2節 数学と人間の活動	
8 整数の性質と人間の活動	173
9 座標の考え方	182
10 ゲーム・パズルの中の数学	186
章末問題	194
数学の考え方	196
総合問題	204
答と略解	207
主な用語	212
さくいん	215

改訂版では、第3章「数学と人間の活動」を2つの節に分けました。第1節は「整数の性質」とし、内容を充実させました。第1節を重点的に扱うことで、大学入試を見据えて整数の内容をしっかりと扱うことができます。(本冊子 p.58~67 参照) …①

数学 II

第1章 式と証明	
第1節 式と計算	
1 3次式の展開と因数分解	8
2 二項定理	11
研究 $(a+b+c)^3$ の展開式	15
3 多項式の割り算	16
4 分数式とその計算	19
5 恒等式	23
研究 代入による 恒等式の係数決定	25
問題	26
第2節 等式・不等式の証明	
6 等式の証明	27
7 不等式の証明	31
問題	39
章末問題	40
第2章 複素数と方程式	
第1節 複素数と2次方程式の解	
1 複素数とその計算	44
2 2次方程式の解	50
3 解と係数の関係	53
発展 対称式	61
問題	62
第2節 高次方程式	
4 剰余の定理と因数定理	63
研究 組立除法	66
5 高次方程式	67
発展 3次方程式の 解と係数の関係	71
問題	72
章末問題	73

第3章 図形と方程式	
第1節 点と直線	
1 直線上の点	76
2 平面上の点	79
3 直線の方程式	85
4 2直線の関係	89
研究 2直線の交点を通る直線 問題	94 95
第2節 円	
5 円の方程式	96
6 円と直線	100
7 2つの円	106
研究 2つの円の交点 を通る図形	109
問題	110
第3節 軌跡と領域	
8 軌跡と方程式	111
9 不等式の表す領域	115
研究 $y=f(x)$ のグラフを 境界線とする領域	123
問題	124
章末問題	125
第4章 三角関数	
第1節 三角関数	
1 角の拡張	130
2 三角関数	135
3 三角関数の性質	140
4 三角関数のグラフ	143
5 三角関数の応用	150
問題	155
第2節 加法定理	
6 加法定理	156
研究 加法定理と点の回転	161
7 加法定理の応用	162
発展 和と積の公式	168
問題	169
章末問題	170

第5章 指数関数と対数関数	
第1節 指数関数	
1 指数の拡張	176
研究 負の数の n 乗根	183
2 指数関数	184
問題	189
第2節 対数関数	
3 対数とその性質	190
4 対数関数	195
5 常用対数	201
問題	204
章末問題	205
第6章 微分法と積分法	
第1節 微分係数と導関数	
1 微分係数	210
2 導関数とその計算	215
研究 関数 x^n の導関数	220
3 接線の方程式	221
問題	223
第2節 関数の値の変化	
4 関数の増減と極大・極小	224
5 関数の増減・グラフの応用	230
問題	235
第3節 積分法	
6 不定積分	236
7 定積分	241
8 定積分と面積	248
研究 曲線と接線で囲まれた 部分の面積	256
研究 放物線と x 軸で囲まれた 部分の面積	257
研究 $(x+a)^n$ の微分と積分	258
問題	260
章末問題	261
数学の考え方	264
総合問題	270
課題学習	274
答と略解	282
主な用語	291
さくいん	294
三角関数の表	296

今回の課程では、「課題学習」が数学 I, II, IIIに設定されています。 …①

数学 B

第1章 数列		第2章 統計的な推測	
第1節 等差数列と等比数列		第1節 確率分布	
1 数列と一般項	8	1 確率変数と確率分布	56
2 等差数列	10	2 確率変数の期待値と分散	58
3 等差数列の和	14	3 確率変数の和と積	65
4 等比数列	18	4 二項分布	73
5 等比数列の和	21	5 正規分布	76
研究 複利計算	23	研究 連続型確率変数の期待値、分散、標準偏差	86
問題	24	問題	87
第2節 いろいろな数列		第2節 統計的な推測	
6 和の記号 Σ	25	6 母集団と標本	88
7 階差数列	30	7 標本平均の分布	92
8 いろいろな数列の和	33	8 推定	99
問題	36	9 仮説検定	104
第3節 漸化式と数学的帰納法		問題	112
9 漸化式	37	研究 $a_{n+1} = pa_n + q$ を満たす数列の階差数列	113
研究 $a_{n+1} = pa_n + q$ を満たす数列の階差数列	41	章末問題	
発展 隣接3項間の漸化式	42		
研究 漸化式の活用	44		
10 数学的帰納法	45		
問題	50		
章末問題	51		

第3章 数学と社会生活

1 数学を活用した問題解決	118
2 社会の中にある数学	130
3 時系列データと移動平均	138
4 回帰分析によるデータの分析	144
研究 最小2乗法による回帰直線の導出	147
数学の考え方	154
総合問題	162
答と略解	164
主な用語	172
さくいん	174
乱数表	176

数学 C

第1章 平面上のベクトル		第3章 複素数平面	
第1節 ベクトルとその演算		第1節 複素数平面	
1 ベクトル	8	1 複素数平面	88
2 ベクトルの演算	11	2 複素数の極形式	96
3 ベクトルの成分	19	3 ド・モアブルの定理	102
4 ベクトルの内積	25	4 複素数と図形	107
研究 三角形の面積	32	研究 $\triangle ABC$ の形状を決める複素数	115
問題	33	問題	116
第2節 ベクトルと平面図形		章末問題	117
5 位置ベクトル	34		
6 ベクトルの図形への応用	39		
7 図形のベクトルによる表示	43		
研究 点と直線の距離	51		
問題	52		
章末問題	53		
第2章 空間のベクトル		第4章 式と曲線	
1 空間の点	58	第1節 2次曲線	
2 空間のベクトル	60	1 放物線	122
3 ベクトルの成分	64	2 楕円	124
4 ベクトルの内積	67	3 双曲線	130
5 ベクトルの図形への応用	70	研究 直角双曲線 $xy=1$	135
発展 点Pが平面ABC上にある条件	75	4 2次曲線の平行移動	137
6 座標空間における図形	77	研究 2次曲線の接線の方程式	143
発展 平面の方程式	81	5 2次曲線と直線	140
問題	82	研究 2次曲線と離心率	144
章末問題	83	問題	147
		第2節 媒介変数表示と極座標	
		7 曲線の媒介変数表示	148
		研究 いろいろな曲線の媒介変数表示	154
		研究 分式による円の媒介変数表示	155
		8 極座標と極方程式	156
		研究 2次曲線の離心率と極方程式	164
		9 コンピュータの利用	165
		問題	167
		章末問題	168

第5章 数学的な表現の工夫

1 データの表現方法の工夫	174
研究 ABC分析	177
2 行列による表現	180
3 離散グラフによる表現	190
4 離散グラフと行列の対応	198
補足 行列の積 AB と BA	202
数学の考え方	204
総合問題	210
答と略解	214
主な用語	220
さくいん	222
三角関数の表	224

今回の課程では「データの分析(数学 I)」と「統計的な推測(数学 B)」で仮説検定について扱います。数 I と題材を連動させるなど、学びやすさに配慮しています。(本冊子 p.76~83 参照) …①

今回の課程では数学的活動を重視した科目「数学活用」の内容が数学 A, B, C に移行しました。数学 B では 3 章「数学と社会生活」が該当します。 …①

今回の課程では数学的活動を重視した科目「数学活用」の内容が数学 A, B, C に移行しました。数学 C では 5 章「数学的な表現の工夫」が該当します。(本冊子 p.96, 97 参照) …①

章の構成と時間配当表

数学 I

章・節	頁数	配当時間
第1章 数と式	52	19
第1節 式の計算	19	7
第2節 実数	15	5
第3節 1次不等式	13	5
章末問題・コラム	3	2
第2章 集合と命題	24	8
集合と命題	20	7
章末問題・コラム	2	1
第3章 2次関数	58	28
第1節 2次関数とグラフ	17	8
第2節 2次関数の値の変化	12	7
第3節 2次方程式と2次不等式	23	11
章末問題・コラム	4	2
第4章 図形と計量	48	21
第1節 三角比	20	8
第2節 三角形への応用	22	11
章末問題・コラム	4	2
第5章 データの分析	42	10
データの分析	36	9
章末問題・コラム	4	1
課題学習	10	4
合計	234	90

数学 A

章・節	頁数	配当時間
第1章 場合の数と確率	66	35
第1節 場合の数	31	15
第2節 確率	30	18
章末問題・コラム	3	2
第2章 図形の性質	58	27
第1節 平面図形	42	19
第2節 空間図形	11	6
章末問題・コラム	3	2
第3章 数学と人間の活動	60	28
第1節 整数の性質	35	17
第2節 数学と人間の活動	21	9
章末問題	2	2
合計	184	90

数学 II

章・節	頁数	配当時間
第1章 式と証明	36	17
第1節 式と計算	19	9
第2節 等式・不等式の証明	13	6
章末問題	2	2
第2章 複素数と方程式	32	13
第1節 複素数と2次方程式の解	19	8
第2節 高次方程式	10	4
章末問題	1	1
第3章 図形と方程式	54	25
第1節 点と直線	20	9
第2節 円	15	8
第3節 軌跡と領域	14	6
章末問題・コラム	3	2
第4章 三角関数	46	21
第1節 三角関数	26	12
第2節 加法定理	14	7
章末問題・コラム	4	2
第5章 指数関数と対数関数	34	14
第1節 指数関数	14	5
第2節 対数関数	15	7
章末問題・コラム	3	2
第6章 微分法と積分法	56	26
第1節 微分係数と導関数	14	6
第2節 関数の値の変化	12	7
第3節 積分法	25	11
章末問題・コラム	3	2
課題学習	8	4
合計	266	120

数学 B

章・節	頁数	配当時間
第1章 数列	48	29
第1節 等差数列と等比数列	17	10
第2節 いろいろな数列	12	8
第3節 漸化式と数学的帰納法	14	8
章末問題・コラム	3	3
第2章 統計的な推測	62	33
第1節 確率分布	32	17
第2節 統計的な推測	25	13
章末問題・コラム	3	3
第3章 数学と社会生活	38	28
数学と社会生活	36	28
合計	148	90

数学 C

章・節	頁数	配当時間
第1章 平面上のベクトル	50	20
第1節 ベクトルとその演算	26	11
第2節 ベクトルと平面図形	19	8
章末問題・コラム	3	1
第2章 空間のベクトル	30	11
空間のベクトル	25	10
章末問題・コラム	3	1
第3章 複素数平面	34	17
複素数平面	29	16
章末問題・コラム	3	1
第4章 式と曲線	52	24
第1節 2次曲線	26	12
第2節 媒介変数表示と極座標	20	11
章末問題・コラム	4	1
第5章 数学的な表現の工夫	30	18
数学的な表現の工夫	28	18
合計	196	90

手引き



その項目で何を学ぶかについて、そこまでに学んだことと関連付けながらまとめた。



小項目ごとに身に付けるべき内容である。具体的な練習の番号も示しており、本文のその練習にも付している。その練習を理解して解けるようになったか確認しながら進めていこう。



本文の内容を理解するための導入例や計算例である。



学習した内容を利用して解く、重要で代表的な問題である。解答や証明では模範解答の一例を示した。また、最後に【?】や?として解答の内容に関する問いを載せている。解答をただ読むだけでなく、なぜそのような解答になるか等をしっかり理解できているか確認しよう。【?】や?には決まった答えがあるわけではない。自分の考えをまとめ、表現することが大切である。なお、?は、考えることで後の練習を解くのに役立つような問いである。該当する練習にも?を付している。



やや発展的な問題である。解答の前に、問題を解くためにどのように考えていくかを考え方として載せた。また、例題と同じく【?】や?を載せている。



例、例題、応用例題などの内容を確実に身に付けるための練習問題である。例題などとまったく同じパターンの問題ではないものもあるが、例題の【?】や?などを通して内容がしっかり理解できていれば解ける問題である。



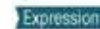
難しい問題などに取り組む際、どのように考えたらよいか、その考え方のキーワードである。個々の問題についてではなく、様々な場面で使える考え方であるため、このキーワードを頼りに、考え方を整理していこう。なお、「数学の考え方」については、264ページで詳しく解説している。

例題下の【?】や?や考え方など、特徴的な構成要素について、そのコンセプトや使い方を説明しています。…②

構成要素が多いため、2ページとってしっかり説明しました。…②



練習の中でも、少し見方を変えて考える必要がある問題や、内容の正確な理解が必要な問題である。取り組むことで、内容の理解を深めることができる。



正しい数学用語で内容を表現する練習である。



ある程度の内容のまとめりで、そこで学習した内容をまとめた。何を学んだのか、学んだことが身に付いているかしっかり確認しよう。



各節の終わりにあり、その節で学んだ内容を身に付けるための問題である。関連する内容について、本文の参照ページを示した。また、最後には思考力を要する問題も掲載している。



各章の終わりにあり、Aはその章の内容の復習問題、Bは総合的な復習と応用問題である。



本文の内容に関連するやや程度の高い内容を扱った。場合によっては省略して進むこともできる。なお、問題や章末問題で研究に関する内容を扱う場合は、研究を付した。



学習指導要領における数学Ⅱの範囲を超えた内容を扱った。すべての生徒が一律に学習する必要はない。



数学のおもしろい話題や身近な話題、学習した内容をさらに深めていく内容などを扱った。



思考力・判断力・表現力を要する総合的な問題を巻末に扱った。長文の問題もあるため、読解力も必要である。力試しとして取り組んでみよう。



本文の内容に関連する興味深い事柄について、いくつかの課題とともに取り上げた。主体的に考えて取り組んでみよう。

各種デジタルコンテンツの利用法と、コンテンツを用いてどのように学ぶかについて、見返しにまとめています。
 コンテンツについては、本冊子右ページもご参照ください。 ...④

本書で扱うデジタルコンテンツについて

●デジタルコンテンツへのアクセス方法

デジタルコンテンツは、下のアドレスや右の二次元コードからアクセスできます。また、各ページの **Link** に該当するコンテンツは、その見開きページの右下にある二次元コードから直接アクセスできます。必要に応じて活用してください。



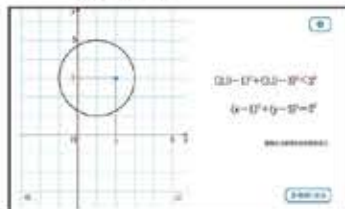
<https://www.chart.co.jp/qr/26mn2/>

*インターネット接続に際し発生する通信料は、使用者の負担となりますのでご注意ください。

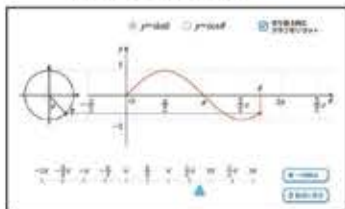
●デジタルコンテンツでの学び方

Link の箇所では、関連したデジタルコンテンツを利用することができます。

Link **考察** 自分でグラフや図形をかいたり動かしたりできるコンテンツです。内容を理解したり、問題の解法を考えたりするのに役立ててください。



Link **イメージ** 動画やアニメーションで、教科書の内容を理解するコンテンツです。教科書の内容と合わせて確認して、理解をより確かなものにしてください。



Link **MAP** 各項目にある例題や練習の間の関係を表したコンテンツです。これまでの学習内容との関係や、今後の学習内容とのつながりを意識しながら学んでください。



Link **資料** 教科書の内容に関連した情報に関するコンテンツです。

他にも様々なコンテンツを利用することができます。

- ・既習内容の確認問題
- ・計算カード
- ・数学の理解を深める動画
- ・公式を理解する動画 など



様々なデジタルコンテンツをご用意!



サンプルはこちら!

■公式集

1 $a^2 + 2ab + b^2 =$
 $a^2 - 2ab + b^2 =$
 2 $a^2 - b^2 =$
 3 $x^2 + (a+b)x + ab =$

戻りの公式を逆に利用すると、因数分解の公式が得られる。
 公式1は、符号に注意して用いる。

■用語辞書

正弦定理 (図形と計量)

三角形について成り立つ定理
 $\triangle ABC$ の外接円の半径を $2R$ とすると、次が成り立つ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

図解: 三角形の外接円と半径Rの図

■既習内容の確認問題

右の図において、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であるとき、 x の値を求めよ。

8

■計算カード

$9x^2 + 12x + 4$

=

■数学の理解を深める動画

4 個の巣
5 羽の鳩

2 羽以上いる

鳩の巣原理
 $(n+1)$ 羽の鳩を n 個の巣に入れると、2 羽以上入っている巣が少なくとも 1 個存在する。

■公式を理解するための動画

$-4x - 2 < 30$

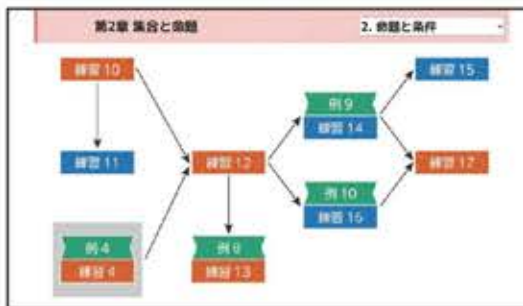
$-4x < 30 + 2$ (両辺に 2 を足す)

$-4x < 32$

$x > -8$ (両辺を -4 で割る)

ポイント
 負の数を掛けたり、負の数で割ったりすると、不等号の向きが変わる!

■例題 MAP



■各章の導入動画

$y = x^2 + 4$ $y = -x^2 + 4x - 2$

? $y = ax^2$ のグラフと $y = ax^2 + bx + c$ のグラフの違いを考えてみましょう。

デジタルコンテンツについては、本冊子 p.104, 105 もご覧ください。

数学 I を学び始める前に、この教科書を使って高校数学をどのように学んでいくのかについてまとめています。生徒さんには必ず読んでいただき、しっかり意識付けを行ってほしいです。…②

高校数学の学び方

これから高校数学を学んでいくこととなりますが、数学を学ぶときに常に意識しておいてほしいことがいくつかあります。ここであげることを意識しながら学ぶことで、確かな数学の力を身に付けていってください。

定義を大切に作る

数学は正しい論理の積み重ねです。そして、その出発点となるのが用語や記号の定義です。問題の解法を身に付けることも重要ですが、出発点である定義をおろそかにしていると、その解法すべてが揺らいでしまうことにもなりかねません。**定義を正しく理解する**ことは何よりもまず重要です。

「覚える、真似る」から「理解して身に付ける」へ

とくに基本的な問題については、その解法を確実に身に付けなければなりません。だからといって、問題の解法をやみくもに暗記することが数学を学ぶことではありません。問題の解答は、ただ覚えたりそれを真似して似た問題を解いたりするだけではなく「**解答で重要なことは何なのか**」という本質をしっかりと理解して身に付けることが必要です。そうすれば、その「重要なこと」を他の問題でも活用できるようになります。そして、1つの解法を身に付けることで多くの問題が解けるようになるのです。

学んだことを振り返る

上の「解答で重要なことは何なのか」を理解するには、解答を学んだ後、改めて解答について考え直すといよいでしょう。1つのことを学んだ後、それを振り返って考えることは、内容を深く理解するために重要です。振り返る観点は「重要なことは何なのか」の他に「解答のこの部分はなぜ必要なのか」「前の問題とどこが同じでどこが違うのか」「他に解き方はないか」などもあります。

この教科書では、例題の下に【?】や②があり、それに答えることで自然に解答を振り返って考えられるようになっています。【?】、②も利用して振り返って考える習慣をつけ、内容を深く理解していってください。



教科書は、この「高校の数学の学び方」を実現できるように編集されています。例題下の【?】②や「目標」、**考え方**など、特徴的な構成要素を利用し、数学の本質を深く学んでほしいです。…②

「何を理解して、何を理解できていないか」を理解する

学んだことを振り返る習慣がつけば、内容を深く理解できるだけでなく、「自分が何を理解して、何を理解できていないか」も理解できるようになります。

わからない問題がわかるようになるには、まず「どこがわからないか」を理解することが第一歩です。そのためには、常に自分が内容を理解できているか確認しながら学んでいくことが重要です。

この教科書では、各小項目の初めに📖を設け、目標となる具体的な練習も示しています。小項目ごとに「📖が達成できたか」「目標となる練習を理解して解けたか」を確認しながら学んでください。

内容のつながりを意識する

学んだことを振り返るとき、個々の内容だけでなく、それまでに学んだこと全体を振り返ることも重要です。学んだことを振り返り、**系統立てて整理する**ことで、自分の学力として定着するのです。

それまでに学んだことが、今学んでいることにどうつながっているのかを意識して振り返るとよいでしょう。「方程式」と「関数のグラフ」のように、一見別の内容に見えて、深く関わっていることも少なくありません。

正しく伝わる解答を書く

数学の問題では、最終的な答えが正しいかはもちろん重要ですが、**答えを求める過程が正しいかも同じく重要**です。数学の解答は、「内容を正しく理解して正しい過程で正しい答えを導いている」ことを伝えるメッセージなのです。

正しく伝わる解答を書くには、学習内容の理解を深めることがまず必要です。また、普段の学習のときから、自分の考えを自分の言葉で表現して他人に伝えることを意識してください。何となく理解していることでも、いざ表現しようとするときに意外に難しいものです。もちろん、**正確な数学の用語・記号を使う**ことが重要なのは言うまでもありません。

以上のようなことを意識して着実に数学を学んでいけば、**確かな知識・技能**を身に付けることができます。そして、さらにそれが**思考力・判断力・表現力**へつながって、確かな数学の力になっていくはずですよ。また、思考力や判断力を働かせるには、この教科書の中に散りばめられた**考え方**を意識しながら学ぶといよいでしょう。数学の考え方については、232ページも参考にしてみてください。

これから学ぶことの全体像をイメージするための、その章で学ぶ内容を把握できる動画にアクセスできます。...①

第1章 数と式

Numbers and polynomials

Link イメージ 人間の数学活動は、数をかぞえ、それを記録するところから始まったといわれる。

1960年、アフリカのコンゴ(現在のコンゴ民主共和国)で発見された「イシャングのヒビの腓骨」は、紀元前2万年頃のものであり、骨に数が記録されたものと考えられている。

下の図は、その骨に刻まれた傷を写したものである。一番上の列の刻み目は、11, 13, 17, 19で10から20までのすべての素数になっていて、それらの和は60である。この解釈に対して、「この時代のイシャングにそれほどの文化があったとは思えない」という根強い反対意見もあるが、この骨が夢を大きく広げるものであることは間違いない。



NEW!

この章に登場する **考え方** (本冊子 p.29 参照)を一覧で掲載しました。 **考え方** を意識しながら学ぶことで、数学における汎用的な考え方を身に付けることができます。...②

この章で使う **考え方**

考え方 1つのものに着目

考え方 試してみる

考え方 見方を変える

考え方 定義にもどる

考え方 帰着する

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab$$

数学の考え方については → p.232

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab$$

Check! **目標**

第1節

- p.11 **練習** 2 p.13 **練習** 6 p.13 **練習** 7 p.15 **練習** 8
- p.16 **練習** 10 p.17 **練習** 15 p.18 **練習** 17 p.18 **練習** 18
- p.20 **練習** 20 p.23 **練習** 27 p.25 **練習** 31

第2節

- p.31 **練習** 33 p.33 **練習** 34 p.35 **練習** 36 p.36 **練習** 38
- p.39 **練習** 43 p.40 **練習** 45 p.41 **練習** 46

第3節

- p.47 **練習** 52 p.49 **練習** 53 p.50 **練習** 54 p.51 **練習** 55
- p.52 **練習** 61 p.54 **練習** 63

専用 HP から関連情報にアクセスすることができます。目印です。

Link >>>



「目標」(本冊子 p.22 参照)で挙げた、目標となる練習を一覧で掲載しました。目標が達成できたらここにチェックすることで、全体の理解度が一目瞭然になります。...②

小項目の初めに目標を設けました。目標となる具体的な練習問題も挙げているので、目標が達成できたかどうかを生徒自身で判定でき、自らの理解度を正確に把握できます。目標となる練習にもアイコンを入れています。 …②

C 1次不等式の活用

目標 1次不等式を活用して問題が解決できるようになる。 (p.52 練習 61)

身近な問題を扱う場合、不等式で使う文字の値が自然数に限られることもある。そのような場合に不等式の解について考えよう。

練習 58 次の不等式を満たす最小の自然数 n を求めよ。

$$200 + 12(n - 10) \leq 15n$$

1次不等式を活用して、身近な問題を解決してみよう。

練習 59 1個60円の品物Aと1個100円の品物Bを合わせて50個買い、100円の箱に詰めてもらう。品物代と箱代の合計金額を4000円以下にすると、品物Bは最大で何個買えるか考えよう。

- (1) 品物Bを x 個買うとして、条件から x の不等式を作れ。
- (2) (1) で作った不等式を解き、品物Bが最大で何個買えるか答えよ。

練習 60 ある店で1個700円の品物を売っている。300円払って店の会員になると、5%引きでこの品物を買うことができる。会員になった場合、品物を何個以上買えば、会員にならない場合より安く買えるか。

現実の問題では、様々な形で情報が与えられる。次のような場合でも問題が解決できるだろうか。

目標 **練習 61** 案内状を作ることになったので、A店とB店の製作費を調べたところ、下のチラシのようであった。B店で作るよりA店で作る方が安くなるのは、何部以上作る時か。

A店

100部までは一律 **5000円**
 100部をこえた分は、
1部につき 40円

連絡先 0△△-7××-24●●

B店 **基本料金 4500円!** **安い!**

基本料金のみで100部まで作成できます。それをこえた場合は、こえた分について1部43円で承ります。

連絡先 □□@▲▲.jp

実社会で数学を活用するのに不可欠である「問題解決に必要な情報を取り出す」力を養える、新しいタイプの問題も掲載しています。 …②

既に学んだ絶対値の定義を利用して、新しい内容を生徒自身で導出するという展開になっています。公式を暗記するだけの学習から脱却でき、内容の深い理解につながります。また、シミュレーションコンテンツを利用すると、よりスムーズな理解が可能です。 …②

8 絶対値を含む方程式・不等式

ここで学ぶこと

絶対値の定義や性質については、34、35ページで学んだ。
 絶対値を含む方程式や不等式はどのようにすれば解けるだろうか。
 絶対値の定義や性質をもとに調べていこう。

A 絶対値を含む方程式・不等式

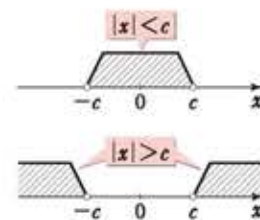
目標 絶対値を含む方程式・不等式が解けるようになる。 (p.54 練習 63)

34ページで学んだように、実数 x の絶対値 $|x|$ は、数直線上で実数 x に対応する点と原点の間の距離を表す。このことから、絶対値を含む方程式、不等式を解いてみよう。

Link **考察** 数直線上に自由に点を取り、その点と原点の間の距離と、3との大小を確認、
 $|x|=3$, $|x|<3$, $|x|>3$ の解を考えてみよう。

一般に、次のことがいえる。

c が正の定数のとき
 方程式 $|x|=c$ の解は $x=\pm c$
 不等式 $|x|<c$ の解は $-c<x<c$
 不等式 $|x|>c$ の解は $x<-c, c<x$



▶注意 $[x<-c, c<x]$ は、 $x<-c$ と $x>c$ を合わせた範囲のことである。

練習 次の方程式、不等式を解け。

- 62** (1) $|x|=2$ (2) $|x|<5$ (3) $|x|\geq 4$

NEW!

コンテンツにアクセスできる二次元コードは、各見開きページの右下に配置しましたので、授業や自習の際、手軽に利用することができます。 …④

Link **QR** | 53 |

問題

- a, b は定数とする。2次関数 $f(x) = ax^2 - bx - a + b$ において、次の値を求めよ。 → p.87

(1) $f(1)$ (2) $f(-2)$ (3) $f(b+1)$
- 関数 $y = ax + b$ ($-1 \leq x \leq 5$) の値域が $1 \leq y \leq 13$ となるような、定数 a, b の値を求めよ。ただし、 $a < 0$ とする。 → p.90
- 放物線 $y = -2x^2$ を、頂点が次の点となるように平行移動する。このとき、移動後の放物線の方程式を求めよ。 → p.95

(1) 点 $(1, -3)$ (2) 点 $(-2, 5)$
- 次の2次関数のグラフをかけ。また、その軸と頂点を求めよ。 → p.97

(1) $y = \frac{1}{3}x^2 - 4$ (2) $y = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$

(3) $y = -3x^2 + 3x + \frac{1}{4}$ (4) $y = (2x-1)(x+3)$
- 放物線 $y = 2x^2 - 4x - 1$ について、次の問いに答えよ。 → p.99

(1) この放物線の頂点を A とするとき、 A の座標を求めよ。

(2) この放物線を、 x 軸方向に 2、 y 軸方向に -1 だけ平行移動したとき、移動後の放物線の方程式を求めよ。
- 放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ を F とする。次の問いに答えよ。

(1) 放物線 G_1 を x 軸方向に -1 、 y 軸方向に 2 だけ平行移動すると、放物線 F に重なった。放物線 G_1 の方程式を求めよ。

研究 (2) 放物線 G_2 を x 軸方向に 3、 y 軸方向に -1 だけ平行移動し、さらに、 y 軸に関して対称移動すると、放物線 F に重なった。放物線 G_2 の方程式を求めよ。

移動を逆から考えるとスムーズに解ける問題です。このように少し思考力を要する問題を節末で扱いました。また、「研究」(教科書 p.101)の内容を利用する問題には、アイコンをつけ、研究を学習したかどうかで取捨選択しやすくしています。 …①

前節で学んだ2次関数のグラフのかき方を利用することで、2次関数の最大・最小を考えることができます。初めにそれを提示することで、前節とのつながりが理解でき、全体像を俯瞰しながら学んでいくことができます。 …②

第2節 2次関数の値の変化

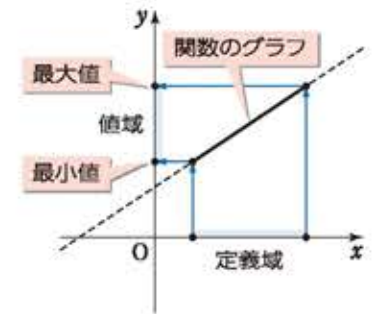
3 2次関数の最大・最小

ここで学ぶこと

第1節では、2次関数のグラフのかき方について学んだ。関数のグラフを利用すると、関数の値の変化の様子を知ることができる。ここではとくに、関数の最大値、最小値に注目し、その求め方について学んでいこう。

89、90ページで学んだように、関数の最大値、最小値は、そのグラフにおいて、 y 座標が最大、最小になる点を調べることで求められる。したがって、2次関数の最大値、最小値を求めたいとき、2次関数のグラフをかくことで求めることができる。

第1節の内容を思い出しながら学んでいこう。



A 2次関数の最大・最小

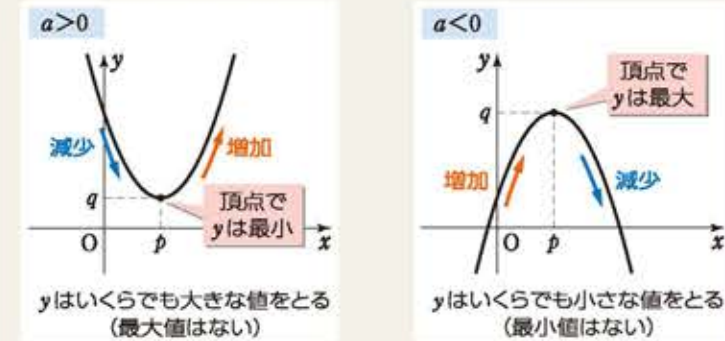
目標 2次関数の最大値、最小値が求められるようになる。(p.106 練習 17)

2次関数 $y = ax^2$ のグラフおよび値の変化については、92ページで学んだ。

2次関数 $y = a(x-p)^2 + q$ についても、グラフおよび値の変化は、 a の値が正か負かによって、次ページのような2つの場合がある。



2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフと値の変化



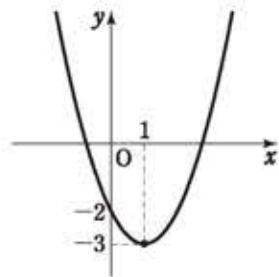
関数の最大値、最小値は、関数の値域、すなわちグラフ上の点の y 座標がとる値の最大値、最小値である。よって、次のことがいえる。

2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ の最大・最小

$a > 0$ のとき、 $x=p$ で最小値 q をとる。最大値はない。
 $a < 0$ のとき、 $x=p$ で最大値 q をとる。最小値はない。

例 7 2次関数 $y=(x-1)^2-3$ の最大値、最小値

$y=(x-1)^2-3$ のグラフは右の図のようになる。よって、 y は
 $x=1$ で最小値 -3 をとる。
 最大値はない。



練習 13 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。
 (1) $y=2(x-3)^2+4$ (2) $y=-2(x+1)^2-3$

深める 練習 14 $x=4$ で最大値をとる2次関数を1つ求めよ。

*「2次関数を求める」とは、2次関数を表す式を求めることである。

従来はあまり問われることがなかった、答えが複数あるような問題です。生徒どうして答えを検討しあって、それらに共通なことを見つけるなど、簡単な対話的な授業の題材にも最適です。本文の中に組み込み、普段の授業の流れの中で扱えます。

例題で扱うパターンが多すぎると、重要な内容が薄れてしまうと考え、 $a > 0$ のときのみを例題としました。前ページまでの内容を理解していれば $a < 0$ の場合は生徒自身で取り組むことが可能と考え、練習 15 で扱っています。状況によって練習 15 を例題のように扱うこともできます。

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ の最大値、最小値を求めよ。この場合も前ページと同じように、そのグラフをかいてグラフ上の点の y 座標を調べることで、求めることができる。

例題 3 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

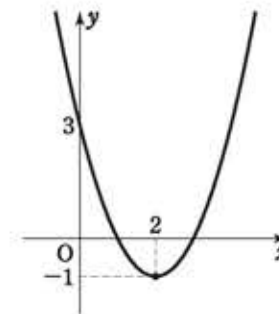
$$y=x^2-4x+3$$

解答 関数の式を変形すると

$$y=(x-2)^2-1$$

よって、 y は
 $x=2$ で最小値 -1 をとる。
 最大値はない。

← 放物線は下に凸で、
頂点は点(2, -1)



【?】 $y=x^2-4x+3$ を $y=(x-2)^2-1$ の形に変形したのは何のためだろうか。

練習 15 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

$$y=-2x^2-4x$$

練習 16 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(1) $y=x^2+6x+5$ (2) $y=-2x^2+5x-2$

例題の後に、例題の解答を振り返る問いかけを入れています。自分の言葉で説明することで、単なる暗記にとどまらず、本質を深く理解することが可能です。「解けるのに理解していない」という状態にせず、別の問題にも例題の考え方を応用できるようになります。

「定義域の違い」という、前ページの例題との相違点を明確にした上で、それでも変わらない「グラフをかく」という方針を提示することで、関数の最大・最小の本質が明確になります。…②

前ページ例題3では、関数の定義域が実数全体であった。
関数の定義域に制限のある場合も、そのグラフをかくことで最大値、最小値を求めることができる。

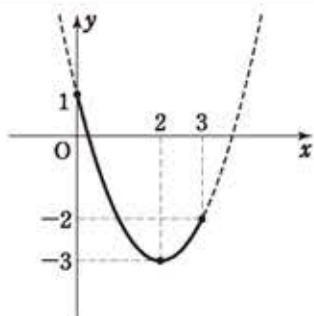
例題 4 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

- (1) $y = x^2 - 4x + 1$ ($0 \leq x \leq 3$)
(2) $y = -2x^2 + 4x + 5$ ($-1 \leq x \leq 0$)

解答 (1) $y = x^2 - 4x + 1$ を変形すると
 $y = (x-2)^2 - 3$

$0 \leq x \leq 3$ でのグラフは、
右の図の実線部分である。

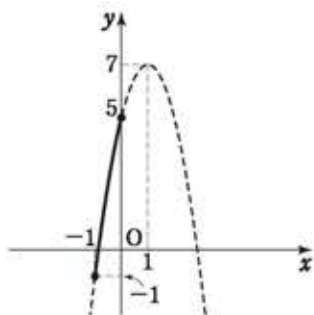
よって、 y は
 $x=0$ で最大値 1 をとり、
 $x=2$ で最小値 -3 をとる。



(2) $y = -2x^2 + 4x + 5$ を変形すると
 $y = -2(x-1)^2 + 7$

$-1 \leq x \leq 0$ でのグラフは、
右の図の実線部分である。

よって、 y は
 $x=0$ で最大値 5 をとり、
 $x=-1$ で最小値 -1 をとる。



【?】 放物線の頂点の位置で関数が最大値、最小値をとるのは、放物線の軸と定義域の位置関係がどのようになっているときだろうか。

目標 **練習 17** 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

- (1) $y = x^2 + 2x + 3$ ($-2 \leq x \leq 2$) (2) $y = -x^2 + 4x - 3$ ($0 \leq x \leq 3$)
(3) $y = 3x^2 + 6x - 1$ ($1 \leq x \leq 3$) (4) $y = -2x^2 + 12x$ ($0 \leq x \leq 6$)

深める **練習 18** 例題4(2)の関数 $y = -2x^2 + 4x + 5$ について、 $x=1$ で最大値をとり、定義域の右端で最小値をとるように、定義域を1つ定めよ。

角度を変えた問いを考えることで、本質を理解できます。
授業の中で利用できるよう、難しすぎない内容にしています。

…③

NEW!

関数の最大、最小を考えるには、グラフをかくのが第一歩であるため、**考え方** として「図をかく」を入れました。学習の際に自然に目に入るので印象に残りやすく、この例題に限らない汎用性のある考え方として定着していきます。どのような情報をもとに図をかくかなど、さらに詳しい解説を巻末に掲載しています。(教科書 p.237) なお、すべての応用例題に **考え方** を入れています。…②

目標 関数の最大値、最小値を求めるとき、場合分けが必要になることがある。そのようなときでも最大値、最小値が求められるようになる。

(p.109 練習 21)

x の関数において、関数の式の係数、定数項や定義域に文字を含む場合について考えよう。

そのような関数については、 x 以外の文字は数と同じように扱う。

応用例題 2 関数 $y = x^2 - 4x + c$ ($1 \leq x \leq 5$) の最大値が 8 であるように、定数 c の値を定めよ。

考え方 x 以外の文字 c は数と同じように扱い、まずグラフをかいて最大値を求める。

考え方 図をかく
▶ p.237

頂点の座標に c が含まれるためグラフの位置は定まらないが、放物線の軸と定義域の位置関係だけは定まる。その位置関係に注意する。

解答 $y = x^2 - 4x + c$ を変形すると
 $y = (x-2)^2 + c - 4$

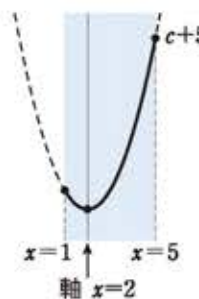
定義域は $1 \leq x \leq 5$ であるから、

y は $x=5$ で最大値をとる。

$x=5$ のとき

$$y = 5^2 - 4 \cdot 5 + c = c + 5$$

$$c + 5 = 8 \text{ より } c = 3$$



? 最大値をとるのが、 $x=1$ のときではなく $x=5$ のときである理由を説明してみよう。

練習 19 次の条件を満たすように、定数 c の値を定めよ。

- (1) 関数 $y = x^2 - 2x + c$ ($-2 \leq x \leq 2$) の最大値が 5 である。
(2) 関数 $y = x^2 + 4x + c$ ($-1 \leq x \leq 0$) の最小値が -1 である。
(3) 関数 $y = -x^2 + 6x + c$ ($1 \leq x \leq 4$) の最大値が -3 である。

NEW!

自分の言葉を用いて理由を明確化させることで、「解けるかどうか」だけでなく「理解しているかどうか」に意識を向けさせます。正しく理解しないと次の練習19を解くのは難しいため、**?** としています。正しく理解して練習19を解くことで、今後扱う場合分けが必要な問題の考え方に自然につなげていくことができます。…②

前ページと同じ **考え方** 「図をかく」があるため、別の問題でも同じ考え方が有効であることが自然に理解できます。 ...②

応用例題 3

a は正の定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y = x^2 - 4x + 1 \quad (0 \leq x \leq a)$$

考え方

前ページ応用例題2と違い、定義域に文字 a を含んでいるが、やはり a を数と同じように扱う。

$y = x^2 - 4x + 1$ のグラフをかいた後、定義域の右端をいろいろ変えた図をかいてみる。 a の値によって放物線の軸と定義域の位置関係が変わるから、どこで最小値をとるかも変わる。よって、その位置関係によって場合分けをする必要がある。

考え方 図をかく

解答

関数の式を変形すると $y = (x-2)^2 - 3 \quad (0 \leq x \leq a)$

[1] $0 < a < 2$ のとき

関数のグラフは図 [1] の実線部分である。

よって、 y は $x = a$ で最小値 $a^2 - 4a + 1$ をとる。

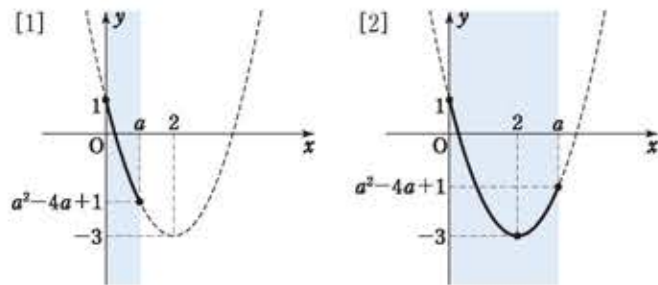
[2] $2 \leq a$ のとき

関数のグラフは図 [2] の実線部分である。

よって、 y は $x = 2$ で最小値 -3 をとる。

答 $0 < a < 2$ のとき $x = a$ で最小値 $a^2 - 4a + 1$

$2 \leq a$ のとき $x = 2$ で最小値 -3



Link 考察

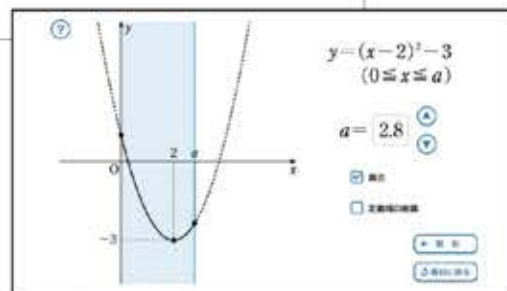
? $0 < a < 2$ と $2 \leq a$ で場合分けをしたのはなぜだろうか。

? **練習 20** a は正の定数とする。次の関数の最大値を求めよ。

$$y = -x^2 + 2x + 1 \quad (0 \leq x \leq a)$$

シミュレーションコンテンツを用いて定義域を自分で動かすことで、場合分けをした理由をしっかりと理解できます。

? もそれに連動しており、この例題で理解すべきことが焦点化されています。教授資料でもフォローしています。(本冊子 p.112 参照)



同じく **考え方** 「図をかく」を入れています。同じキーワードが繰り返されることで、自然に印象に残ります。 ...②

応用例題 4

a は定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y = x^2 - 2ax + a^2 + 1 \quad (0 \leq x \leq 2)$$

考え方

応用例題3と違い、 x の係数や定数項に文字 a を含んでいるが、同じように a の値をいろいろ変えてグラフをかくと、 a の値によって放物線の軸と定義域の位置関係が変わることがわかる。その位置関係によって場合分けをする。

考え方 図をかく

解答

関数の式を変形すると $y = (x-a)^2 + 1 \quad (0 \leq x \leq 2)$

[1] $a < 0$ のとき

関数のグラフは図 [1] の実線部分である。

よって、 y は $x = 0$ で最小値 $a^2 + 1$ をとる。

[2] $0 \leq a \leq 2$ のとき

関数のグラフは図 [2] の実線部分である。

よって、 y は $x = a$ で最小値 1 をとる。

[3] $2 < a$ のとき

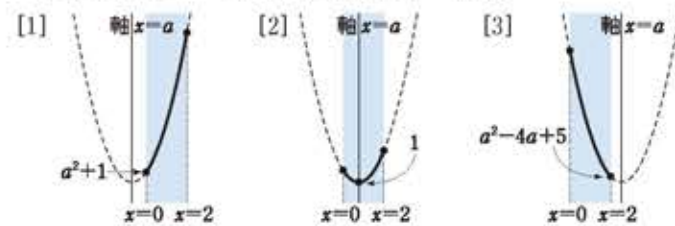
関数のグラフは図 [3] の実線部分である。

よって、 y は $x = 2$ で最小値 $a^2 - 4a + 5$ をとる。

答 $a < 0$ のとき $x = 0$ で最小値 $a^2 + 1$

$0 \leq a \leq 2$ のとき $x = a$ で最小値 1

$2 < a$ のとき $x = 2$ で最小値 $a^2 - 4a + 5$



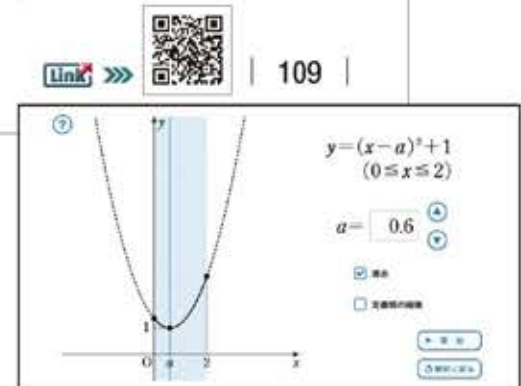
Link 考察

? $a < 0$ 、 $0 \leq a \leq 2$ 、 $2 < a$ で場合分けをしたのはなぜだろうか。

? **練習 21** a は定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y = 2x^2 - 4ax + 2a^2 \quad (0 \leq x \leq 1)$$

同じく、シミュレーションコンテンツを利用できます。



Link >>>

ここまで繰り返してきた「グラフをかくこと」「軸と定義域の位置関係に注目すること」をまとめることで、知識が整理できるとともに、本当に重要なことを印象付けることができます。 …②

まとめ 2次関数の最大・最小

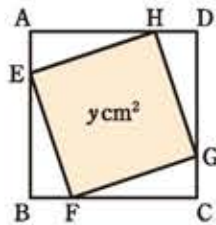
- 関数の最大値、最小値は、グラフをかくことで求められる。
- 2次関数の最大値、最小値を求めるときは、放物線の軸と定義域の位置関係が重要となる。
軸が直線 $x=p$ であるとき
 - ・ p が定義域内にあるかどうか。
 - ・ p が定義域内がない場合は、定義域の左外にあるか右外にあるか。
 - ・ p が定義域内にある場合は、定義域の左端と右端のうち、 p から遠い方はどちらか。

C 2次関数の最大・最小の活用

目標 2次関数を活用して問題が解決できるようになる。(p.110 練習 23)

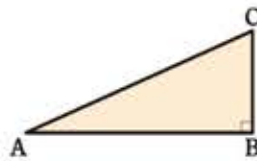
これまでに学習したことを活用して、図形の問題を解決してみよう。

Link 練習 22 右の図のように、1辺が10 cmの正方形 ABCD に内接する正方形 EFGH の面積の最小値を求めよう。ただし、正方形 EFGH の頂点は、正方形 ABCD の頂点に重ならないものとする。



- (1) $AH=x$ (cm), 正方形 EFGH の面積を $y \text{ cm}^2$ として、 y を x で表せ。
また、 x のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) 正方形 EFGH の面積の最小値を求めよ。

目標 練習 23 直角三角形 ABC において、直角をはさむ2辺 AB, BC の長さの和が 14 cm であるとする。このような直角三角形の面積の最大値を求めよ。



110 | 第2章 2次関数の値の変化

学んだ内容を活用する場面では、例題を極力省略し、自分の力で取り組む方針としました。ただし、1問目の練習 22 は誘導を設けて取り組みやすくしていますし、場合によっては例題のように扱うことも可能です。 …③

4 2次関数の決定

ここで学ぶこと

ここまでは、2次関数の式が具体的にわかっている場合に、そのグラフや軸、頂点などについて考えてきた。
ここでは逆に、グラフの軸や頂点の条件から2次関数の式を求める方法を学ぶ。もちろん、これまで学んだ軸や頂点を求める方法が基本となる。

A 放物線の頂点や軸から関数を決定

目標 グラフの軸や頂点がわかっている2次関数が求められるようになる。(p.111 練習 24)

例題 5 頂点が点 (2, 5) で、点 (-1, -4) を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

解答 頂点が点 (2, 5) であるから、この2次関数は

$$y=a(x-2)^2+5$$

の形に表される。グラフが点 (-1, -4) を通るから

$$-4=a(-1-2)^2+5 \quad \text{よって } a=-1$$

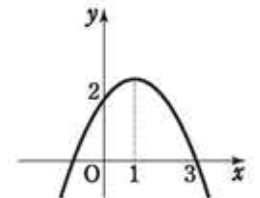
したがって $y=-(x-2)^2+5$

【?】 初めに、求める2次関数を $y=a(x-2)^2+5$ の形に表したが、 $y=ax^2+bx+c$ の形に表さなかったのはなぜだろうか。

目標 練習 24 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

- (1) 頂点が点 (-2, 4) で、点 (-4, 2) を通る。
- (2) 軸が直線 $x=2$ で、2点 (-1, 5), (1, -11) を通る。

深める 練習 25 右の図のような放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。



Link >>>



111

図から情報を読み取る問題も掲載しました。 …②

7 2次不等式

ここで学ぶこと

ここまで、2次方程式の解について、2次関数のグラフとx軸の位置関係と関連付けて考えてきた。

ここからは、不等式について考えていこう。

不等式については、1次不等式を第1章で学んでいる。まずは、中学校で学んだ1次関数のグラフと1次不等式の解の関係を考えよう。2次関数でも同じように、2次関数のグラフと不等式の解の関係を考えていく。

A 1次不等式と1次関数のグラフ

目標 1次不等式の解と1次関数のグラフの関係を理解しよう。

(p.127 練習 39)

第1章で1次不等式の解き方について学んだ。ここでは、1次不等式の解を、改めて1次関数のグラフを用いて考えてみよう。

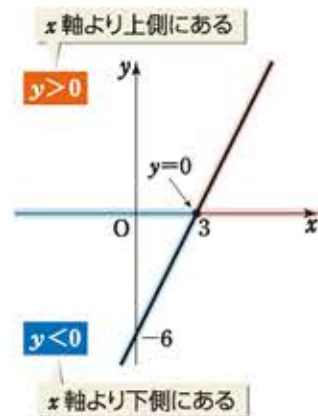
例 1次不等式 $2x-6 < 0$ の解と1次関数 $y=2x-6$ のグラフ

16 1次不等式 $2x-6 < 0$ の解は $x < 3$

である。

一方、1次関数 $y=2x-6$ のグラフは右のような直線であり、x軸との共有点のx座標は3である。

よって、1次不等式 $2x-6 < 0$ の解は、1次関数 $y=2x-6$ のグラフがx軸より下側にある、すなわち $y < 0$ となるようなxの値の範囲である。



▶補足 1次関数 $y=2x-6$ のグラフとx軸の共有点のx座標は、1次方程式 $2x-6=0$ を解いて、 $x=3$ と求められる。

1次不等式や2次不等式に限らない不等式の解の一般論を先に取り上げ、2次不等式もこの大原則のもとに理解を進めていくという方針です。このようにすることで、様々なタイプの2次不等式を統一的に捉えることができ、解法の暗記からの脱却につながります。…③

例16のグラフから、

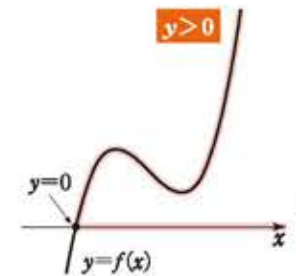
1次不等式 $2x-6 > 0$ の解は、
 $y=2x-6$ について $y > 0$ となる
ようなxの値の範囲、すなわち $x > 3$ である。

x	$x < 3$	3	$x > 3$
$y=2x-6$	-	0	+

一般に、次のことが成り立つ。

不等式 $f(x) > 0$ の解は、関数 $y=f(x)$ について $y > 0$ となるxの値の範囲である。
すなわち、 $y=f(x)$ のグラフが、x軸よりも上側にあるようなxの値の範囲である。

不等式 $f(x) \geq 0$ の解は、関数 $y=f(x)$ について $y \geq 0$ となるxの値の範囲である。
すなわち、 $y=f(x)$ のグラフが、x軸上かx軸よりも上側にあるようなxの値の範囲である。



▶補足 不等式 $f(x) < 0$ 、 $f(x) \leq 0$ についても同様である。

目標 練習 1次関数のグラフを利用して、次の1次不等式を解け。
39 (1) $2x+6 < 0$ (2) $-3x+6 \geq 0$

B 2次不等式と2次関数のグラフ

目標 2次不等式が解けるようになろう。

(p.131 練習 46)

不等式のすべての項を左辺に移項して整理したとき、

$$ax^2+bx+c > 0, \quad ax^2+bx+c \leq 0$$

などのように、左辺がxの2次式になる不等式を、xの2次不等式という。ただし、a、b、cは定数で、 $a \neq 0$ とする。

2次不等式は、2次関数のグラフを利用して解くことができる。

2次関数のグラフとx軸の共有点の個数が2個、1個、0個のそれぞれの場合について、2次関数のグラフを利用して2次不等式を解いてみよう。

教科書 p.126 から p.131 まで、 $y>0$ には赤を、 $y<0$ には青を一貫して用いることで、理解しやすくなるとともに、前ページで取り上げた不等式の解の一般論のもとで考えていることが意識しやすくなります。

また、板書などで同じ色を用いることで、さらなる効果が期待できます。 …①

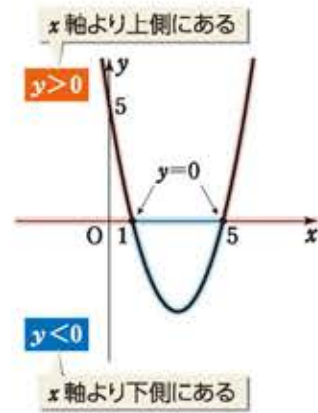
① 2次関数のグラフがx軸と異なる2点を共有する場合

例 2次関数 $y=x^2-6x+5$ の値の符号

17 $x^2-6x+5=0$ を解くと
 $x=1, 5$

よって、2次関数 $y=x^2-6x+5$ のグラフは、右の図のようにx軸と異なる2点を共有し、共有点のx座標は1, 5である。

右の図から、 $y=x^2-6x+5$ の値の符号について、次の表が得られる。



x	$x < 1$	1	$1 < x < 5$	5	$5 < x$
$y = x^2 - 6x + 5$	+	0	-	0	+

例 17 から、次のことがいえる。

Link 2次不等式 $x^2-6x+5>0$ の解は、 $y=x^2-6x+5$ について $y>0$ となるような x の値の範囲であるから、 $x < 1, 5 < x$ である。

2次不等式 $x^2-6x+5<0$ の解は、 $y=x^2-6x+5$ について $y<0$ となるような x の値の範囲であるから、 $1 < x < 5$ である。

$a > 0$ のとき、2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが右の図のようにx軸と異なる2点を共有するとする。

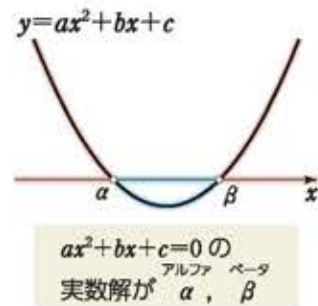
このとき、次のことがいえる。

2次不等式 $ax^2+bx+c>0$ の解は

$$x < \alpha, \beta < x$$

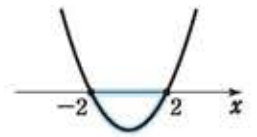
2次不等式 $ax^2+bx+c<0$ の解は

$$\alpha < x < \beta$$



▶補足 2次不等式 $ax^2+bx+c \geq 0$ の解は $x \leq \alpha, \beta \leq x$ であり、2次不等式 $ax^2+bx+c \leq 0$ の解は $\alpha \leq x \leq \beta$ である。

例 2次不等式 $(x+2)(x-2) \leq 0$ を解く。
18 $(x+2)(x-2)=0$ を解くと $x=-2, 2$ によって、この2次不等式の解は $-2 \leq x \leq 2$



練習 40 次の2次不等式を解け。

- (1) $(x-1)(x-3) < 0$ (2) $x(x+1) \geq 0$
(3) $x^2-x-2 > 0$ (4) $x^2 \leq 9$

練習 41 次の2次不等式を解け。

- (1) $2x^2+5x+3 < 0$ (2) $x^2-2x-2 > 0$
(3) $x^2+2x-1 \leq 0$ (4) $x^2 \geq 5$

x^2 の係数が負の2次不等式は、両辺に -1 を掛けて x^2 の係数を正にすると解きやすくなる。

例題 8 次の2次不等式を解け。
 $-x^2+4x+1 \leq 0$

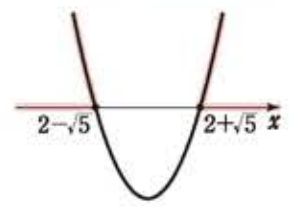
解答 両辺に -1 を掛けると $x^2-4x-1 \geq 0$ ← 不等号の向きが変わる

$x^2-4x-1=0$ を解くと

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

よって、この2次不等式の解は

$$x \leq 2 - \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5} \leq x$$



【?】 両辺に -1 を掛けずに $y=-x^2+4x+1$ のグラフを利用して解くと、どのようなになるだろうか。

練習 42 次の2次不等式を解け。

- (1) $-2x^2+x+1 < 0$ (2) $-3x^2+5x-1 \geq 0$

本冊子 35 ページの一般論からここまでで、2次関数のグラフがx軸と異なる2点を共有する場合の2次不等式については「本質」の説明が完了しています。不等号の向きや2次方程式の解の求め方の違いで生じるいくつかのパターンについてすべて例題にしてしまうと、それらのパターンをバラバラに習得するよう感じられるため、例示は必要最小限にし、種々のパターンには、身に付けた「本質」を頼りに生徒が取り組むという構成です。 …③

グラフと x 軸の交点が 1 つの場合も「2 次方程式を解く」という方針で一貫しています。 …③

2 次関数のグラフが x 軸と異なる 2 点を共有する場合以外の場合にも、2 次関数のグラフを利用して 2 次不等式を解いてみよう。

120, 121 ページで学んだように、2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸がどのような位置関係になるかは、2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解を考えることでわかる。

② 2 次関数のグラフが x 軸と 1 点だけを共有する場合

例 2 次関数 $y=x^2-6x+9$ の値の符号

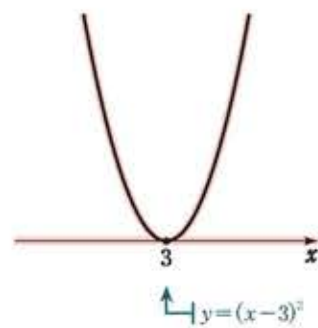
19 $x^2-6x+9=0$ を解くと

$$x=3$$

よって、2 次関数 $y=x^2-6x+9$ のグラフは、右の図のように x 軸に点 $(3, 0)$ で接する。

右の図から、 $y=x^2-6x+9$ の値の符号について、次の表が得られる。

x	$x < 3$	3	$3 < x$
$y=x^2-6x+9$	+	0	+



例 19 から、2 次不等式の解について、次のことがわかる。



2 次不等式	解
$x^2-6x+9 > 0$	3 以外のすべての実数*
$x^2-6x+9 \geq 0$	すべての実数
$x^2-6x+9 < 0$	解はない
$x^2-6x+9 \leq 0$	$x=3$

練習 43 次の 2 次不等式を解け。

- 43 (1) $x^2-10x+25 > 0$ (2) $x^2-10x+25 < 0$
 (3) $4x^2+4x+1 \leq 0$ (4) $4x^2+4x+1 \geq 0$

*「3 以外のすべての実数」は、「 $x \neq 3$ 」や「 $x < 3, 3 < x$ 」と表すこともできる。

「グラフと x 軸との位置関係を調べる」「グラフをかくときは 2 次方程式の解を利用する」という一貫した方針が理解できていれば、グラフと x 軸の共有点がない問題に初めて取り組むのだから、生徒自身で取り組むことが可能なはず。前ページで与えていた表を自分で完成させる構成にし、全パターンを覚えるという発想にならないようにしました。 …③

③ 2 次関数のグラフが x 軸と共有点をもたない場合

例 2 次関数 $y=x^2-6x+10$ の値の符号

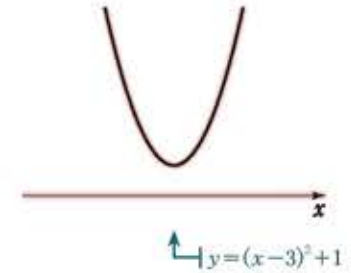
20 2 次方程式 $x^2-6x+10=0$ は、判別式 D について

$$D=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 10=-4 < 0$$

であるから、実数解をもたない。

よって、2 次関数 $y=x^2-6x+10$ のグラフは、右の図のように x 軸と共有点をもたない。

右の図から、 $y=x^2-6x+10$ の値は、常に正である。



練習 44 例 20 の内容を参考にして、2 次不等式の解について、右の表を完成させよ。

2 次不等式	解
$x^2-6x+10 > 0$	
$x^2-6x+10 \geq 0$	
$x^2-6x+10 < 0$	
$x^2-6x+10 \leq 0$	

練習 45 次の 2 次不等式を解け。

- 45 (1) $3x^2+4x+2 \geq 0$ (2) $3x^2+4x+2 < 0$

まとめ 2 次不等式

□ 2 次不等式は 2 次関数のグラフと x 軸の位置関係を利用して解く。
 ・グラフをかくときは、2 次方程式を利用して、 x 軸との共有点に注意してかく。



練習 46 次の 2 次不等式を解け。

- 46 (1) $x^2-3x+5 > 0$ (2) $-6x^2-19x-15 < 0$
 (3) $3x^2-2\sqrt{3}x+1 \leq 0$ (4) $x^2+4 \leq 0$
 (5) $-x^2-8x-16 > 0$ (6) $x^2-3x+2 \geq 2x^2-x$



上記の一貫した方針(=本質)を改めてまとめています。個々のパターンをバラバラに理解したり身に付けたりするのではなく、身に付けた本質を個々のパターンに応用できるようになります。 …③

連立2次不等式は、不等式の活用よりも先に扱いました。
連立2次不等式までで、2次不等式に関する基本的な知識をすべて習得した上で、2次不等式を活用する問題に挑戦していく、という流れです。 …③

C 連立不等式

目標 2次不等式を含む連立不等式が解けるようになる。(p.132 練習 47)

2次不等式を含む連立不等式を考えよう。

50, 51 ページで学んだように、連立不等式に含まれる不等式を同時に成り立たせる x の値の範囲が、連立不等式の解である。

例題 9 連立不等式 $\begin{cases} x^2-4>0 \\ x^2-3x-4\leq 0 \end{cases}$ を解け。

解答 $x^2-4>0$ から $(x+2)(x-2)>0$

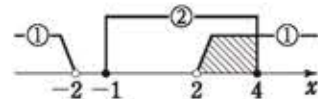
よって $x<-2, 2<x$ …… ①

$x^2-3x-4\leq 0$ から $(x+1)(x-4)\leq 0$

よって $-1\leq x\leq 4$ …… ②

①と②の共通範囲を求めて

$$2<x\leq 4$$



【?】 $x<-2$ や $-1\leq x\leq 2$ が解に含まれないのはなぜだろうか。

目標 練習 47 次の連立不等式を解け。

$$(1) \begin{cases} x^2-5x+4\leq 0 \\ x^2-2x-3>0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x^2+x>0 \\ 3x^2+5x-2\leq 0 \end{cases}$$

練習 48 次の不等式を解け。

$$5<x^2-4x\leq 6-3x$$

D 2次不等式の活用

目標 2次不等式を活用して、2次関数のグラフと x 軸の共有点の位置について考えられるようになる。(p.135 練習 52)

2次不等式を活用して、2次方程式の解や、グラフと x 軸の共有点について考えよう。

判別式を考えると2次不等式が出てくる問題については、ここまで学習したことを利用し、その組み合わせで解けるので、例題を設定せず、生徒自身で解く構成です。 …③

- 練習 49 (1) 2次方程式 $2x^2+2mx+1=0$ が実数解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。
(2) 2次関数 $y=2x^2+mx+m$ のグラフが x 軸と共有点をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

2次不等式の解の条件から、係数の条件を求めてみよう。

応用 例題 6 2次不等式 $x^2+2mx+m+2>0$ の解がすべての実数であるとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

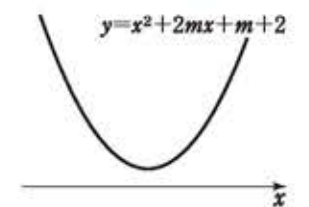
考え方 2次不等式 $x^2+2mx+m+2>0$ の解の条件を、2次関数 $y=x^2+2mx+m+2$ のグラフと x 軸の位置関係の条件に言いかえる。さらに、2次関数のグラフと x 軸の位置関係の条件は、2次方程式の解の条件に言い換えられる。

解答 2次方程式 $x^2+2mx+m+2=0$ の判別式を D とすると

$$D=(2m)^2-4\cdot 1\cdot (m+2) \\ =4(m^2-m-2)$$

2次関数 $y=x^2+2mx+m+2$ について、 x^2 の係数が正であるから、2次不等式の解がすべての実数であるのは $D<0$ のときである。

$$m^2-m-2<0 \text{ から} \\ (m+1)(m-2)<0 \\ \text{これを解いて} \quad -1<m<2$$



【?】 条件が $D\leq 0$ でなく $D<0$ であるのはなぜだろうか。

- 練習 50 2次不等式 $x^2-mx-m\geq 0$ の解がすべての実数であるとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

NEW!

2次不等式の解の条件を、2次関数のグラフの条件に言いかえて解く問題です。方程式、不等式とグラフの両面から捉えることは非常に重要であるため、考え方「言いかえる」を入れ、印象に残りやすくしています。 …②

2次関数のグラフとx軸の共有点の位置について考えよう。

応用例題 7 2次関数 $y=x^2-2mx-m+6$ のグラフとx軸の正の部分で異なる2点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。

考え方 条件を満たすような2次関数のグラフをいくつかかき、軸の位置や、グラフとy軸の交点のy座標などがどのように変わっていったらよいか考える。

解答 関数の式を変形すると

$$y=(x-m)^2-m^2-m+6$$

グラフは下に凸の放物線で、その軸は直線 $x=m$ である。

グラフとx軸の正の部分で異なる2点で交わるのは、次の [1], [2], [3] が同時に成り立つときである。

- [1] グラフとx軸が異なる2点で交わる。
- [2] グラフの軸がy軸の右側にある。
- [3] グラフとy軸の交点のy座標が正である。

[1] より、2次方程式 $x^2-2mx-m+6=0$ の判別式を D とすると、 $D>0$ である。

$$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot(-m+6)=4(m^2+m-6)$$

よって $m^2+m-6>0$ すなわち $(m+3)(m-2)>0$

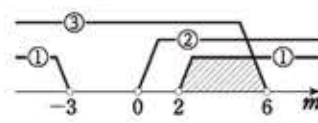
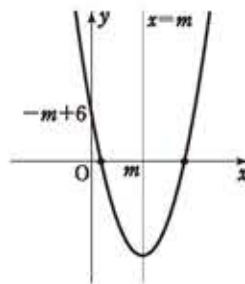
これを解くと $m<-3, 2<m$ …… ①

[2] から $m>0$ …… ②

[3] から $-m+6>0$

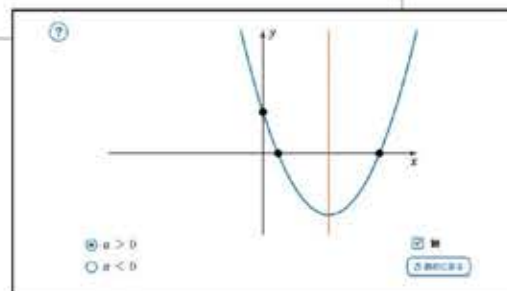
よって $m<6$ …… ③

①, ②, ③ の共通範囲を求めて $2<m<6$



【?】 3つの条件のうち [1], [2], [3] のそれぞれがない場合、グラフとx軸の共有点の位置についてどのような場合が考えられるだろうか。

【?】 で3つの条件を1つずつ検証することで、条件とグラフの関係を正確に理解することができます。デジタルコンテンツも大いに役立ちます。 …… ④



少しだけ変更したグラフを利用することで、3つの条件をさらに詳しく検証し、理解を深めます。そうすることで、その後の練習52にもしっかり取り組むことができます。 …… ②

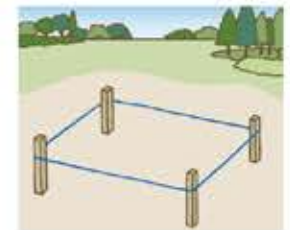
深める 練習 51 「2次関数 $y=-(x^2-2mx-m+6)$ のグラフとx軸の正の部分で異なる2点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。」という問題の場合、応用例題7の解答の [1], [2], [3] について、下線部を変更する必要があるものはどれか。また、どのように変更すればよいか。

- [1] グラフとx軸が異なる2点で交わる。
- [2] グラフの軸がy軸の右側にある。
- [3] グラフとy軸の交点のy座標が正である。

目標 練習 52 2次関数 $y=x^2+2mx+m+6$ のグラフとx軸の負の部分で異なる2点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。

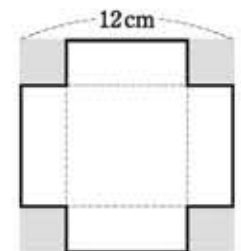
2次不等式を活用して、身近な問題を解決してみよう。

練習 53 長さが16mのロープを張って、長方形状の囲いを作る。囲いの中の面積を 12m^2 以上にするには、囲いの縦の長さがどのような範囲にあればよいか考えよう。ただし、結び目などは考えないものとし、長方形の長くない方の辺を縦であると決める。



- (1) 囲いの縦の長さを $x\text{m}$ として、長方形ができるような x の値の範囲を求めよ。
- (2) 囲いの中の面積が 12m^2 以上であることから、 x の不等式を作れ。
- (3) 囲いの縦の長さがどのような範囲にあればよいか求めよ。

練習 54 1辺が12cmの正方形の厚紙がある。この厚紙の四隅から合同な正方形を切り取り、ふたのない箱を作る。底面の正方形の1辺が6cm以上で、側面の4個の長方形の面積の和を 40cm^2 以上にするとき、切り取る正方形の1辺の長さをどのような範囲にとればよいか。



データの分析については、中学で既習のデータの整理、データの代表値、データの散らばりと四分位数の内容は、少し圧縮してマイナス2ページとし、その分を仮説検定の考え方などに割きました。(本冊子 p.49～53 参照) …②

Link MAP 1 データの整理

ここで学ぶこと

人の身長や体重、スポーツの成績、店舗の売上、テストの得点、アンケートの回答など、世の中はいろいろなデータであふれている。データの特徴や傾向を分析することは、有利な戦略を立てたり、判断の失敗を防いだりすることに役立つ。

この章では、データを分析するのに必要な考え方を学ぶ。

大量のデータは、ばらばらではその特徴や傾向が読み取りにくいいため、整理する必要がある。まずは、データを整理する方法から学んでいこう。

A データの整理

目標 データを度数分布表に整理したり、ヒストグラムで表したりして、データの傾向が読み取れるようになる。(p.193 練習 1)

身長や体重、スポーツの成績、テストの得点、所属クラスなどのように、ある特性を表すものを **変量** という。

また、変量についての観測値、測定値や調査結果などの集まりを **データ** という。テストの得点のように、数値として得られるデータを **量的データ** といい、所属クラスの「A組」「B組」「C組」などのように、数値ではないものとして得られるデータを **質的データ** という。

次のデータは、東京の2022年9月の日ごとの最高気温である。

32.7	25.1	29.1	31.8	31.3	32.0	30.0	26.0	28.8	30.6
28.3	30.9	31.2	32.3	27.1	31.1	31.1	26.7	30.8	27.8
24.2	24.9	25.1	25.8	27.6	29.1	29.0	27.5	26.7	28.3

(気象庁ホームページより作成、単位は℃)

データにおける観測値や測定値の個数を、そのデータの **大きさ** という。たとえば、上の最高気温のデータの大きさは30である。

データの散らばりの様子を **分布** という。

前ページの最高気温のデータは、右のような **度数分布表** に整理することができる。データを度数分布表に整理すると、その分布がわかりやすくなる。

度数分布表において、区切られた各区間を **階級**、区間の幅を **階級の幅**、各階級に含まれる値の個数を **度数** という。また、各階級の真ん中の値を **階級値** という。

東京の最高気温の度数分布表

階級(℃)	度数(日)
24以上26未満	5
26～28	7
28～30	6
30～32	9
32～34	3
計	30

右上の度数分布表において、階級の幅は2℃、26℃以上28℃未満の階級の階級値は27℃である。

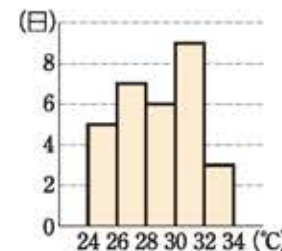
$(26+28) \div 2 = 27$

Link 考察 データ分布表の階級の幅は、データ全体の傾向がよく表されるように、適切な大きさを選ぶことが大切である。

度数分布表に整理したデータをグラフに表すと、さらに見やすくなる。

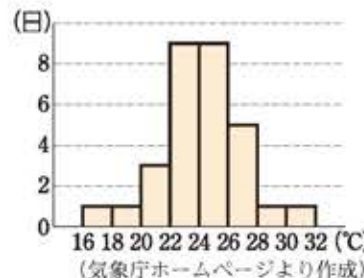
度数分布表を、柱状のグラフで表したものを **ヒストグラム** という。

前ページのデータをヒストグラムで表すと右の図のようになり、分布が簡単に読み取れる。



Link 練習 1 右の図は、札幌の2022年9月の日ごとの最高気温のデータをヒストグラムに表したものである。

- 最高気温が24℃以上30℃未満の日は何日あったか。
- 右のヒストグラムと、上の東京のヒストグラムを比較して、2022年9月における東京と札幌の日ごとの最高気温について、わかることを述べよ。



データをヒストグラムに表す、つまり図をかくことで分布が読み取りやすくなります。本冊子 p.29～31、42の2次関数の内容とは全く異なりますが、同じ **考え方** 「図をかく」が入っており、1つ1つの考え方の汎用性が高いことが直感的にわかるはずです。 …②

個々の統計量を求める計算をするだけでは、統計のよさは理解しにくいと思われます。統計を問題解決や判断に利用するためには、学んだ統計量のどれをどのように利用するかが重要です。「通学手段を判断する」という大きな問題を設定し、これまでに学んだ統計量を用いて自分なりの判断をする項目を設定しました。…②

6 データの分析を活用した問題解決

ここで学ぶこと

ここまで、データの代表値や散らばり、2つの変量の間関係などについて、それらを表す数値や図などを学んできた。

ここでは、それらを活用して実際の問題を解決する方法を考えていこう。

現実の問題を解決するには、ここまでで学んだ数値や図などのうち、どれを利用すればよいか判断する必要がある。

A データの分析を活用した問題解決

データを分析することで問題が解決できるようになる。



(p.219 練習 17)

ここまでで学んだ様々な数値や図などを用いて、次の問題を解決することを考えよう。



ある高校に通うAさんは、普段の通学手段をバスにするか自転車にするか迷っている。データを集めて分析することで、どちらの通学手段にするか判断してみよう。



Aさんは、それぞれの通学手段によって通学時間がどのようになるか、データを集めることにした。

バス、自転車それぞれで10日ずつ通学してみてかかった時間を調べたところ、次のようになった。

バス 22, 20, 18, 26, 53, 23, 20, 27, 19, 29 (分)

自転車 30, 31, 28, 35, 31, 29, 29, 30, 33, 32 (分)

このデータについて、バス、自転車それぞれのデータの平均値は、右の表のようになり、バスの方が約5分早いことがわかった。

バス	25.7分
自転車	30.8分

最終的には自分で分析する量を考え、その分析のもと判断する、という内容です。主体的に学ぶ姿勢が養われます。また、決まった正解があるわけではないので、生徒さんどうしの対話的な学びに発展させることができます。…②

「通学にかかる時間は、バスの方が平均で約5分早い」というだけで、Aさんがバスか自転車のどちらで通学するかを判断することに問題はないだろうか。

それぞれの通学手段について、他にも特徴がないか調べるため、データをさらに分析してみよう。



練習 17 前ページの、それぞれの通学手段による通学時間のデータについて、次の問いに答えよ。

- 平均値を単純に比べる以外の方法でデータを分析し、それぞれの通学手段についてわかることを述べよ。
- (1)でわかったことをもとに通学時間のみから判断すると、Aさんはバスか自転車のどちらで通学したらよいか。自分の考えを述べよ。

研究 統計的探究プロセス

実社会では、様々な社会的問題に応じて、統計的手法を用いた問題解決が行われている。そのときには、

「問題 → 計画 → データ → 分析 → 結論」

の5段階からなる統計的探究プロセスを意識することが大事である。

問題 …解決すべき事柄を把握し、統計で扱える問題を設定する。

計画 …設定した問題に対して、集めるべきデータと集め方を考える。

データ…計画にしたがってデータを集め、表などに整理する。

分析 …目的やデータの種類に応じてグラフにまとめたり、データに関する数値を求めたりして、特徴や傾向を把握する。

結論 …見いだした特徴や傾向から結論をまとめて表現したり、さらなる課題や改善点を見いだしたりする。



218, 219 ページの通学手段の例では、「通学手段をバスにするか自転車にするか判断する」という問題に対し、10日ずつの通学時間を調べる、という計画を立て、218 ページにあるようなデータを得た。それを、平均値を使った方法などで分析し、結論を得ようとしたことになる。

しかし、平均値での分析だけでは不十分であるかもしれず、他の分析方法を練習 17 で考えた。分析は、結論が得られるまで様々な方法を試さなければならないこともある。

また、バスによる通学時間は、交通事情やバスの運行本数などにも影響を受ける。このことについて、通学の時間帯の交通量のデータを新たに集めて、そのデータと合わせて再度分析することも考えられる。

このように、一度結論を得ても、さらなる課題を見いだして、もう一度問題の設定から始めるなど、

「問題 → 計画 → データ → 分析 → 結論」

のプロセスを繰り返すことで、より精度の高い分析を行うことができ、最適な結論に近づくことが可能になる。

また、実社会でのデータは、一般に非常に大量であり、手計算では処理しきれないことがほとんどである。そのような大量のデータを扱う際には、コンピュータなどの情報機器を用いて、グラフをかいたり、様々な計算を行ったりするとよい。



7 仮説検定の考え方

ここで学ぶこと

データには、ばらつきが付き物である。ばらつきのあるデータの全体的な傾向を把握し、分析するための方法をこれまで学んできた。

たとえば、全校生徒のうち 10 人にアンケートを行って 6 人が賛成したという結果が得られたとしよう。データがばらつくことを考えれば、もう一度別の 10 人に同じアンケートを行ったら、反対の方が多いという結果になるかもしれない。賛同が得られたと簡単に判断するのは危険である。一方、100 人にアンケートを行って 98 人が賛成したという結果が得られた場合は、賛同が得られたと判断してもよさそうである。

このような問題について、感覚的に判断するのではなく、数学で適切に判断する方法を学んでいこう。

A 仮説検定の考え方

目標 仮説検定の考え方をを用いて、適切な判断ができるようになる。

(p.224 練習 18)

次のような問題を考えてみよう。

ボールペンを製造している会社が、すでに販売しているボールペン A を改良して、新製品 B を開発した。B が A よりも書きやすいと感じる人が多いかを調査したいと考えたが、すべての消費者に調査するのは不可能である。そこで、無作為に選んだ 30 人にこれらのボールペンを使ってもらい、A、B のどちらが書きやすいと感じるかを回答してもらったところ、21 人が B と回答した。この結果から、消費者全体において、「B を書きやすいと感じる人の方が多い」と判断してよいだろうか。



仮説検定では、主張 [1] (対立仮説)、仮説 [2] (帰無仮説) をしっかり区別して理解する必要があります。前者を赤、後者を青に色付けし、区別できるようにしました。…②

前ページの問題について、30人の70%にあたる21人がBと回答したのだから、「Bを書きやすいと感じる人の方が多い」といえそうである。しかし、A、Bの書きやすさに明確な差はなく、「Aを書きやすいと感じる人もBを書きやすいと感じる人も同じくらい存在するが、Bを書きやすいと感じる人が偶然多く選ばれた」という可能性もある。

このような場合において、

[1] **Bを書きやすいと感じる人の方が多い**

と判断できるかどうかは、どのように考えればよいだろうか。

そのためにまず、**主張[1]**に反する次の仮説を立てよう。

[2] **Aを書きやすいと感じる人の割合と、Bを書きやすいと感じる人の割合は等しい**

この仮説[2]が正しいと仮定して、仮説のもとで、選ばれた30人中21人以上がBと回答する確率がどれくらいかを考える。もし、この確率が小さければ、仮説[2]が正しい可能性は低く、**主張[1]**が正しいと判断できそうである。

ふつう、この確率は計算で求めるが、ここでは、コインを投げる実験を通して確率を考えよう。仮説[2]が正しいと仮定したとき、A、Bどちらの回答も等しい確率で起こると考えることができる。よって、表と裏どちらが出る確率も等しい、すなわち公正なコインを30枚投げるといふ実験を通して、確率を考える。

コインの表が出る場合を、Bと回答する場合とする。

そして、30枚のコインを投げたときに表の出た枚数を記録していく。この実験を1000回繰り返したところ、次の表のような結果となった。

表の枚数	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	計
度数	2	6	8	31	37	96	110	138	144	131	117	72	66	22	12	5	3	1000



▶補足 コンピュータを使ったシミュレーションを行ってもよい。

* 225ページでは、実際に確率を計算している。

確率は、硬貨を投げるなどの実験を用いて考えますが、実験結果は教科書で与えました。また、実際に実験をしたい場合は、シミュレーションコンテンツを利用することもできます。…④



硬貨を投げる実験の結果をヒストグラムで表示し、「仮説のもとで相対度数2%という起こりにくいことがあった」ということがひと目でわかるようにしました。

仮説検定は数学Bでも扱われますが、このヒストグラムは、数学Bで正規分布を用いて仮説検定する際にもつながる図なので、数学Iでしっかり見せています。(本冊子 p.77 参照) …①

前ページの表から、相対度数を百分率で計算して図に表すと、右のようになる。

21枚以上表が出る場合の相対度数は

$$\frac{12+5+3}{1000}=0.02$$

すなわち2%である。

よって、**仮説[2]**のもとでは、21人以上がBと回答する確率は2%程度であると考えられる。

すなわち、2%程度という確率の小さいことがあったのだから、**仮説[2]**が正しい可能性は低いと考えられる。そう考えると、**主張[1]**は正しい、つまりBを書きやすいと感じる人の方が多いと判断してよさそうである。

以上のような、ある主張について仮説を立てて、得られたデータをもとに判断する手法を **仮説検定** という。

また、上では2%を確率が小さいとしたが、仮説検定では、基準となる確率をあらかじめ決めておき、それより小さければ確率が小さいと判断する。この基準は、5%や1%とすることが多い。

例 221ページの調査で、30人中19人がBと回答したとする。

6 **主張[1]**が正しいと判断できるか、基準となる確率を5%として考察してみよう。前ページのコイン投げの実験結果を利用すると、19枚以上表が出る場合の相対度数は

$$\frac{66+22+12+5+3}{1000}=\frac{108}{1000}=0.108 \quad \text{すなわち } 10.8\%$$

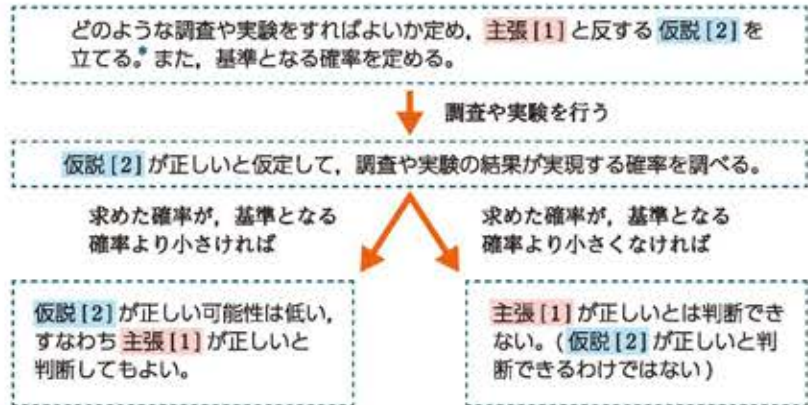
これは5%より大きいから、前ページの仮説[2]は否定できない。すなわち、Bを書きやすいと感じる人の方が多いとは判断できない。



仮説検定で仮説が棄却できない場合、仮説が正しいと判断できるわけではありません。実際に仮説検定を行う場合、その判断に注意が必要なところですので、丁寧に記述しました。…①

▶注意 前ページ例6のような結果だったとき、「仮説[2]が正しい」と判断できるわけではないことに注意が必要である。すなわち、「Aを書きやすいと感じる人の割合と、Bを書きやすいと感じる人の割合は等しい」と判断できるのではなく、「今回の回答の結果からは、Bを書きやすいと感じる人の方が多く、と判断できるだけの根拠が得られなかった」ということにすぎない。

仮説検定の考え方によって、主張[1]が正しいと判断してよいかは、次のような手順で考察する。



目標 練習 18 ある地域の水道局が、水道水の品質改善に取り組んでいる。無作為に選んだ地域の住民20人に、以前に比べて水道水がおいしくなったと感じるか回答してもらったところ、15人が以前よりおいしくなったと回答した。このデータから、地域の住民全体において、水道水がおいしくなったと感じる住民の方が多いと判断してよいか。仮説検定の考え方を、基準となる確率を5%として考察せよ。ただし、公正なコイン20枚を投げて表の出た枚数を記録する実験を1000回行ったところ、次の表のようになったとし、この結果を用いよ。



表の枚数	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	計
度数	2	3	17	35	83	118	164	182	163	104	81	34	7	6	1	1000

*仮説[2]を帰無仮説、主張[1]を対立仮説という。

NEW! 224 | 第5章 データの分析

仮説検定の手順をフローチャートで示しました。また、用語「帰無仮説」「対立仮説」は、脚注で扱いました。数学Bでは本文で扱っています。(本冊子 p.78 参照) …①

実験だけではなく、実際に確率を求める方法も紹介し、数学Bへスムーズにつながるようにしました。

また、数学Aを数学Iと並行して履修する場合、反復試行の確率は既に学んでいることが想定され、科目を超えて内容を理解することができる「発展」となっています。…①

発展 仮説検定と反復試行の確率

221~223ページのボールペンの調査に関する仮説検定において、「Aを書きやすいと感じる人の割合と、Bを書きやすいと感じる人の割合は等しい」という仮説[2]のもとで、30人中21人以上がBと回答する確率を、コイン投げの実験を通して考えた。この確率は、数学Aで学習する次の「反復試行の確率」を用いると計算することができる。

同じ条件のもとで繰り返すことができ、その結果が偶然によって決まる実験や観測を試行といい、その結果として起こる事柄を事象という。

1回の試行である事象の起こる確率を p とする。この試行を n 回行う反復試行で、その事象がちょうど r 回起こる確率は

$${}_n C_r p^r (1-p)^{n-r}$$

▶補足 ${}_n C_r$ は、異なる n 個のものから r 個を取り出して作る組合せの総数を表す。

仮説[2]が正しいとすると、A、Bどちらの回答も $\frac{1}{2}$ の確率で起こると考えられるから、21人以上がBと回答する確率は

$${}_{30} C_{21} \left(\frac{1}{2}\right)^{21} \left(\frac{1}{2}\right)^{30-21} + {}_{30} C_{22} \left(\frac{1}{2}\right)^{22} \left(\frac{1}{2}\right)^{30-22} + \dots + {}_{30} C_{29} \left(\frac{1}{2}\right)^{29} \left(\frac{1}{2}\right)^{30-29} + \left(\frac{1}{2}\right)^{30}$$

となる。これをコンピュータで計算すると、 $\frac{22964087}{1073741824} = 0.0213\dots$

となり、確率は約2.1%であるとわかる。222、223ページのコイン投げの実験で求めた相対度数2%は、この確率と近い値である。

練習 1 1枚のコインを6回投げたところ、表が5回出た。このコインは表が出やすいと判断してよいか。仮説検定の考え方を、基準となる確率を5%として考察せよ。



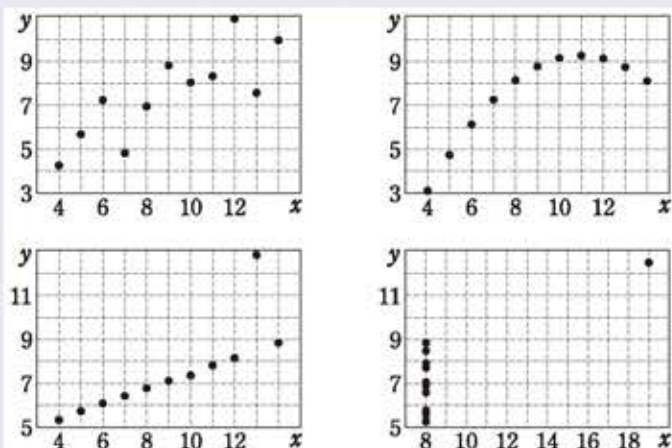
225

統計を実社会での問題解決や判断に利用することを想定し、求めた統計量から種々の判断をするときに注意すべき点として、「散布図に表すことの大切さ」「相関関係と因果関係」についてコラムで解説しました。…②

Column 散布図に表すことの大切さ

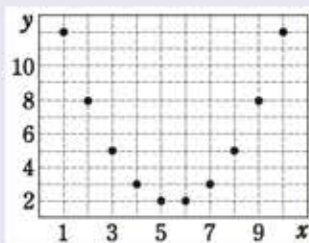


次の4つの散布図を見てください。 ← データの値は258ページ



散布図を見れば、4つのデータがそれぞれ異なるものであることは明らかですが、実は、 x と y の相関係数は4つとも0.82となります。つまり、 x と y の相関係数が同じだからといって、「同じ傾向をもつデータである」ということはできないのです。なお、4つの散布図について、 x の平均値と分散も4つとも同じであり、 y の平均値と分散も4つともほぼ一致しています。

ある実験をして、2つの変数 x と y の相関係数を計算したら0になったとします。しかし、このことだけから「 x と y には何の関係もない」と判断するのはやはり危険です。たとえば、右の散布図のように、 x と y に何らかの関係がありそうな場合でも相関係数が0になるのです。



2つの変数の関係を調べるときは、相関係数だけで判断せず、まず散布図に表して傾向を見ることが大切です。

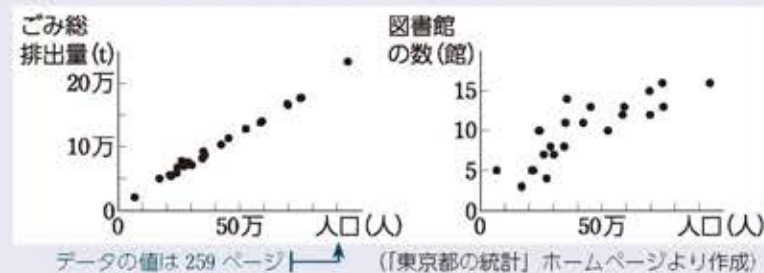
データの分析だけでなく、各科目の各章末にはコラムを多く掲載しています。数学の面白い話題や発展的な内容、現実社会との関わりなど、様々なテーマで数学の良さを伝えています。…①

Column 相関関係と因果関係

216ページのごみの総排出量と図書館の数の間には正の相関がありましたが、因果関係について、次のような可能性が主に考えられます。

- ① ごみの排出量が多いことが原因で、図書館が多くなる。
- ② 図書館が多いことが原因で、ごみの排出量が多くなる。
- ③ 何か別の要因があって、それが原因でごみの排出量と図書館の両方が多くなる。
- ④ 単なる偶然である。

216ページの通り、①、②は考えにくいですが、これは常識的な考えにもとづいて判断したのであって、データから直接それを否定する何かを読み取ったわけではありません。また、③として、人口が多いことが原因でごみの排出量と図書館の両方が多くなる、ということが考えられます。実際、人口とごみの総排出量、人口と図書館の数の散布図はそれぞれ下のようになります。相関係数は、前者はほぼ1、後者は0.84となり、どちらも正の相関があります。しかし、これも「常識的に③が納得しやすい」というだけであって、人口との間に正の相関があるからといって、③が正しいと断言できるわけではありません。



一般に、因果関係があるかどうかをデータのみから判断することは非常に難しいといえます。因果関係について調べる場合、そのデータの意味や、得られたデータ以外の周辺の要因まで考慮に入れて、慎重に考える必要があります。



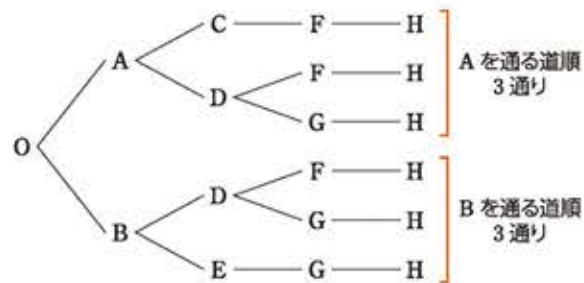
18 ページの道順の例について、道順を

[1] OからAに行く場合 [2] OからBに行く場合
の2つの場合に分けることができる。

[1], [2] の場合に重複はなく、次の関係が成り立っている。

道順の総数 Aを通る道順 Bを通る道順

$$6 \text{ 通り} = 3 \text{ 通り} + 3 \text{ 通り}$$



一般に、次の **和の法則** が成り立つ。

和の法則

2つの事柄AとBは同時には起こらないとする。
Aの起こり方が a 通りあり、Bの起こり方が b 通りあるとき、
AまたはBの起こる場合は、 $a+b$ 通りある。

▶補足 和の法則は、15 ページの和集合の要素の個数における、
 $A \cap B = \emptyset$ のとき $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
と対応している。

和の法則は、3つ以上の事柄についても、同じように成り立つ。

少し複雑な場合の数を、いくつかの場合に分けて求めてみよう。このとき、和の法則を用いて求めることになる。

考え方 分けて考える

NEW!

学んだ和の法則をどのようなときに用いるのかを明記していますので、全体像を把握しながら学ぶことができます。

さらに、**考え方** として「分けて考える」を入れています。排反事象の確率のところ(教科書 p.53)にも入れているので、同じ考え方をしていることを意識しながら学べます。 …②

誤りを指摘する問題を扱いました。
批判的な思考力を自然に養うことができます。 …②

例 3 1個のさいころを2回投げるとき、目の和が5の倍数になる場合は何通りあるか求める。
目の和が5の倍数になるのは、5または10になる場合である。
目の和が5になるのは、
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) の4通り。 ← (1回目, 2回目) のように、出る目を示している。
目の和が10になるのは、
(4, 6), (5, 5), (6, 4) の3通り。
和の法則により $4+3=7$ すなわち 7通り [終]

目標 練習 9 1個のさいころを2回投げるとき、目の和が次のようになる場合は何通りあるか。

- (1) 7または8 (2) 6の倍数 (3) 4の倍数

深める 練習 10 練習9で、目の和が6の倍数または4の倍数である場合が何通りあるか求めたい。このとき、次の方法が誤りである理由を説明せよ。

(2)で求めた6の倍数になる場合の数と、(3)で求めた4の倍数になる場合の数について、和の法則を適用する。

C 積の法則

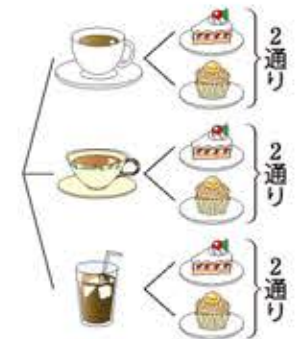
目標 積の法則を用いて場合の数が求められるようになる。 (p.23 練習 13)

3種類の飲み物と2種類のケーキからそれぞれ1種類ずつ選ぶとき、そのセットの種類数を求めよう。

飲み物の選び方は3通りあり、どの場合に対しても、ケーキの選び方は2通りずつある。

よって、樹形図は右の図のような規則的なものになり、セットの種類数は

$3 \times 2 = 6$ すなわち 6通りと求めることができる。



初版の「数学と人間の活動」は、身の回りの題材を交えながら、整数の本格的な内容を扱っていました。

改訂版では、純粋な整数の内容を第1節に、身の回りの題材については第2節に、分けて扱いました。第1節を中心に扱うと、整数の内容も他の章と同じように扱うことができます。…①

4 整数の割り算

ここで学ぶこと

小学校では、自然数を自然数で割る割り算を行い、商と余りを求めることを学んだ。たとえば、100を3で割る割り算は、右のように計算して

$$\begin{array}{r} 33 \\ 3 \overline{)100} \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \text{ ← 余り} \end{array}$$

100を3で割ると 商は33、余りは1である。このことは、次の等式で表すことができる。

$$100 = 3 \cdot 33 + 1$$

この計算を整数の範囲に広げた場合、たとえば、-100を3で割る割り算はどのように考えることができるだろうか。

ここでは、整数の範囲における割り算について考えてみよう。

A 割り算における商と余り

目標 整数を正の整数で割ったときの商と余りが求められるようになる。(p.151 練習14)

自然数100を3で割ると、商は33で余りは1である。この関係を式で書くと、 $100 = 3 \cdot 33 + 1$ となる。

ここで、商33は、余りが割る数3よりも小さい0以上の整数になるように求めている。このようにして求めた商と余りはただ1通りである。

整数を正の整数で割る割り算についても、上の自然数のときと同様の等式を満たす商と余りがただ1通りに定まる。

一般に、次のことが成り立つ。

整数の割り算

整数 a と正の整数 b に対して

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

を満たす整数 q と r がただ1通りに定まる。

必要に応じて「考え方」を入れていることも、他の章と同じです。…②

前ページの等式 $a = bq + r$ において、

q を、 a を b で割ったときの 商、

r を、 a を b で割ったときの 余り

という。 $r=0$ のとき、 a は b で 割り切れる といい、

$r \neq 0$ のとき、 a は b で 割り切れない という。

整数を正の整数で割ったときの商と余りを求めてみよう。

例 (1) $43 = 5 \cdot 8 + 3$

8 であるから、43を5で割ったときの商は8、余りは3

(2) $-100 = 3 \cdot (-34) + 2$

であるから、-100を3で割ったときの商は-34、余りは2

注意 (2) $-100 = 3 \cdot (-33) - 1$ が成り立つが、商は-33、余りは-1ではない。割る数3に対して、余り r は $0 \leq r < 3$ を満たしていなければならない。

考え方 定義にもどる

目標 **練習** 14 次の a 、 b について、 a を b で割ったときの商と余りを求めよ。

(1) $a=29$, $b=6$

(2) $a=-15$, $b=4$

B 割り算の余りの性質

目標 整数の割り算の余りについて成り立つ性質を理解し、和や差などの余りが求められるようになる。(p.152 練習15)

割り算の余りについて、成り立つ性質を調べよう。

たとえば、 a を5で割ったときの余りが r であるとき、 k を整数として

$$a = 5k + r$$

と表される。このことを用いて調べていく。

考え方 文字でおく

例 9 2つの整数 a, b を5で割ったときの余りがそれぞれ2, 4であるとき、 $a+b, a-b, ab$ を5で割ったときの余りを求める。

a, b は、 k, l を整数として、

$$a=5k+2, \quad b=5l+4$$

と表される。

$$a+b=(5k+2)+(5l+4)=5(k+l)+2+4$$

$$=5(k+l+1)+1$$

$k+l+1$ は整数であるから、 $a+b$ を5で割った余りは1である。

$$a-b=(5k+2)-(5l+4)=5(k-l)+2-4$$

$$=5(k-l-1)+3$$

$k-l-1$ は整数であるから、 $a-b$ を5で割った余りは3である。

$$ab=(5k+2)(5l+4)$$

$$=5^2kl+5k \cdot 4+2 \cdot 5l+2 \cdot 4$$

$$=5(5kl+4k+2l+1)+3$$

$5kl+4k+2l+1$ は整数であるから、 ab を5で割った余りは3である。

終

例9において、それぞれの余りに着目すると

$$a+b=(5k+2)+(5l+4)=5(k+l)+(2+4)$$

$$a-b=(5k+2)-(5l+4)=5(k-l)+(2-4)$$

$$ab=(5k+2)(5l+4)=5(5kl+4k+2l)+2 \cdot 4$$

が成り立っている。よって、次のことがいえる。

($a+b$ を5で割った余り) = (余りの和 $2+4$ を5で割った余り)

($a-b$ を5で割った余り) = (余りの差 $2-4$ を5で割った余り)

(ab を5で割った余り) = (余りの積 $2 \cdot 4$ を5で割った余り)

目標 練習 15 a, b は整数とする。 a, b を7で割ったときの余りがそれぞれ3, 4

であるとき、次の数を7で割ったときの余りを求めよ。

- (1) $a+b$ (2) $2a-3b$ (3) a^2 (4) a^2-b^2

C 余りによる整数の分類

目標 余りによって整数を分類して、証明ができるようになる。

(p.154 練習 17)

整数を2で割ったときの余りは、0, 1のいずれかである。したがって、すべての整数は、整数 k を用いて

$$2k, \quad 2k+1$$

のいずれかの形に表される。

$2k$ で表される数は偶数、 $2k+1$ で表される数は奇数である。

偶数と奇数は交互に現れるから、連続する2つの整数には、必ず偶数、すなわち2の倍数が含まれる。よって、次のことが成り立つ。

連続する2つの整数の積は2の倍数である。

練習 次のことを証明せよ。

16 奇数の2乗から1を引いた数は、8の倍数である。

整数を3で割ったときの余りは、0, 1, 2のいずれかであるから、すべての整数は、整数 k を用いて

$$3k, \quad 3k+1, \quad 3k+2$$

のいずれかの形に表される。

▶補足 連続する3つの整数には、必ず2の倍数と3の倍数が含まれるから、連続する3つの整数の積は6の倍数である。

一般に、整数を正の整数 m で割ったときの余りに着目すると、すべての整数は、整数 k を用いて次のいずれかの形に表される。

$$mk, \quad mk+1, \quad \dots, \quad mk+(m-1) \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{余りは0から} \\ m-1\text{のいずれか} \end{array}$$

余り0 余り1 余り $m-1$

整数についての証明をするとき、整数全体を、ある正の整数で割ったときの余りで分類して考えることがある。

余りで分類して証明する問題は大学入試でも頻出です。応用例題として新たに追加しました。さらに、【?】ではこの証明が正しいことを説明させることで、剰余類に関して深い理解を促します。…②

整数全体を、ある正の整数で割ったときの余りで分類して、整数に関する証明をしてみよう。

応用例題

n は整数とする。次のことを証明せよ。

1

n^2 を 3 で割ったときの余りは、2 ではない。

考え方

3 で割ったときの余りの問題であるから、整数全体を、3 で割ったときの余りで分類して証明する。

考え方 分けて考える

証明

すべての整数は、整数 k を用いて、

$$3k, \quad 3k+1, \quad 3k+2$$

のいずれかの形に表される。

[1] $n=3k$ のとき

$$n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3 \cdot 3k^2$$

[2] $n=3k+1$ のとき

$$n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$$

[3] $n=3k+2$ のとき

$$n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

よって、いずれの場合も、 n^2 を 3 で割ったときの余りは、2 ではない。 [終]

【?】これで、すべての整数 n について証明できている理由を説明してみよう。



目標

練習 n は整数とする。次のことを証明せよ。

17

n^2 を 5 で割ったときの余りは、0 か 1 か 4 である。

整数の割り算と人間の活動との関わりについては、177 ページで取り上げている。

必要に応じて第2節にある身の回りの題材も扱えるよう、参照ページを入れています。(本冊子 p.67 参照) …①

本冊子 p.60 の内容について、その一般論を「研究」として取り上げました。次ページの「発展 合同式」につながる内容です。…①

【研究】和、差、積の余り

152 ページ例9で調べたように、2つの整数 a, b を 5 で割ったときの余りがそれぞれ 2, 4 であるとき、 $a+b, a-b, ab$ を 5 で割ったときの余りは、それぞれ $2+4, 2-4, 2 \cdot 4$ を 5 で割ったときの余りに等しい。

一般に、 m を正の整数とし、2つの整数 a, b を m で割ったときの余りを、それぞれ r, r' とすると、次のことが成り立つ。

- 1 $a+b$ を m で割った余りは $r+r'$ を m で割った余りに等しい。
- 2 $a-b$ を m で割った余りは $r-r'$ を m で割った余りに等しい。
- 3 ab を m で割った余りは rr' を m で割った余りに等しい。

【3の証明】 q, q' を整数として、

考え方 文字でおく

$$a = mq + r, \quad b = mq' + r' \quad \text{とおくと}$$

$$\begin{aligned} ab &= (mq+r)(mq'+r') = m^2qq' + mqr' + rmq' + rr' \\ &= m(mqq' + qr' + q'r) + rr' \end{aligned}$$

よって、 ab を m で割った余りは、 rr' を m で割った余りに等しい。 [終]

1, 2 も、同様にして証明することができる。

3 から、 k を正の整数とすると、次のことが成り立つ。

4 a^k を m で割った余りは、 r^k を m で割った余りに等しい。

【例1】 5^{100} を 4 で割った余りを求める。

5 を 4 で割った余りは 1 である。

よって、 5^{100} を 4 で割った余りは、 1^{100} を 4 で割った余りに等しい。したがって、 5^{100} を 4 で割った余りは 1 である。 [終]

【練習】次のものを求めよ。

- 1 (1) 7^{100} を 6 で割った余り (2) 2^{300} を 7 で割った余り

発展 合同式

a, b は整数, m は正の整数とする。

a を m で割ったときの余りと, b を m で割ったときの余りが等しいとき, $a-b$ は m の倍数である。このとき, a と b は m を **法** として **合同** であるという。また, このことを

$$a \equiv b \pmod{m}$$

と表す。このような式を **合同式** という。

以下では, a, b, c, d は整数, m, k は正の整数とする。

合同式について, 次のことが成り立つ。

- [1] $a \equiv a \pmod{m}$
- [2] $a \equiv b \pmod{m}$ のとき $b \equiv a \pmod{m}$
- [3] $a \equiv b \pmod{m}, b \equiv c \pmod{m}$ のとき $a \equiv c \pmod{m}$

$a \equiv c \pmod{m}, b \equiv d \pmod{m}$ のとき

- 1 $a+b \equiv c+d \pmod{m}$ 2 $a-b \equiv c-d \pmod{m}$
- 3 $ab \equiv cd \pmod{m}$ 4 $a^k \equiv c^k \pmod{m}$

[3の証明] $a \equiv c \pmod{m}, b \equiv d \pmod{m}$ のとき, 整数 l, l' を用いて

$$a-c=ml, \quad b-d=m'l'$$

考え方 定義にもどる

と表される。

$$\begin{aligned} \text{よって } ab-cd &= ab - ad + ad - cd \\ &= a(b-d) + d(a-c) \\ &= aml' + dml \\ &= m(al' + dl) \end{aligned}$$

したがって $ab \equiv cd \pmod{m}$

1, 2 も, 同様にして証明することができる。

3 で $b=a, d=c$ とすると,

$$a^2 \equiv c^2 \pmod{m}$$

が成り立つ。同様に考えると,

$$a^3 \equiv c^3 \pmod{m}, \quad a^4 \equiv c^4 \pmod{m}, \dots$$

が成り立ち, 4 が成り立つことがわかる。

合同式を利用して, 整数の割り算の余りを求めてみよう。

例1 5^{100} を 4 で割った余りを求める。

← 155 ページ例1 参照

$$5 \equiv 1 \pmod{4} \text{ であるから } 5^{100} \equiv 1^{100} \pmod{4}$$

$$1^{100} = 1 \text{ であるから, } 5^{100} \text{ を 4 で割った余りは 1 である。}$$

練習 1 15^{100} を 7 で割った余りを求めよ。

例2 n を整数として, n を 5 で割った余りが 3 であるとする。

(1) n^4 を 5 で割った余りを求める。

$$n \equiv 3 \pmod{5} \text{ のとき } n^4 \equiv 81 \pmod{5}$$

$$81 \equiv 1 \pmod{5} \text{ より } n^4 \equiv 1 \pmod{5}$$

よって, n^4 を 5 で割った余りは 1 である。

(2) n^2+n+1 を 5 で割った余りを求める。

$$n \equiv 3 \pmod{5} \text{ のとき}$$

$$n^2+n+1 \equiv 3^2+3+1 \pmod{5}$$

$$3^2+3+1=13, \quad 13 \equiv 3 \pmod{5} \text{ より}$$

$$n^2+n+1 \equiv 3 \pmod{5}$$

よって, n^2+n+1 を 5 で割った余りは 3 である。

練習 2 n は整数とする。 n を 9 で割った余りが 2 であるとき, 次のものを求めよ。

(1) n^5 を 9 で割った余り

(2) $2n^2+n+1$ を 9 で割った余り

前述の通り、身の回りの題材については、第2節でまとめて取り上げています。第1節の項目ごとにとまとまっていますので、取捨選択がしやすくなっています。

ここでは、教科書 p.145~148「最大公約数・最小公倍数」に対応した内容として、干支について扱っています。 …①

C 最小公倍数と干支

目標 最小公倍数と人間の活動との関わりを理解しよう。 (p.176 練習 32)

145~148 ページでは、最大公約数、最小公倍数について学んだ。ここでは、身の周りで最小公倍数と関連のある例として、干支について考えてみよう。

「干支」を知っているだろう。12年周期で繰り返す「十二支」

子 丑 寅 卯 辰 巳 午 未 申 酉 戌 亥

のことを干支ということも多いが、正確には、この十二支に10年周期で繰り返す「十干」

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚 辛 壬 癸

を組み合わせたものを干支という。

たとえば、オリンピック・パラリンピックが東京で初めて行われた1964年の干支は「甲辰」で、そこから24年間の干支は次の表の通りである。



1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975
甲辰	乙巳	丙午	丁未	戊申	己酉	庚戌	辛亥	壬子	癸丑	甲寅	乙卯
1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
丙辰	丁巳	戊午	己未	庚申	辛酉	壬戌	癸亥	甲子	乙丑	丙寅	丁卯

目標 練習 1964年の次に干支が「甲辰」になるのは何年か求めよ。

干支のように、周期が整数になっているものを複数考える場面では、公倍数の考えが活用できることがある。

本冊子 p.58~62の「整数の割り算」に対応した内容として、百五減算について扱っています。第1節とは切り離されているので、探究的な学習の題材にするなど、扱い方の幅が広がります。 …①

D 整数の割り算と百五減算

目標 整数の割り算と人間の活動との関わりを理解しよう。 (p.178 練習 34)

150~154 ページでは、整数の割り算について学んだ。ここでは、整数の割り算や余りを用いて考える問題として、江戸時代の数学書「塵劫記」にある「百五減算」について考えてみよう。

次の問題について考えてみよう。

問題 私の年齢を3で割った余りは2であり、5で割った余りは3、7で割った余りは4である。私の年齢はいくつだろうか。ただし、105歳より下である。

練習 104以下の自然数について、次の問いに答えよ。

- 33
- 7で割った余りが4になる自然数を、小さい順に書き出せ。
 - (1)の自然数を5で割った余りをその数の下に書け。
 - (2)で余りが3になった自然数について、3で割った余りをさらにその下に書き、余りが2になる自然数を見つけよ。

上の問題について、「塵劫記」には、「百五減算」とよばれる次のような方法が書かれている。

年齢を3, 5, 7で割った余りをそれぞれ a, b, c とし、

$$70a + 21b + 15c$$

を計算する。その値が105より大きければ105未満の自然数になるように105を繰り返し引く。105未満になったらその値が答えである。

すなわち、 $70a + 21b + 15c$ を105で割った余りが答えである。

この問題では、 $a=2, b=3, c=4$ であるから

$$70a + 21b + 15c = 70 \cdot 2 + 21 \cdot 3 + 15 \cdot 4 = 263$$

$$263 - 105 = 158, \quad 158 - 105 = 53$$

この結果から、求める年齢は53歳であるとわかる。

研究 2直線の交点を通る直線

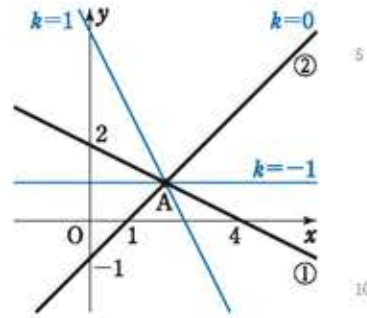
2直線の交点を通る直線について考えてみよう。

2直線 $x+2y-4=0$ ……①, $x-y-1=0$ ……② は1点で交わる。その交点をAとする。



ここで、 k を定数として、方程式 $k(x+2y-4)+(x-y-1)=0$ ……③

を考える。



練習 1 方程式③の表す図形は、 k の値に関わらず2直線①、②の交点Aを通る。この理由を説明せよ。

また、③を整理すると $(k+1)x+(2k-1)y-4k-1=0$
 係数 $k+1, 2k-1$ は同時に0になることはないから、③は x, y の1次方程式である。したがって、③は2直線①、②の交点を通る直線を表す。ただし、直線①は表さない。

例1 上の2直線①、②の交点と、点(0, 3)を通る直線の方程式を求めよう。

k を定数として $k(x+2y-4)+(x-y-1)=0$ ……③
 とすると、③は2直線の交点を通る直線を表す。

直線③が点(0, 3)を通るから、③に $x=0, y=3$ を代入して $2k-4=0$ よって $k=2$

これを③に代入して整理すると $x+y-3=0$ 終

練習 2 例1を、方程式 $(x+2y-4)+k(x-y-1)=0$ を用いて解け。

練習 3 2直線 $2x-y+1=0, x+y-4=0$ の交点と、点(-2, 1)を通る直線の方程式を求めよ。

問題

- 1 原点Oと点A(6, 2), B(2, 4)の3点を頂点とする△OABは、直角二等辺三角形であることを示せ。 → p.80
- 2 4点A(1, 1), B(4, 3), C(2, 6), Dを頂点とする平行四辺形ABCDについて、次の点の座標を求めよ。 → p.83
 - (1) 対角線ACの中点M
 - (2) 頂点D
- 3 3点A(1, 5), B(6, -3), C(x, y)を頂点とする△ABCの重心の座標が(1, 3)であるとき、 x, y の値を求めよ。 → p.84
- 4 2点A(4, 0), B(0, 2)を通る直線の方程式を求めよ。 → p.88
- 5 2直線 $3x-4y+5=0, 2x+y-4=0$ の交点を通り、次の条件を満たす直線の方程式を、それぞれ求めよ。 → p.90
 - (1) 直線 $2x+5y=0$ に平行
 - (2) 直線 $2x+5y=0$ に垂直
- 6 2直線 $ax+by+c=0, a'x+b'y+c'=0$ について、次のことを証明せよ。ただし、 $b \neq 0, b' \neq 0$ とする。 → p.90

2直線が平行 $\Leftrightarrow ab'-ba'=0$
 2直線が垂直 $\Leftrightarrow aa'+bb'=0$
- 7 2点A(a, b), B(b, a)は、直線 $y=x$ に関して対称であることを示せ。ただし、 $a \neq b$ とする。 → p.91
- 8 2点A(4, -2), B(-2, 6)について、次の問いに答えよ。
 - (1) 線分ABの長さを求めよ。
 - (2) △OABの面積を求めよ。ただし、Oは原点とする。



直線の平行条件、垂直条件を証明する問題を扱いました。

2つの図形の共有点の座標は、円と直線を用いて既に学んでいます。
2円でも同じであることを例題前に補足し、内容のつながりを意識して学べるようにしました。 …②

B 2つの円の共有点の座標

目標 2つの円の共有点の座標が求められるようになる。(p.108 練習 34)

100ページ例題4で円と直線の共有点の座標を求めたように、2つの円が共有点をもつとき、その共有点の座標は、2つの円の方程式を連立させた連立方程式を解くことによって求めることができる。

2つの円について、共有点の座標を求めてみよう。

応用例題 次の2つの円の共有点の座標を求めよ。

4 $x^2+y^2=5$, $x^2+y^2-6x-2y+5=0$

考え方 100ページ例題4と同様に1つの文字を消去したいが、簡単には消去できない。 x^2 , y^2 の項を消去して x , y の1次方程式を導くと、1つの文字を消去できる。

解答
$$\begin{cases} x^2+y^2-5=0 & \dots\dots ① \\ x^2+y^2-6x-2y+5=0 & \dots\dots ② \end{cases}$$

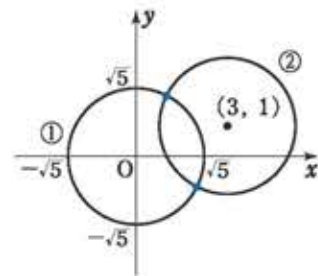
①-②から $6x+2y-10=0$
すなわち $y=-3x+5$ ……③

③を①に代入して整理すると
 $x^2-3x+2=0$

これを解くと $x=1, 2$

③に代入して
 $x=1$ のとき $y=2$, $x=2$ のとき $y=-1$

よって、共有点の座標は $(1, 2)$, $(2, -1)$



? ③の方程式は、どのような直線を表しているだろうか。

目標 練習 次の2つの円の共有点の座標を求めよ。

34 $x^2+y^2=10$, $x^2+y^2-2x-y-5=0$

* $x^2+y^2=5$ を②に代入して③を導いてもよい。

NEW!

2円の交点を通る図形を「研究」として扱いました。
本冊子68ページで2直線の交点を通る直線を扱っており、そこで考えたものと同様の方程式を考えます。**考え方**「方法をまねる」を入れてありますので、2つの内容のつながりが意識しやすくなっています。 …②

例題 2つの円の交点を通る図形

94ページで、2直線の交点を通る直線について考えた。ここでは、2つの円の交点を通る図形について考えよう。

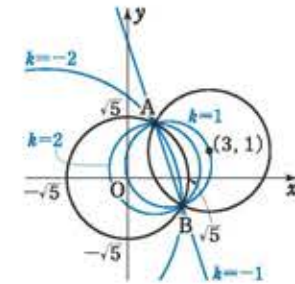
前ページ応用例題4の2つの円

$x^2+y^2-5=0$ ……①, $x^2+y^2-6x-2y+5=0$ ……②

は2点で交わる。その交点をA, Bとする。

Link ここで、 k を定数として、方程式 $k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0$ ……③

を考える。**考え方** 方法をまねる
94ページ練習1で考えたように、方程式③の表す図形は、 k の値に関わらず2つの円の交点A, Bを通る。



③を整理すると $(k+1)x^2+(k+1)y^2-6x-2y-5k+5=0$
よって、 $k \neq -1$ のとき、③は①, ②の交点を通る円を表し、
 $k = -1$ のとき、③は①, ②の交点を通る直線を表す。

▶注意 ③は、円①は表さない。

例1 上の円①, ②の2つの交点と、点(0, 3)を通る円の方程式を求めてみよう。 k を定数として

$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0$ ……③

とすると、③は2つの円の交点を通る図形を表す。

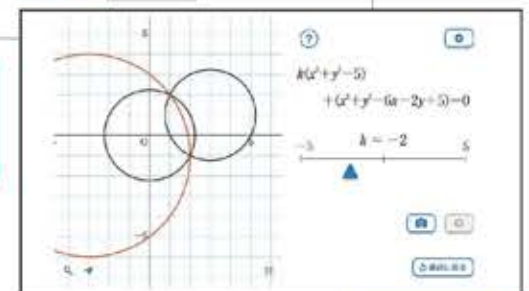
③の表す図形が点(0, 3)を通るから、③に $x=0$, $y=3$ を代入して $4k+8=0$ よって $k=-2$

これを③に代入して整理すると $x^2+y^2+6x+2y-15=0$ 図

練習 2つの円 $x^2+y^2-4=0$, $x^2+y^2-4x+2y-6=0$ の2つの交点と点(1, 2)を通る円の方程式を求めよ。



k が動くときに図形群がどのようになるか、QRコンテンツで見られるようになっています。 …④



「標本平均」は理解しにくい概念です。標本を抽出してその平均値を考える、という具体的な内容を導入に追加し、イメージしやすくしました。 …②

7 標本平均の分布

ここで学ぶこと

母集団から無作為抽出した標本の平均値について考えよう。標本の平均値のことを標本平均という。標本平均が母集団の平均値、すなわち母平均に近くなることは、中学校で学んでいる。また、標本平均と母平均には誤差が生じることも中学校で学んでいる。

たとえば、たまたま母平均より大きい値の標本を抽出すれば、標本平均は母平均より大きくなる。すなわち、標本平均は、抽出した標本によって異なり、標本平均が母平均からどれくらい離れるかも標本によって異なる。ここでは、標本平均が母平均からどれくらい離れることがあるのか、確率を用いて考えていくことにしよう。確率を用いることで、標本から母集団分布を推測するとき、標本平均が母平均からどれくらい離れるかも考慮した推測ができるようになる。

標本の大きさを決めると、標本平均は1つの確率変数である。この確率変数の確率分布について調べる。

A 標本平均の期待値と標準偏差

目標 標本平均の期待値と標準偏差が求められるようになる。

(p.95 例③)

母集団から無作為抽出した標本について、その平均値を考えよう。

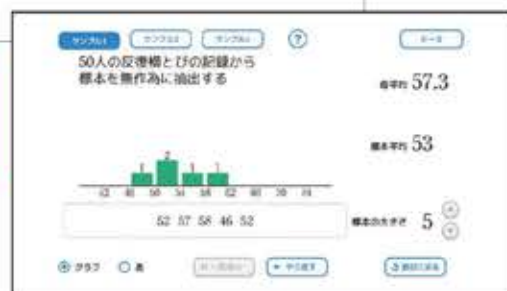
母集団から大きさ n の無作為標本を抽出し、それらの変数 x の値を X_1, X_2, \dots, X_n とするとき、その平均値

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

を **標本平均** という。

Unk 考察 X_1, X_2, \dots, X_n は、標本を抽出するという試行の結果によってその値が定まるから、確率変数である。したがって、 n を固定するとき、標本平均 \bar{X} も1つの確率変数となる。

さらに、実際に標本を繰り返し抽出して平均値を計算するシミュレーションコンテンツをご用意しました。 …④



具体的な確率変数について、標本平均を計算してみる例を新たに追加しました。理解しにくい「標本平均」の概念について、導入部分でできるだけ丁寧に扱っています。 …③

例 20 標本平均

数字1の札が50枚、数字2の札が50枚ある。この合計100枚の札を母集団とし、札の数字を変数と考える。

母集団から、復元抽出によって大きさ3の無作為標本を抽出し、その札の数字の平均値、すなわち標本平均を \bar{X} とする。

$$1 \text{ を } 1 \text{ 回, } 2 \text{ を } 2 \text{ 回抽出したとき } \bar{X} = \frac{1+2+2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$1 \text{ を } 3 \text{ 回抽出したとき } \bar{X} = \frac{1+1+1}{3} = 1$$

このように、 \bar{X} の値は抽出した標本によって異なる。

また、 \bar{X} がそれぞれの値をとる確率が定まるから、標本平均 \bar{X} は確率変数である。 **終**

たとえば、1を3回抽出する確率は $\left(\frac{50}{100}\right)^3 = \frac{1}{8}$ であるから $P(\bar{X}=1) = \frac{1}{8}$

▶補足 確率変数 \bar{X} の確率分布は、右の表ようになる。

\bar{X}	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	計
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

標本平均 \bar{X} の確率分布と母集団分布の関係を調べてみよう。まず、 \bar{X} の期待値 $E(\bar{X})$ と母平均との関係について調べる。

母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から、大きさ n の無作為標本を 復元抽出し、それらの変数 x の値を X_1, X_2, \dots, X_n とする。各 X_k は、どれも大きさ1の標本で、母集団分布に従う確率変数であるから

$$E(X_1) = E(X_2) = \dots = E(X_n) = m$$

$$\begin{aligned} \text{よって } E(\bar{X}) &= \frac{1}{n} \{E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)\} \\ &= \frac{1}{n} \cdot nm = m \end{aligned}$$



標本の大きさを大きくしたときに、標本平均がとる値についての確率を問い掛けています。標本平均の標準偏差などから計算で考えることも重要ですが、標本の大きさが大きくなると、標本平均の分布がどのようなようになるか感覚的に理解してほしいところです。大数の法則(教科書 98 ページ)の理解にもつながる問い掛けです。 …②

標本平均についての確率を、正規分布を利用して求めてみよう。

例題
3

母平均 50、母標準偏差 20 の母集団から、大きさ 100 の無作為標本を抽出するとき、その標本平均 \bar{X} が 54 より大きい値をとる確率を求めよ。

解答

標本の大きさは $n=100$ 、母標準偏差は $\sigma=20$ であるから、標

本平均 \bar{X} の標準偏差は $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{10} = 2$

また、母平均は $m=50$ であるから、 \bar{X} は、近似的に正規分布 $N(50, 2^2)$ に従う。

よって、 $Z = \frac{\bar{X}-50}{2}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$\bar{X}=54$ のとき $Z=2$ であるから、求める確率は

$$P(\bar{X} > 54) = P(Z > 2) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2) \\ = 0.5 - 0.47725 = 0.02275$$

【?】 標本の大きさを 100 より大きくするとき、標本平均 \bar{X} が 54 より大きい値をとる確率は、0.02275 と比べてどのようなになるだろうか。

目標
練習
33

母平均 100、母標準偏差 50 の母集団から、大きさ 400 の無作為標本を抽出するとき、その標本平均 \bar{X} が 96 以上 104 以下の値をとる確率を求めよ。

C 標本比率の分布と正規分布

目標

標本比率の分布について理解しよう。

(p.98 練習 34)

たとえば、ある工場で製造された製品に含まれる不良品の割合を調べる場合のように、母集団においてある 1 つの特性をもつものの割合を調べることがある。このようなときも、正規分布を利用して標本についての確率を考えることができる。

NEW!

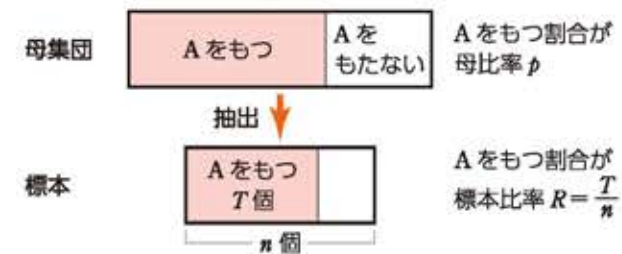
「標本比率」も理解しにくい概念です。

母比率との関連を含めて図式化し、視覚的に理解しやすくしました。 …③

一般に、母集団の中である特性 A をもつものの割合を、その特性 A の **母比率** という。また、抽出された標本の中で特性 A をもつものの割合を **標本比率** という。標本比率も標本平均と同様、標本を抽出するという試行の結果によってその値が定まるから、**確率変数**である。

ここでは、標本比率の確率分布について考えよう。

特性 A の母比率が p である十分大きな母集団から、大きさ n の無作為標本を抽出し、そのうち特性 A をもつものの個数を T とする。このとき、標本比率 R は $R = \frac{T}{n}$ で求められる。



ここで、 T は二項分布 $B(n, p)$ に従う確率変数である。よって、 $q=1-p$ とすると、85 ページで学んだことから、 n が十分大きいとき、 T は近似的に正規分布 $N(np, npq)$ に従う。

$R = \frac{T}{n}$ であるから、標本平均 R は近似的に正規分布 $N\left(\frac{np}{n}, \frac{npq}{n^2}\right)$ すなわち $N\left(p, \frac{pq}{n}\right)$ に従うとみなすことができる。

▶補足 大きさ n の無作為標本の 1 つ 1 つに対して、確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n の値を次のように定める。

k 番目の標本 ($k=1, 2, \dots, n$) が特性 A をもつとき $X_k=1$ 、もたないとき $X_k=0$

このとき、標本比率 R は $R = \frac{T}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ であるか

ら、標本平均である。このことから、標本比率は標本平均の特別な場合であるといえる。

考え方 見方を変える

NEW!

さらに、標本比率が標本平均の特別な場合であることを補足として追加し、2 つの概念を統一して捉えられるようにしました。考え方 「見方を変える」も入れています。 …③

今回の課程で数学Bに新たに加わった「仮説検定」の内容です。数学I「仮説検定の考え方」で扱ったボールペンの品質に関するアンケートと同じ題材(本冊子 p.49 参照)とすることで、関連させて理解しやすくなっています。

また、帰無仮説を青、対立仮説を赤に色付けしていることなども数学Iと同じです。 …②

9 仮説検定

ここで学ぶこと

数学Iでは、次のような問題を解決するのに、仮説検定の考え方を利用した。

2つの商品A、Bについてどちらがよいかアンケートを行ったところ、

100人中61人がBがよいと回答した。この結果から、消費者全体において、「Bがよいと思う人の方が多い」と判断してよいだろうか。

仮説検定の考え方とは、この問題に対して

Aがよいと思う人の割合と、Bがよいと思う人の割合は等しいという仮説を立て、その仮説のもとでアンケートの結果が起こる確率を考えるというものであった。確率は、コインを投げるなどの実験を通じて考えた。

ここでは、仮説検定の考え方について、確率を求めるときに、実験ではなく、ここまでで学んだ確率分布を用いて考えていこう。

A 仮説検定

目標 仮説検定による判断ができるようになる。(p.107 練習 38)

ボールペンを製造している会社が、すでに販売しているボールペンAを改良して新製品Bを開発し、BがAよりも書きやすいと感じる人が多いかを調査したいと考えた。そこで、無作為抽出した100人にこれらのボールペンを使ってもらい、A、Bのどちらが書きやすいと感じるかを回答してもらったところ、100人中61人がBと回答した。

この結果から、消費者全体において、「Bを書きやすいと感じる人の方が多い」と判断してよいか、仮説検定の考え方を利用して考えてみよう。

[1] Bを書きやすいと感じる人の方が多い

という主張に反する

[2] Aを書きやすいと感じる人の割合と、Bを書きやすいと感じる人の割合は等しい

という仮説を立てる。

前ページの仮説[2]のもとで、100人中61人以上がBと回答する確率を求め、それがたとえば5%より小さければ、確率の小さいことが起こったのだから、仮説[2]が正しい可能性は低く、[1]の主張が正しいと判断できそうである。

この確率を、数学Iではコイン投げの実験などを用いて考えたが、ここでは、ここまでで学んだ確率分布を用いて考えてみよう。

[2] Aを書きやすいと感じる人の割合と、Bを書きやすいと感じる人の割合は等しい

という仮説のもとでは、100人中Bと回答する人数 X は、二項分布 $B(100, 0.5)$ に従う確率変数となる。

確率変数 X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = 100 \times 0.5 = 50, \quad \sigma = \sqrt{100 \times 0.5 \times (1 - 0.5)} = 5$$

であり、 X は近似的に正規分布 $N(50, 5^2)$ に従う。 ← 85ページ参照

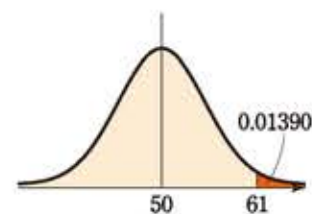
よって、 $Z = \frac{X - 50}{5}$ は、近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$X = 61$ のとき $Z = 2.2$ であるから、 X が61以上である確率は

$$\begin{aligned} P(X \geq 61) &= P(Z \geq 2.2) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2.2) \\ &= 0.5 - 0.48610 = 0.01390 \end{aligned}$$

すなわち、仮説[2]のもとでは、 X が61以上である確率は1.4%程度であり、これはあらかじめ決めておいた確率5%より小さい。

したがって、仮説[2]が正しい可能性は低いと考えられる。すなわち、前ページの[1]の主張は正しい、つまりBの方が書きやすいと感じる人の方が多いと判断してよさそうである。



NEW!

正規分布を用いて求めた確率を図示し、「帰無仮説のもとで確率約1.4%という起こりにくいことが起こった」ということがひと目でわかるようにしました。

数学Iで示したヒストグラム(本冊子 p.51 参照)と色などもそろえているので、数学Iとのつながりで理解しやすくなっています。 …①

用語「帰無仮説」「対立仮説」はしっかり本文で扱いました。…③

一般に、母集団に関して仮説を立てて、標本から得られた結果をもとに判断する手法を **仮説検定** という。仮説検定において、正しいかどうか判断したい主張[1]に反する仮定として立てた仮説[2]を **帰無仮説** という。また、**主張[1]**を **対立仮説** という。

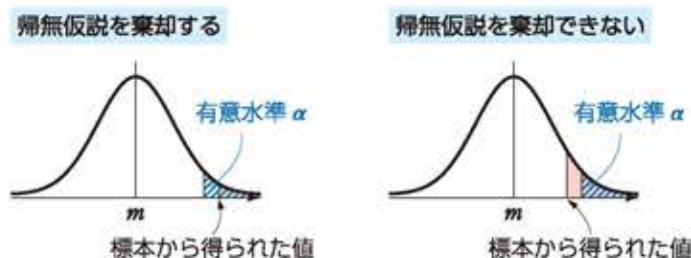
前ページのように、帰無仮説が正しい可能性が低いと判断して採用しないことを、帰無仮説を **棄却**する という。

前ページの例では、仮説検定によって、**帰無仮説[2]**が棄却され、**対立仮説[1]**が採用されたことになる。

仮説検定では、前ページの5%のように、基準となる確率をあらかじめ決めておき、それより確率が小さい事象が起こると帰無仮説を棄却する。この基準となる確率を **有意水準** という。有意水準は、5%や1%とすることが多い。

▶補足 有意水準 α で仮説検定を行うことを、「有意水準 α で **検定** する」ということがある。

求めた確率が有意水準より大きい場合は、帰無仮説を棄却するだけの根拠がこの標本からは得られなかったと考え、「帰無仮説を棄却できない、すなわち対立仮説が正しいとは判断できない」と考える。帰無仮説が棄却できないからといって、帰無仮説が正しいと判断できるわけではないことに注意が必要である。



*有意水準が5%の場合、実際には正しい帰無仮説を、5%の確率で誤って棄却してしまう危険がある。そのため、有意水準のことを **危険率** ともいう。

また、有意水準をあらかじめ決めておくことについては、115ページのコラムも参照。

帰無仮説が棄却できる場合と棄却できない場合についての図を追加しました。…③

確率を求めて判断する方法については、数学Iでコイン投げの実験などを用いる方法を扱っていますが、数学Bでも改めて、確率を正規分布から求める例として取り上げました。…③

正規分布を用いて、仮説検定をしてみよう。

例 23 ある製菓会社が、従来のプリンAのレシピを改良し、新作のプリンBを開発した。400人のモニターに2つのプリンを試食してもらったところ、215人がBの方がおいしいと回答した。このとき、消費者全体において、プリンBをおいしいと感じる人の方が多いと判断してよいか、有意水準5%で検定してみよう。対立仮説「Bをおいしいと感じる人の方が多い」に対し、帰無仮説「Aをおいしいと感じる人の割合と、Bをおいしいと感じる人の割合は等しい」を立てる。

帰無仮説が正しいとすると、400人中Bと回答する人数 X は、二項分布 $B(400, 0.5)$ に従う。 X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = 400 \times 0.5 = 200, \quad \sigma = \sqrt{400 \times 0.5 \times (1 - 0.5)} = 10$$

であり、 X は近似的に正規分布 $N(200, 10^2)$ に従う。

よって、 $Z = \frac{X - 200}{10}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$X = 215$ のとき $Z = 1.5$ であるから、 X が215以上である確率は

$$P(X \geq 215) = P(Z \geq 1.5) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ = 0.5 - 0.43319 = 0.06681$$

これは有意水準5%より大きいから、帰無仮説は棄却できない。よって、プリンBをおいしいと感じる人の方が多いとは判断できない。終



練習 38

ある地域の水道局が、水道水の品質改善に取り組んでいる。地域の住民900人を無作為抽出して、以前に比べて水道水がおいしくなったと感じるか回答してもらったところ、477人が以前よりおいしくなったと回答した。



このとき、地域の住民全体において、水道水がおいしくなったと感じる住民の方が多いと判断してよいか。有意水準5%で検定せよ。

ここまで扱っていた確率を求めて判断する方法と、ここから扱う棄却域を用いて判断する方法について、**考え方**「見方を変える」を入れることで、同じことを見方を変えているだけであることがわかるようにしました。

さらに、2つの方法の関係について巻末で詳しく解説しています。(本冊子 p.89 参照) ...②

B 仮説検定と棄却域

目標 棄却域を用いて仮説検定ができるようになる。(p.110 練習 39)

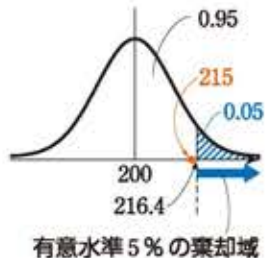
ここまで、仮説検定において、帰無仮説のもとで、確率変数 X について得られた標本の値が実現する確率を求め、それが有意水準よりも小さいかどうかで帰無仮説を棄却するかどうか判断した。

一方、有意水準をもとに帰無仮説が棄却されるような X の値の範囲を求め、得られた標本の値がその範囲に入るかどうかで帰無仮説を棄却するかどうか判断することもできる。

考え方 見方を変える
▶ p.161

一般に、有意水準 α に対して、帰無仮説が棄却されるような確率変数の値の範囲が定まる。この範囲を、有意水準 α の **棄却域** という。

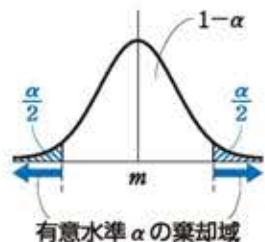
前ページ例 23 について棄却域を考えよう。
正規分布表から $P(Z \geq 1.64) \doteq 0.05$ が成り立ち、 $Z \geq 1.64$ から $X \geq 216.4$ となる。これが有意水準 5% の棄却域である。 $X = 215$ は棄却域に入らないから、帰無仮説は棄却できない。



有意水準 5% の棄却域

例 23 では、「B をおいしいと感じる人の方が多いか」について考えたため、 X の値は 200 以上となることを前提とし、値が大きすぎるときに帰無仮説が棄却されるように、棄却域を片側だけにとっている。このような検定を **片側検定** という。

一方、「A をおいしいと感じる人と B をおいしいと感じる人の割合に差はあるか」について考える場合、 X の値が大きすぎても小さすぎても帰無仮説が棄却されるように、棄却域を両側にとるとよい。このような検定を **両側検定** という。



有意水準 alpha の棄却域

棄却域を用いた仮説検定の例の後、同じ問題について、先に扱った確率を求めて判断する方法ではどのように考えられるかについて補足しました。

2つの方法が、同じことを見方を変えているだけであることが、ここでもわかるようになっていきます。 ...②

棄却域を用いて、仮説検定を試みよう。

例 24 ある硬貨を 256 回投げたところ、表が 148 回出た。この硬貨は、表と裏の出やすさにかたよりのあると判断してよいか、有意水準 5% で両側検定してみよう。

この硬貨を 1 回投げて表が出る確率を p とし、対立仮説「 $p \neq 0.5$ である」に対し、帰無仮説「 $p = 0.5$ である」を立てる。帰無仮説が正しいとすると、256 回中表が出る回数 X は、二項分布 $B(256, 0.5)$ に従う。 X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = 256 \times 0.5 = 128, \quad \sigma = \sqrt{256 \times 0.5 \times (1 - 0.5)} = 8$$

であり、 X は近似的に正規分布 $N(128, 8^2)$ に従う。
よって、 $Z = \frac{X - 128}{8}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

正規分布表より、 $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$ であるから、有意水準 5% の棄却域は $Z \leq -1.96, 1.96 \leq Z$

$X = 148$ のとき $Z = \frac{148 - 128}{8} = 2.5$ であり、これは棄却域に入るから、帰無仮説は棄却できる。

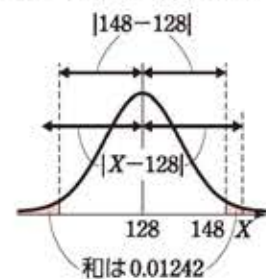
よって、表と裏の出やすさにかたよりのあると判断してよい。 [終]

補足 107 ページ例 23 のように確率を求める方法では、次のようになる。

表が出る回数 X が 148 回のとき以上にかたよる、すなわち、 X と m の差 $|X - 128|$ が $|148 - 128|$ 以上になる確率を求めると

$$\begin{aligned} &P(|X - 128| \geq |148 - 128|) \\ &= P(|Z| \geq 2.5) = 2(0.5 - P(0 \leq Z \leq 2.5)) \\ &= 2(0.5 - 0.49379) = 0.01242 \end{aligned}$$

これは有意水準 5% より小さいから、帰無仮説は棄却できる。



* $Z \leq -1.96, 1.96 \leq Z$ から $X \leq 112.32, 143.68 \leq X$ であり、これが X についての棄却域である。 $X = 148$ はこの棄却域に入るから、帰無仮説は棄却できる。

棄却域は、標準化した確率変数 Z で考えていますが、もとの X についての棄却域も示すことで、機械的な作業にならず、棄却域の意味が理解しやすくなっています。 ...②

棄却域を用いた片側検定については、練習として取り上げました。
1つ1つ段階を踏んだ誘導形式にしていますので、無理なく取り組みます。 …②

目標 練習 39 あるさいころを180回投げたところ、1の目が22回出た。このさいころは、1の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ ではないと判断してよいか、棄却域を用いて、有意水準5%で両側検定せよ。

練習 40 ある種子の発芽率は従来60%であったが、それを発芽しやすいように品種改良した新しい種子から無作為に150個抽出して種をまいたところ、101個が発芽した。品種改良によって発芽率が上がったと判断してよいか、有意水準5%で片側検定したい。

- (1) 新しい種子の発芽率を p として、対立仮説と帰無仮説をそれぞれ立てよ。
- (2) 確率変数 Z が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき、 $P(Z \geq \alpha) = 0.05$ が成り立つような α の値を求めよ。
- (3) 品種改良によって発芽率が上がったと判断してよいか、棄却域を用いて、有意水準5%で片側検定せよ。

C 母平均の仮説検定

目標 母平均について仮説検定ができるようになる。(p.111 練習 41) 15

ここまで行ってきた仮説検定は、たとえば
プリンBをおいしいと感じる人の方が多いと判断してよいか
すなわち

母集団においてプリンBをおいしく感じる人の

割合 p は、 $p > \frac{1}{2}$ であると判断してよいか ← p は母比率 20

という、母比率について検定するものであった。

仮説検定は、母比率についてだけでなく、母平均について行うこともできる。母平均の仮説検定は、標本の大きさ n が十分大きいとき、標本平均が近似的に正規分布に従うことを利用して行う。 ← 195ページ参照

母平均に関する仮説検定の問題を、改訂版で例題として追加しました。 …③

母平均について、仮説検定をしてみよう。

例題 6 300g入りと表示された塩の袋の山から、無作為に100袋を抽出して重さを調べたところ、平均値が298.8gであった。母標準偏差が7.5gであるとき、1袋あたりの重さは表示通りでないと判断してよいか。有意水準5%で両側検定せよ。

解答 母平均を m として、帰無仮説「 $m=300$ である」を立てる。帰無仮説が正しいとすると、重さの標本平均 \bar{X} は、近似的に正規分布 $N\left(300, \frac{7.5^2}{100}\right)$ すなわち $N(300, 0.75^2)$ に従う。

よって、 $Z = \frac{\bar{X} - 300}{0.75}$ は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

正規分布表より、 $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$ であるから、有意水準5%の棄却域は $Z \leq -1.96, 1.96 \leq Z$

$\bar{X} = 298.8$ のとき $Z = \frac{298.8 - 300}{0.75} = -1.6$ であり、これは棄却

域に入らないから、帰無仮説は棄却できない。

よって、1袋あたりの重さは表示通りでないと判断できない。

【?】 107ページ例23のように確率を求める方法で仮説検定をしてみよう。 15

例題6では母標準偏差を用いているが、100ページの推定の場合と同様に、標本の大きさが十分大きければ、母標準偏差の代わりに標本の標準偏差を用いても差し支えないことが知られている。

目標 練習 41 内容量300gと表示されている大量の缶詰から、無作為に400個を取り出し、内容量を量ったところ、平均値が299.3g、標準偏差が7.0gであった。全製品の1缶あたりの平均内容量は、表示通りでないと判断してよいか。有意水準5%で両側検定せよ。 20

* $Z \leq -1.96, 1.96 \leq Z$ から $\bar{X} \leq 298.53, 301.47 \leq \bar{X}$ であり、これが \bar{X} についての棄却域である。 $\bar{X} = 298.8$ はこの棄却域に入らないから、帰無仮説は棄却できない。

数学の問題をどのように考えるのか、何に注意すれば考え方が身に付くのか、「数学の考え方」として2ページを使って詳しく解説しました。

本冊子 p.16, 17「高校数学の学び方」と対応した内容ともいえます。 …②

数学の考え方

Link 資料 数学を学ぶときには、確かな知識・技能 ← **Link** から見られる内容を意識して学んでください。
を身に付けることがまず重要です。

ただ、基本的な知識・技能を身に付けたとしても、それだけでは、複雑な問題になると何をすればよいかわからないことがあるかもしれません。問題が複雑になればなるほど、身に付けた知識・技能をもとに、**思考力・判断力** を働かせて考える必要があります。

問題が複雑になると、答えにたどり着くまでに多くの段階が必要になることがあります。そのため、やみくもに問題を解き始めるのではなく、まずは解決までの見通し、すなわち問題を解くための方針を立てることが重要になります。そこで役に立つ考え方のコツが、本書の中に散りばめられた **考え方** です。

次の図の流れで問題を解いたり振り返ったりすることで、**考え方** がしっかり身に付き、複雑な問題でも、うまく方針を立てられるようになります。



① 問題の内容を理解する

まずは、問題文を読み、そこで問われている内容を理解しましょう。その際、文章をただ眺めるだけではなく、重要だと思うことを書き出したり、情報をまとめたりすることが大切です。ここで、本書で扱った **考え方** が役に立つことがあります。

数学の問題を考えたときに教科書本文に散りばめられた **考え方** がどのように生きるのか、ということにも触れています。 …②

② 方針を立てる

問題の内容が理解できたら、方針を立ててみましょう。複雑な問題でも、要素を分けて考えると、教科書で学んだことに帰着できることも多いはず。 「分けて考える」も「帰着する」も本書で扱っています。ここでも、**考え方** が役に立ちます。

③ 方針にしたがって考える

立てた方針で問題を考えてみましょう。②にあるように、方針を立てれば、身に付けた知識・技能を活用して考えられるようになります。

④ 振り返って検討する

③で考えても、問題が解けない場合もあるでしょう。その場合は、解けなかった原因を考えてみましょう。その上で①や②にもどり、方針を立て直すことが必要です。

解けた場合でも、問題を解く上で何が重要なポイントだったかを意識しながら振り返ることが、別の問題の方針を立てるのに役立ちます。

← 「学んだことを振り返る」ということは、数学を学ぶときに重要なプロセスです。

次ページ以降では、本書で扱った **考え方** をまとめています。さらに、各節末にある思考力を要する問題のうち、その **考え方** を利用できる問題も載せています。 **考え方** を意識してチャレンジしてみましょう。

なお、**考え方** はここで紹介するものに限りませんし、別々の **考え方** に見えても、根幹は共通した考え方であることもあります。さらに、2つ以上の **考え方** を組み合わせて考えることもあるでしょう。

問題を解き、そして振り返ることで、自分なりの「考え方」の引き出しを増やしてください。この流れで問題と向き合うことで、思考力や判断力はさらに伸びていき、より難しい問題や現実の課題にその思考力・判断力を活用していくことができるはず。



教科書 p.85にある **考え方** 「扱いやすいもので考える」に関する詳しい解説です。確率を求める式を提示し、正規分布を用いることで確率が計算しやすくなっていることを説明しています。 …②

考え方 扱いやすいもので考える

そのまま考えると複雑になる問題でも、扱いやすいもので考えることで、問題を解く方針が立てやすくなる場合があります。

◆ 85 ページ 例題 2

第2章の内容です

1個のさいころを720回投げて、1の目がちょうど n 回出る確率は、反復試行の確率を用いると、次の式で求められます。

$${}_{720}C_n \left(\frac{1}{6}\right)^n \left(\frac{5}{6}\right)^{720-n}$$

このことから、例題2で求める確率は次の式で表されます。

$${}_{720}C_{110} \left(\frac{1}{6}\right)^{110} \left(\frac{5}{6}\right)^{610} + {}_{720}C_{111} \left(\frac{1}{6}\right)^{111} \left(\frac{5}{6}\right)^{609} + \dots \\ + {}_{720}C_{129} \left(\frac{1}{6}\right)^{129} \left(\frac{5}{6}\right)^{591} + {}_{720}C_{130} \left(\frac{1}{6}\right)^{130} \left(\frac{5}{6}\right)^{590}$$

この式を計算すれば、正確な確率は求めることができますが、計算するのは大変です。ただ、この確率がどのような値なのかがわからなければ、1個のさいころを720回投げて、1の目が出る回数が110回以上130回以下である確率が大きいのか小さいのか判断することも難しいです。

そこで、試行の回数が十分大きい場合に二項分布が正規分布で近似できることを利用して、この確率を近似的に求めることを考えます。例題2のように正規分布を用いると、この確率は0.68268と求められます。

計算しやすい正規分布で近似することで、正規分布表を用いて確率を簡単に求めることができました。このように、扱いやすいものにおき換えて考えることが有効な場面もあります。

本冊子 p.80にある **考え方** 「見方を変える」に関する詳しい解説です。仮説検定について、確率を求めて判断する方法、棄却域を用いて判断する方法の2つの方法について、それぞれ図も用いて説明しているので、同じことを見方を変えているだけであることがしっくり理解できます。 …②

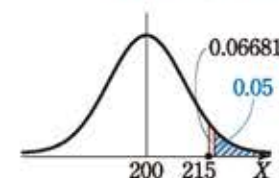
考え方 見方を変える

1つの事柄について、複数の方法でとらえられるようになると、数学の考え方の幅が広がります。

◆ 108 ページ 仮説検定の2つの方法

第2章の内容です

107ページ例23では、400人中Bと回答する人数 X が近似的に正規分布 $N(200, 10^2)$ に従うことから、 $P(X \geq 215)$ と有意水準5%との大小を比較することで、帰無仮説を棄却するかどうか判断しました。これは、右の図において、 $P(X \geq 215)$ を表す部分の面積と斜線部分の面積0.05との大小を比較していることになります。

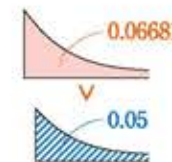


ここで、確率 $P(X \geq a)$ は、 a の値が大きくなるほど小さくなることに注目してみましょう。このことから、確率ではなく X の値の大小で、帰無仮説を棄却するかどうか判断することはできないでしょうか。

正規分布表を用いると、 $P(X \geq 216.4) \approx 0.05$ が成り立つことがわかります。そこで、 X の値で考えると、 $X \geq 215$ と $X \geq 216.4$ の関係を比較することは、 $X = 215$ が有意水準5%の棄却域 $X \geq 216.4$ に入るかどうかを調べることと同じだとわかります。

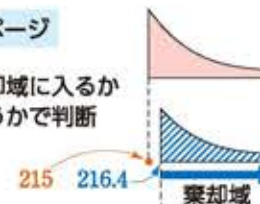
例23

確率の大小を比べて判断



108 ページ

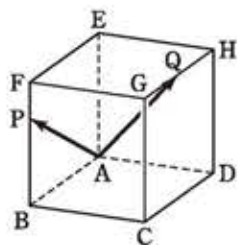
棄却域に入るかどうかで判断



この図から、例23と108ページの仮説検定の方法は、異なるように見えて、同じことを見方を変えて考えていることがわかるでしょう。見方を変えることは、数学の理解を深めるのに非常に重要です。

章末問題 B

- 7 $\vec{a}=(1, x+1, 2x-1), \vec{b}=(3x, 3, x)$ とする。
 (1) \vec{a} と \vec{b} が垂直になるように、 x の値を定めよ。
 (2) \vec{a} と \vec{b} は平行にならないことを示せ。
- 8 3点 $O(0, 0, 0), A(-1, -2, 1), B(2, 2, 0)$ を頂点とする $\triangle OAB$ について、次の問いに答えよ。
 (1) $\angle AOB$ の大きさを求めよ。 (2) $\triangle OAB$ の面積 S を求めよ。
- 9 1辺の長さが2の立方体 $ABCD-EFGH$ において、辺 BF 上に点 P をとり、辺 GH 上に点 Q をとる。
 (1) 内積 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{HQ}$ を求めよ。
 (2) 内積 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ を、 $|\overrightarrow{BP}|, |\overrightarrow{HQ}|$ を用いて表せ。
 (3) 内積 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ の最大値を求めよ。
- 10 四面体 $OABC$ において、 $\triangle ABC$ の重心を G 、辺 OB の中点を M 、辺 OC の中点を N とする。直線 OG と平面 AMN の交点を P とするとき、 $OG:OP$ を求めよ。
- 11 四面体 $ABCD$ において、次のことが成り立つ。
 $AC \perp BD$ ならば $AD^2 + BC^2 = AB^2 + CD^2$
 このことを、ベクトルを用いて証明せよ。
- 12 3点 $A(2, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 2)$ の定める平面 ABC に原点 O から垂線 OH を下ろす。
 (1) $\overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} + u\overrightarrow{OC}$ と表すとき、 $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AC}$ から、 t, u をそれぞれ s を用いて表せ。
 (2) 点 H の座標を求めよ。 (3) 垂線 OH の長さを求めよ。



NEW!

生成AIの技術にベクトルが使われていることを、コラムとして取り上げました。既に高校生にも身近な存在となっているAI技術について、その成り立ちを垣間見ることで、学習意欲の向上や、さらに深く学んでいくきっかけになることが期待できます。 …②

Column ベクトルと言語

第2章で学んだ空間のベクトルは3つの成分で表されますが、成分を4つ、5つ、……と増やしたのも、同じようにベクトルを成分で表したものと考えることができます。また、これらのベクトルについても同様にして、和や差、大きさ、内積などが求められます。

実は、私たちの身の周りにあるAI(人工知能)技術の基礎には、成分の数を大きく増やしたベクトルが使われています。

たとえば、チャット形式で応答するような人間の言葉を操るAIでは、文章が単語に分割され、1つ1つの単語がベクトルに変換されます。高性能なAIで使用されるベクトルの成分の数は1万を超えます。



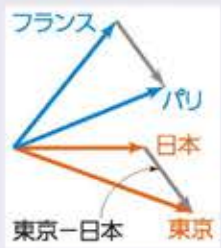
「東京は日本の首都です。」
 ↓ たえば…
 東京 (0.24, 2.53, ……)
 は (1.78, -0.89, ……)
 日本 (0.39, 0.17, ……)
 ……

このベクトルの成分は、膨大な数の文章をもとにAIが学習し、似た使われ方をしている単語のベクトルがなるべく「近く」なるように定められています。ベクトルの「近さ」は次のように考えます。

平面上や空間のベクトルの場合と同じように、2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} の内積と大きさから $\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$ の値を求め、これを満たす θ を

ベクトル \vec{a}, \vec{b} の「なす角」と考えます。 θ が0に近いほど、AIが「似た使われ方をしている」「意味が近い」と判断する仕組みです。

また、ベクトルの和や差を考えることで単語を組み合わせた文の意味を考えることもできます。たとえば 東京-日本+フランス というベクトルは、高性能なAIでは 首都+フランス という意味に近いと判断され、結果的にパリを表すベクトルと近くなるのです。



章末問題 B

- 7 複素数 $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ について、次の問いに答えよ。
- z^n が実数となるような自然数 n のうち、最小のものを求めよ。
 - z^n が純虚数となるような自然数 n のうち、最小のものを求めよ。
- 8 複素数 a を方程式 $z^5=1$ の1でない解の1つとする。
- $1+a+a^2+a^3+a^4$ の値を求めよ。
 - $t = a + \frac{1}{a}$ とするとき、 $t^2+t-1=0$ であることを示せ。
 - $\cos \frac{4}{5}\pi$ の値を求めよ。
- 9 複素数平面上の3点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、等式 $2a^2+\beta^2+\gamma^2-2a\beta-2a\gamma=0$ が成り立つとき、次の問いに答えよ。
- 複素数 $\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ の値を求めよ。
 - $\triangle ABC$ はどのような三角形か。
- 10 $\alpha=1+\sqrt{3}i$, $\beta=-4+2i$ とし、複素数平面上の原点を O とする。
- 点 $A(\alpha)$ を実軸に関して対称移動させた点を $A'(\alpha')$ とする。
複素数 α' の値を求めよ。
 - 点 $B(\beta)$ を直線 OA に関して対称移動させた点を $B'(\beta')$ とする。
複素数 β' の値を求めよ。
- 11 2つの複素数 w, z が、等式 $w = \frac{z-4}{z+2}$ を満たす。複素数平面上で、点 w が原点を中心とする半径2の円上を動くとき、点 z はどのような図形を描くか。

Column 複素数とベクトル

第1章の内容を含みます。

複素数の和は、複素数平面上の点の平行移動と対応しています。一方、2つのベクトルの和は平行四辺形を使って表すことができます。

← 90ページ、
21ページ参照

2つの複素数 $\alpha = a+bi$, $\beta = c+di$ の和 $\alpha + \beta$

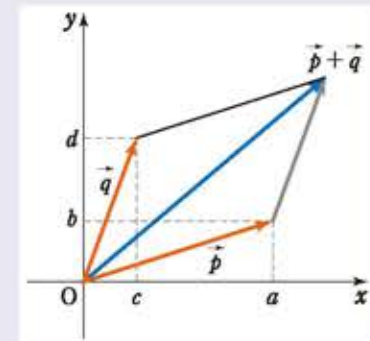
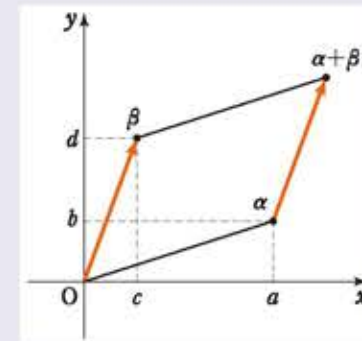
2つのベクトル $\vec{p} = (a, b)$, $\vec{q} = (c, d)$ の和 $\vec{p} + \vec{q}$

は、下の図のように対応しています。実際の計算でも

$$\alpha + \beta = (a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$$

$$\vec{p} + \vec{q} = (a, b) + (c, d) = (a+c, b+d)$$

のように対応しているため、これらは実質的に同じ計算と考えることができます。



複素数の実数倍とベクトルの実数倍も、同じように対応していることがわかるでしょう。

← 91ページ、
21ページ参照

一方、2つの複素数の積が複素数であるのに対し、積に似た計算法則が成り立つ、2つのベクトルの内積はベクトルではありません。そのため、これらは同じ計算とはいえません。なお、実際の計算は次のようになります。

$$\alpha\beta = (ac-bd) + (ad+bc)i$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = ac + bd$$

似ている点と異なる点をしっかり区別して理解することが重要です。

【?】を通じて、点を平行移動することが曲線を平行移動することにつながることを改めて理解し、点が動いて曲線を描くということがしっかり定着します。...②

C 媒介変数表示された曲線の平行移動

目標 曲線の平行移動と媒介変数表示の関係を理解しよう。(p.152 練習 26)

137 ページで学んだように、 x, y の方程式 $F(x, y)=0$ の表す曲線を、 x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動すると、移動後の曲線の方程式は $F(x-p, y-q)=0$ である。

ここでは、媒介変数表示された曲線の平行移動について考えよう。

例題 6 次の媒介変数表示は、どのような曲線を表すか。

$$x=2\cos\theta+1, y=2\sin\theta+3$$

解答

$$\sin\theta=\frac{y-3}{2}, \cos\theta=\frac{x-1}{2}$$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ に代入すると

$$\frac{(y-3)^2}{2^2}+\frac{(x-1)^2}{2^2}=1$$

よって $(x-1)^2+(y-3)^2=2^2$

これは、点 $(1, 3)$ を中心とする半径 2 の円を表す。

【?】 点 $(2\cos\theta+1, 2\sin\theta+3)$ と点 $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$ はどのような関係にあるだろうか。

例題 6 の曲線は、媒介変数表示 $x=2\cos\theta, y=2\sin\theta$ で表される曲線を、 x 軸方向に 1、 y 軸方向に 3 だけ平行移動したものである。

一般に、次のことが成り立つ。

媒介変数表示 $x=f(t)+p, y=g(t)+q$ で表される曲線は、

媒介変数表示 $x=f(t), y=g(t)$ で表される曲線を、

x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したものである。

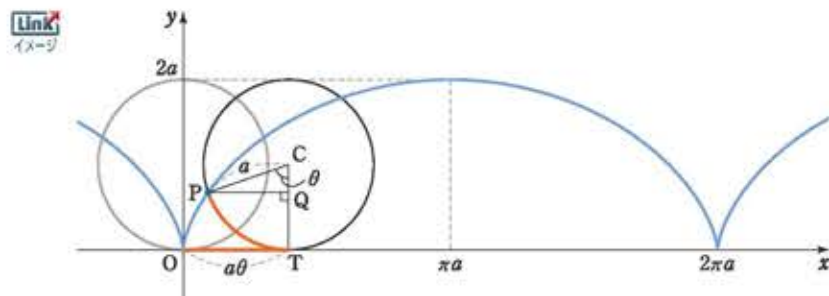
目標 練習 26 次の媒介変数表示は、どのような曲線を表すか。

$$x=3\cos\theta+2, y=2\sin\theta-1$$

D サイクロイド

目標 サイクロイドの媒介変数表示について理解しよう。(p.153 練習 27)

円が定直線上をすべることなく回転していくとき、円上の定点 P が描く曲線を考えよう。この曲線を **サイクロイド** という。



円の半径が a のとき、サイクロイドの媒介変数表示を求めてみよう。

上の図のように、定直線を x 軸とし、点 P の最初の位置を原点 O とする。また、円が角 θ だけ回転したときの点 P の座標を (x, y) とし、円の中心を C 、 x 軸との接点を T とする。

このとき、上の図において、 $OT=\widehat{TP}=a\theta$ であるから

$$x=OT-PQ=a\theta-a\sin\theta$$

$$y=CT-CQ=a-a\cos\theta$$

と表される。これらの式は、 $\sin\theta<0$ や $\cos\theta<0$ のときも成り立つ。

よって、サイクロイドの媒介変数表示は、次のようになる。

$$x=a(\theta-\sin\theta), y=a(1-\cos\theta)$$

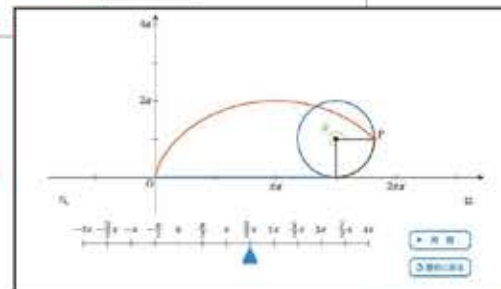
目標 練習 27 サイクロイド $x=2(\theta-\sin\theta), y=2(1-\cos\theta)$ において、 θ が次の値をとったときの点の座標を求めよ。

- (1) $\theta=\frac{\pi}{3}$ (2) $\theta=\pi$ (3) $\theta=\frac{3}{2}\pi$ (4) $\theta=2\pi$

* \widehat{TP} は弧 TP の長さを表している。

半径が a 、中心角が θ ラジアン の扇形の弧の長さは、 $a\theta$ である。

円が直線上を回転してサイクロイドを描く様子は、紙面や黒板だけでは表現しづらいところです。QR コンテンツで動かして見るすることができます。...④



B 行列の和と差



行列の和と差の計算ができるようになる。

(p.183 練習 5)

2つの行列 A, B について、行数が等しく、列数も等しいとき、 A と B は同じ型であるという。行列 A と B が同じ型であり、かつ対応する成分がそれぞれ等しいとき、 A と B は **等しい** といい、 $A=B$ と書く。また、同じ型の2つの行列 A, B の対応する成分の和を成分とする行列を A と B の **和** といい、 $A+B$ で表す。 A と B の **差** $A-B$ も同様に定義できる。

例 前ページの行列 A と B の和、差は次のようになる。

2

$$\begin{aligned}
 A+B &= \begin{pmatrix} 55 & 61 & 21 & 13 \\ 78 & 64 & 32 & 18 \\ 43 & 45 & 20 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 50 & 52 & 23 & 16 \\ 70 & 64 & 36 & 25 \\ 45 & 41 & 9 & 7 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 55+50 & 61+52 & 21+23 & 13+16 \\ 78+70 & 64+64 & 32+36 & 18+25 \\ 43+45 & 45+41 & 20+9 & 9+7 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 105 & 113 & 44 & 29 \\ 148 & 128 & 68 & 43 \\ 88 & 86 & 29 & 16 \end{pmatrix} \quad \leftarrow \begin{array}{l} A \text{ の } (i, j) \text{ 成分} \\ + B \text{ の } (i, j) \text{ 成分} \\ = A+B \text{ の } (i, j) \text{ 成分} \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A-B &= \begin{pmatrix} 55 & 61 & 21 & 13 \\ 78 & 64 & 32 & 18 \\ 43 & 45 & 20 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 50 & 52 & 23 & 16 \\ 70 & 64 & 36 & 25 \\ 45 & 41 & 9 & 7 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 55-50 & 61-52 & 21-23 & 13-16 \\ 78-70 & 64-64 & 32-36 & 18-25 \\ 43-45 & 45-41 & 20-9 & 9-7 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 5 & 9 & -2 & -3 \\ 8 & 0 & -4 & -7 \\ -2 & 4 & 11 & 2 \end{pmatrix} \quad \leftarrow \begin{array}{l} A \text{ の } (i, j) \text{ 成分} \\ - B \text{ の } (i, j) \text{ 成分} \\ = A-B \text{ の } (i, j) \text{ 成分} \end{array} \quad \text{終}
 \end{aligned}$$

2つの行列 A, B の和、差が定義できるのは、 A と B が同じ型であるときのみである。前ページ例2について、 A, B はどちらも 3×4 行列で同じ型である。なお、同じ型でない2つの行列については、和、差を定義しない。

180ページの各ボールペンの販売数について、 $A+B$ の各成分は、4月の販売数と5月の販売数の合計を表している。

練習4 180ページの各ボールペンの販売数について、4月から5月で最も増えたもの、最も減ったものは、それぞれどの店のどの色のボールペンか。 $B-A$ を計算することで答えよ。



練習5 次の計算をせよ。

$$\begin{aligned}
 (1) & \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} & (2) & \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -6 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \\
 (3) & \begin{pmatrix} 6 & -5 & 2 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 3 & -7 \\ 1 & 8 & 6 \end{pmatrix} & (4) & \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

行列の加法、減法についての性質を考えよう。

実数 x, y, z について、次のことが成り立つ。

1 $x+y=y+x$ 交換法則

2 $(x+y)+z=x+(y+z)$ 結合法則

これらを用いることで、同じ型の行列の和や差について、次のことが成り立つとわかる。

行列の加法、減法についての性質

1 $A+B=B+A$ 交換法則

2 $(A+B)+C=A+(B+C)$ 結合法則

3 $A-A=O, A+O=A$

2が成り立つので、行列 A, B, C の和を $A+B+C$ と書く。

また、行列の加法、減法についての一般法則についても述べ、行列の数学的意義も理解できるようにしています。

補足 行列の積 AB と BA

実数の乗法では、次の交換法則が成り立つ。

$$xy = yx \quad x, y \text{ は実数}$$

一方、189ページの行列の積の定義から、2つの行列 A, B について、積 AB が定義できても、積 BA が定義できるとは限らない。積 AB, BA の両方が定義でき、それらが同じ型の行列になるのは、 A, B がともに同じ型の正方行列のときのみであることがわかる。

ここでは、正方行列の乗法で交換法則が成り立つかどうかを調べてみよう。

例1] $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ について

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}, BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

よって $AB \neq BA$ 終

例2] $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ について

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}, CA = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

よって $AC = CA$ 終

例1, 2 や 189ページ練習10(1), (2)から、次のことがいえる。

行列の乗法では、交換法則は一般には成り立たない。

練習 次の行列 A, B について、 $AB = BA$ が成り立つか調べよ。

1

(1) $A = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

(2) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ 終

行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ のように、 n 次の正方行列において、

(1, 1)成分, (2, 2)成分, ..., (n, n)成分がすべて1で、他の成分がすべて0である行列を、 n 次の **単位行列** という。ここでは、単位行列を E で表す。

任意の実数 x について、次のことが成り立つ。

$$x \cdot 1 = 1 \cdot x = x, \quad x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$$

同様に、単位行列 E と零行列 O は、積に関して、次の性質をもつ。

A を n 次の正方行列、 E, O をそれぞれ A と同じ型の単位行列、零行列とする。

$$\mathbf{1} \quad AE = EA = A \qquad \mathbf{2} \quad AO = OA = O$$

練習 2 次の正方行列について、上の性質 **1, 2** が成り立つことを確かめよ。

行列の乗法には、交換法則が一般には成り立たないこと以外にも、実数の乗法と異なる性質がある。

例3] $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ について

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$
 終

例3のように、行列では $A \neq O$ かつ $B \neq O$ であっても、 $AB = O$ となることがある。

練習 3 $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix} = O$ が成り立つように、 a, b の値を定めよ。

思考力・判断力・表現力が必要な長文の問題を、巻末「総合問題」として扱いました。誘導に沿って問題を解いていくため、読解力なども必要となります。

1では、不等式の証明に関する問題を扱いました。

…①

総合問題

1 ある不等式を証明するとき、別の不等式を用いると、すぐに証明できる場合がある。

(1) a, b, c を正の実数とする。2次関数 $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ について、すべての実数 x に対して $f(x) \geq 0$ が成り立つとき、 a, b, c の満たす条件を a, b, c の不等式で表せ。

(2) $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ は正の実数とする。 x の2次関数 $g(x) = (a_1x + b_1)^2 + (a_2x + b_2)^2 + (a_3x + b_3)^2$ について、すべての実数 x に対して $g(x) \geq 0$ が成り立つ。このことを利用して、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3)^2$$

(3) x, y, z は正の実数とする。(2)の不等式を用いて、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$14(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + 2y + 3z)^2$$

(4) x, y, z は正の実数とする。(2)の不等式を用いて、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$(x^2 + y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) \geq 9$$

(5) p, q, r, s, t, u は正の実数とする。(2)の不等式を用いて、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$\frac{p^2}{s} + \frac{q^2}{t} + \frac{r^2}{u} \geq \frac{(p+q+r)^2}{s+t+u}$$

2 a, b, c, d を実数とする。2つの多項式 $P_1(x), P_2(x)$ を x^2+1 で割った商をそれぞれ $Q_1(x), Q_2(x)$ 、余りをそれぞれ $ax+b, cx+d$ とする。

(1) $P_1(x) + P_2(x), P_1(x) - P_2(x)$ を x^2+1 で割った余りをそれぞれ求めよ。

(2) $P_1(x)P_2(x)$ を x^2+1 で割った余りを求めよ。

(3) ある多項式 $P(x)$ について、次の条件が成り立つとする。

$P_1(x) - P(x)P_2(x)$ は x^2+1 で割り切れる

$c^2 + d^2 > 0$ のとき、 $P(x)$ を x^2+1 で割った余りを求めよ。

3 花子さんの学校では、文化祭に来てくれたお客さんにチョコレートとキャンディを配ることになった。お菓子を購入する予定のお店では、チョコレート2個とキャンディ7個が入った商品Aと、チョコレート5個とキャンディ3個が入った商品Bの2種類の商品が、同じ値段で販売されている。この2つの商品A, Bを購入して、チョコレートを200個、キャンディを420個は少なくとも用意したい。商品Aを x 個、商品Bを y 個購入するとき、次の問いに答えよ。

(1) 購入するチョコレートの個数が200個以上になるための条件を x, y の不等式で表せ。

(2) 購入するキャンディの個数が420個以上になるための条件を x, y の不等式で表せ。

(3) 2つの商品A, Bを最低でも合計で何個以上購入する必要があるか求めよ。

(4) 2つの商品A, Bの購入金額の合計が最も少なくなるような (x, y) の組をすべて求めよ。

3では、日常生活に関連した問題も扱っています。

…①

本文で扱った主な用語について、その英語表現を扱いました。
 今後さらに専門的に数学を学んでいくための準備になりますし、インターネットなどで調べる学習のときなどにも役立ちます。 …②

主な用語

※本書に登場する主な数学用語と、その英語表現を載せた。
 用語に関する話題や、用語を用いた表現例、表現するときの注意点を載せたものもある。

第1章 式と証明

- パスカルの三角形 [Pascal's triangle] → p.11
- 二項定理 [binomial theorem] → p.12
- 二項係数 [binomial coefficient] → p.13
 - 二項係数 C_r を $\binom{n}{r}$ と表記することもある。
- 商 [quotient] → p.17
- 余り [remainder] → p.17
- 割り切れる [divisible] → p.17
- 分数式 [polynomial fraction] → p.19
- 分母 [denominator] → p.19
- 分子 [numerator] → p.19
- 約分する [reduce] → p.19
- 既約(な) [irreducible] → p.20
- 恒等式 [identity] → p.23
 - 恒等式は、含まれている文字にどのような値を代入しても常に成り立つ等式である。「恒」には「常に」という意味がある。
- 比例式 [proportionality] → p.30
- 不等式 [inequality] → p.31
- 相加平均 [arithmetic mean] → p.37
 - 算術平均ともいう。
- 相乗平均 [geometric mean] → p.37
 - 幾何平均ともいう。

第2章 複素数と方程式

- 虚数単位 [imaginary unit] → p.44
- 複素数 [complex number] → p.44
 - 注 複素数と虚数を混同しないように注意が必要である。実数 a 、 b を用いて $a+bi$ の形に表される数を複素数という。実数も複素数であり、実数と虚数を合わせたものが複素数である。
 - 図 3 は実数であり、 $1+2i$ は虚数である。また、 3 と $1+2i$ はともに複素数である。
- 実部 [real part] → p.44

- 虚部 [imaginary part] → p.44
 - 注 複素数 $a+bi$ について、 a を実部、 b を虚部という。虚部は実数であり、 bi を虚部としないよう注意が必要である。
- 純虚数 [purely (pure) imaginary number] → p.45
- 共役 [conjugate] → p.47
 - 共役な複素数 $a+bi$ 、 $a-bi$ について、「 $a+bi$ と $a-bi$ は互いに共役である」ということもある。
- 判別式 [discriminant] → p.51
 - 判別式を表す D は discriminant の頭文字である。
- 解と係数の関係 [relation between roots and coefficients] → p.53
- 対称式 [symmetric polynomial] → p.61
- 基本対称式 [elementary symmetric polynomial] → p.61
- 剰余の定理 [remainder theorem] → p.63
- 因数定理 [factor theorem] → p.65
- 相除除法 [synthetic division] → p.66
- 3乗根 [cube root, cubic root] → p.68
 - 立方根ともいう。

第3章 図形と方程式

- 内分する [divide internally] → p.77
- 外分する [divide externally] → p.77
- 内分点 [internally dividing point] → p.77
- 外分点 [externally dividing point] → p.77
- 重心 [barycenter, centroid] → p.84
- 直線 [line] → p.85
- 傾き [slope, gradient] → p.85
 - 傾きの大きさは「大きい」「小さい」で表す。
- 切片 [intercept] → p.88
- 平行 [parallel] → p.89
- 垂直 [perpendicular] → p.89

数学用語を使うときの注意点や例なども適宜掲載しています。 …②

用語に関するちょっとした補足などもしています。 …②

- 対称(な) [symmetric] → p.91
- 円 [circle] → p.96
- 中心 [center] → p.96
- 半径 [radius] → p.96
- 外接円 [circumcircle] → p.99
- 外心 [circumcenter] → p.99
- 接点 [point of tangency] → p.107
- 外接する [circumscribe] → p.107
- 内接する [inscribe] → p.107
- 軌跡 [locus] → p.111
- アポロニウスの円 [circle of Apollonius, Apollonius' circle] → p.113
- 領域 [region, domain] → p.116
- 境界線 [boundary curve] → p.116
 - 境界[boundary]ということもある。
- 内部 [interior, inside] → p.117
- 外部 [exterior, outside] → p.117

第4章 三角関数

- 角 [angle] → p.130
- 動径 [radius vector] → p.130
- 始線 [initial line] → p.130
- 一般角 [general angle] → p.131
- 度 [degree] → p.132
 - 1度の60分の1を1分、1分の60分の1を1秒という。
- 度数法 [degree measure] → p.132
- ラジアン [radian] → p.132
- 弧度法 [radian measure] → p.132
- 正弦 [sine] → p.135
- 余弦 [cosine] → p.135
- 正接 [tangent] → p.135
- 三角関数 [trigonometric function] → p.135
- 単位円 [unit circle] → p.136
- 正弦曲線 [sine curve] → p.143
- 周期 [period] → p.144
- 周期関数 [periodic function] → p.144
- 奇関数 [odd function] → p.144
- 偶関数 [even function] → p.144
- 漸近線 [asymptote] → p.145
- 2倍角の公式 [double-angle formulas] → p.162
- 半角の公式 [half-angle formulas] → p.163

第5章 指数関数と対数関数

- 累乗 [power] → p.176
- 指数 [exponent] → p.176
- n 乗根 [n -th root] → p.178
- 累乗根 [root] → p.178
- 底(指数関数の) [base] → p.184
- 指数関数 [exponential function] → p.184
- 増加関数 [increasing function] → p.186
- 減少関数 [decreasing function] → p.186
- 底(対数の、対数関数の) [base] → p.191
- 対数 [logarithm] → p.191
- 真数 [antilogarithm] → p.191
- 対数関数 [logarithmic function] → p.195
- 常用対数 [common logarithm] → p.201

第6章 微分法と積分法

- 平均変化率 [average rate of change] → p.210
 - 関数 $y=f(x)$ の平均変化率は $\frac{y \text{ の変化量 }}{x \text{ の変化量}}$ で求められる。中学校では、 $\frac{y \text{ の増加量 }}{x \text{ の増加量}}$ を、「変化の割合」とよんでいた。平均変化率と変化の割合は同じものである。
- 極限值 [limit value] → p.211
- 微分係数 [derivative, differential coefficient] → p.212
- 接線 [tangent, tangent line] → p.214
- 接点 [point of tangency] → p.214
- 導関数 [derivative, derived function] → p.215
- 定数関数 [constant function] → p.216
- 増分 [increment] → p.216
- 微分する [differentiate] → p.217
- 区間 [interval] → p.224
- 増加する [increase] → p.225
- 減少する [decrease] → p.225
 - 関数の増加、減少は次のように定義できる。ある区間の任意の値 u 、 v について、「 $u < v$ ならば $f(u) < f(v)$ 」が成り立つとき、関数 $f(x)$ はその区間で増加するといひ、「 $u < v$ ならば $f(u) > f(v)$ 」が成り立つとき、関数 $f(x)$ はその区間で減少するという。
- 定数 [constant] → p.225

学びをもっと 深める！ 広げる！

詳細はこちら！



数研のQRコンテンツ

QRコンテンツでも、「学びやすい」「教えやすい」を追求！

紙面のQRコードからご利用いただけます

紙面のQRコードからタブレットやスマートフォンで手軽にアクセス！

紙面のQRコンテンツの場所にはLinkアイコンを配置

紙面のQRコードからタブレットやスマートフォンで手軽にアクセス！

NEW! 改訂版の教科書では、見開きページの右下にQRコードを入れています。(本冊子 p.23 参照)

Link 資料 Link イメージ Link MAP Link 考察

Link 資料 Link イメージ Link MAP Link 考察
 上のようなアイコンでコンテンツへのリンクが示されます

※ネットワーク接続に際し発生する通信料は使用される方のご負担となります。

改訂版教科書のQRコンテンツが、新たな機能を搭載し、より利用しやすくなりました！

考察コンテンツ

生徒が一人でコンテンツを活用できるよう、改訂版では「？」ボタンから使い方を確認できるようになりました。

NEW!

「？」ボタンを押すと... 使い方が表示される！ **おすすめ**

既習事項の確認問題

NEW!

各章の学習を始める前に取り組む、既習事項を確認する問題をご用意しました(全章に用意)。

自動正誤機能(一部の問題)、豊富な類題、要点を解説する動画を用意しているため、生徒が一人で既習事項を確認できます。

自動正誤機能

豊富な類題

計算カード

NEW!

教科書の練習の反復問題を数多く用意しています。

- >> 先生 「ふせんモード」で生徒に答えさせながら演習を進めます。
ペン機能も搭載しているため、問題に書き込みながら解説ができます。
- >> 生徒 「入力モード」で手書きやキーボードで解答しながら進めます。
スキマ時間を使って楽しく反復演習をすることができます。

おすすめ

ふせんモード

入力モード

●QRコンテンツ数

数学 I	数学 A	数学 II	数学 B	数学 C
2032	1671	2012	1410	1402

(注) QRコンテンツ数は、すべてのコンテンツのデータ数(例えば計算カードでは問題数)をあわせたものです。

副教材

教科書傍用問題集

改訂版の教科書傍用問題集では

- 別冊解答編の記述や体裁をブラッシュアップ
※一部のシリーズで、解答編を2色刷としました。➡
- 解説動画をさらに充実
- Studydrive デジタル版傍用問題集など デジタル教材も充実

詳細は
こちら！



NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT シリーズ

A5判 本冊/1色

別売詳解/2色



- 各問題には、教科書 NEXT のページ、問題番号を明示。
- 教科書で省略した例題(本冊子 32 ページ参照)を問題集では例題(CONNECT)として取り上げています。例題には、教科書と同じく【?】「数学の考え方」を掲載し、理解を深めることができます。

*教科書「NEXT シリーズ」は CONNECT だけではなく他の傍用問題集とも併用可能です。



クリアー
シリーズ
例題と問題で
実力を高め
Clear で理解
の確認

A5判 本冊/1色



別売詳解/2色



REPEAT シリーズ

教科書の内容を
反復練習!
章末の問題で
再確認!

A5判 本冊/2色



別売詳解/1色

補助教材

手厚い補助教材でスムーズな学びをサポートします。

短期完成ノート 教科書レベルの内容を、短期間でスムーズに学習することができる書き込み式問題集

データの分析ノート



図形の性質ノート



整数の性質ノート



統計的な推測ノート



- 板書の手間や生徒がノートをとる時間を短縮でき、効率的に授業を進めることができます。
- 解説動画(要項、例)、授業用スライドデータ(パワーポイント)、紙面 PDF(演示用)をご用意しています。

新入生課題ノート

- 高校数学をスムーズにスタートできる書き込み式問題集(いずれも別冊解答、テスト付)
- 採点支援システム(「リアテンドント」「百問繚乱」「採点ナビ」)に対応した、確認テストの設定ファイルを「チャート×ラボ」からダウンロードできます。

NEXT 数学 I 入門ノート(高校数学の先取り)



- 教科書の第1章「数と式」の第1節、第2節の内容を先取りで自習でき、その分授業時間を短縮できます。
- 教科書の例・例題に対応した問題の解説動画をご用意しています。書籍に掲載する QR コードからアクセスでき、自学で活用いただけます。



数学入門シリーズ(中学数学の総復習)



高数への準備演習 高数への基礎練習

高校数学へのブリッジ スタートワーク

- 中学数学の総復習ができ、高校数学を学ぶための万全の準備が可能です。
- レベルや用途に応じて選べるテストペーパーのデータ(StudydriveのPrint ファイル)や本冊の答のみのデータ(PDF ファイル)を、「チャート×ラボ」からダウンロードできます。
- 4 書籍すべてにデジタルコンテンツをご用意しています。書籍に掲載する QR コードからアクセスでき、自学で活用いただけます。

高数への準備演習	難度の高い問題の解説動画
高数への基礎練習	
高校数学へのブリッジ	例題の解説スライドショー
スタートワーク	要項の解説スライドショー



項目別学習ノート

高校数学を項目ごとに学習できる授業テキスト

式と証明、複素数と方程式/三角関数/ベクトル



- 学習内容について丁寧な解説があり、基本的な問題から代表的で重要な問題までが解答例とともに示してあります。
- 予習用、復習用の教材としても、幅広くお使いいただけます。
- 設問(問、練習、問題、演習問題)の解答を「チャート×ラボ」からダウンロードできます。

式と証明、
複素数と方程式



三角関数



ベクトル



※旧課程用の次の巻も引き続き発行しております。
「関数、極限」(NO.22917)、「複素数平面」(NO.22947)

Suken AIナビ

教科書に対する生徒一人一人の疑問を解決！
AIを活用した「新しい学習サポート」



目的別の質問項目

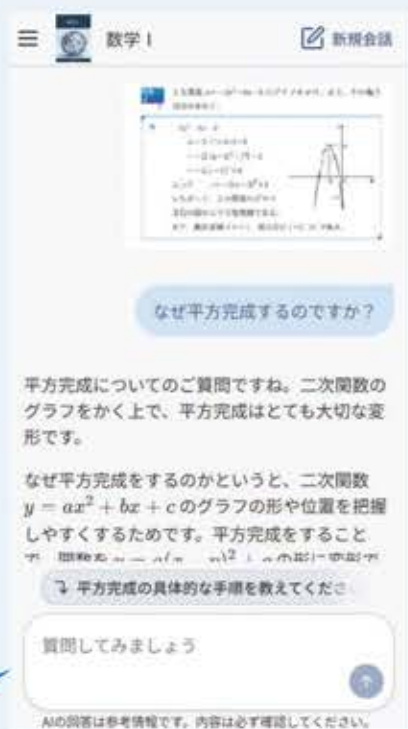
生徒が迷わず学習を進められるよう、目的に合わせた質問項目を用意しました。
「解説して」「添削して」「用語を教えて」を選ぶだけで、最適なAIサポートにアクセスできます。

特長 1 “解説して”



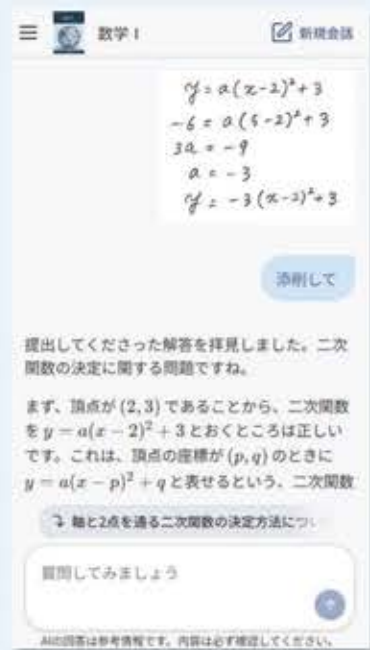
簡単に「ここ」を指定

ページ全体、または一部の範囲を指定して質問すると、その内容を詳しく教えてくれます。
知りたい箇所をそのままAIに伝えられるため、スムーズに質問できます。



特長 2 “添削して”

詳細はこちら！



写真・ファイルをアップロード
写真やファイルをアップロードすると、その答えを添削してくれます。
自分の考えのどこが違うか、すぐに把握できます。

解答利用の制限
教科書に答えが掲載されていない問題については、解答を調べる目的での利用はできません。

「Suken AI ナビ」は教授資料付属！（追加費用なし）

【利用方法】

1. アクセス

「Suken AI ナビ」にアクセスします。
<https://ai.chart.co.jp/qr-to-app.html>



2. ログイン

「初めての方」ボタンを押して、利用規約とプライバシーポリシーの確認後、以下のいずれかの方法でログインします。

- ①メールアドレスで新規登録（初回のみ）
- ②ご利用中のソーシャルアカウントでログイン

3. シリアルナンバーを入力

ログイン後、画面右上のを押して、教授資料記載のシリアルナンバーを入力します。



※令和8年度発行教科書より対応。
商品の写真は最新バージョンのものと一部異なる場合があります。掲載されている仕様は予告なしに変更することがあります。

教授資料

改訂版の教授資料でも、豊富な資料と付属データで授業をサポートします。

POINT

1 授業で役立つ付属データが充実

POINT

2 学習評価やQRコンテンツの利用に役立つ情報を掲載

POINT

3 教科書の解説動画で自学自習をサポート

教授資料の構成

NEW!

教授資料本冊 → 112 ページ

学習評価サポートブック → 114 ページ

デジタルコンテンツサポートブック → 115 ページ

指導用教科書 (1セットに1冊同梱、別売冊子有) → 113 ページ

NEW! 解説動画(Web配信) → 111 ページ

NEW! Suken AI ナビ → 108, 109 ページ

付属データ → 117 ページ

チャートラボ または DVD

※教授資料付属のDVD-ROMに収録しているすべてのデータは「チャート×ラボ」からダウンロードすることができるようにします。また、DVD-ROM収録外のデータや、追加・修正が生じた場合の最新データを「チャート×ラボ」にてご用意する場合がございます。「チャート×ラボ」については裏表紙をご参照ください。

※教授資料の発行予定や内容は予告なく変更される可能性があります。

● 教授資料と指導者用デジタル教科書(教材), Studyaid D.B. とのセット商品

教授資料には「指導者用デジタル教科書(教材)」(p.122~129)とのセット商品がございます。さらに、新たに

「教授資料」+「指導者用デジタル教科書(教材)」

+「チャート式データベース オンライン」+「問題集データベース オンライン」 **NEW!**

を1つのセットにした商品をご用意いたします。

・「チャート式データベース」、「問題集データベース」(▶ p.120, 121)の問題データとのセット商品です。チャート式は4シリーズ、問題集は12~14シリーズ(科目で異なります)のすべての問題データが利用可能です。

・このセット商品の「チャート式データベース」、「問題集データベース」はオンライン版のみのご用意となります。

詳しくは弊社ホームページをご覧ください。

詳細はこちら! →



教科書の解説動画をご用意しています!

教科書の解説動画は、「教授資料」「指導者用デジタル教科書(教材)」「学習者用デジタル教科書・教材」のいずれかをご購入いただいた場合に、追加費用なしでご視聴いただけます。

- 自学自習をサポートします。
- 反転学習にも活用できます。
- 対面授業が難しい状況下でも学習が進められます。

サンプルはこちら! →



ご利用のイメージ(教授資料ご購入の場合)



※「指導者用デジタル教科書(教材)」では、授業中に解説動画を拡大提示することができます。また、「学習者用デジタル教科書・教材」では、画面より解説動画にダイレクトにアクセスして視聴することができます(ただし、商品ライセンスを所持している生徒に限ります)。

解説動画数(予定)

- 教科書のすべての例・例題の解説動画をご用意しています。
- さらに、教科書のすべての問題(節末)・章末問題の解説動画 もご用意します。 **NEW!**

数学 I	数学 A	数学 II	数学 B	数学 C
226 本	146 本	342 本	117 本	173 本

● ページ構成は教科書の縮刷り + 該当ページの解説・解答

- として、見やすい構成になっています。
★【?】などを授業でどのように扱うかについても十分な解説をしており、生徒の反応に応じた展開例や別の問い掛け案など、授業展開の資料も充実しています。(本冊子30ページ参照)
★教科書本文の解説以外にも、補充問題や参考事項を掲載しています。
● 巻末には、教科書の問題の詳しい解答をまとめて掲載しています。解答は、そのまま生徒さんに配布できる書き方にしています。
● 教授資料本冊の紙面のPDFデータをご用意しています。解答一覧もご用意していますので、生徒さんに配布することも可能です。 NEW!

教科書 A.199 問題 20 解説 20
教科書本文の解説と、その下に追加された「深める」の解説と、さらにその下に「問題・章末問題・総合問題の解答」の欄が示されています。

「深める」の解説

「深める」の解説の具体的な内容。問題20の解説をさらに詳しく説明し、生徒の理解を深めるための追加の問い掛けや解説を提供しています。

★「深める」についても同様に、生徒さんの反応に応じた展開例や別の問い掛け案など、授業でどのように扱うかについての解説が充実しています。

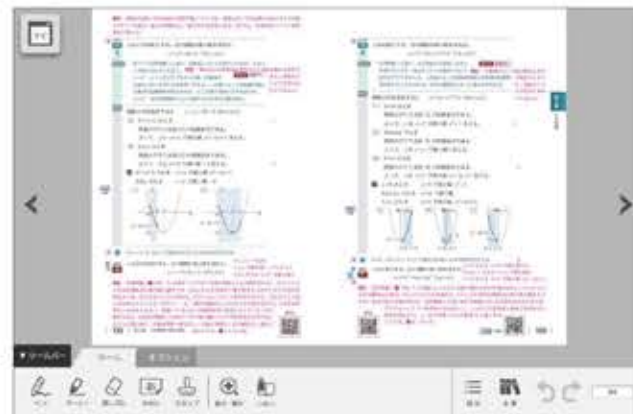
- 教科書紙面に「問題の答え」「指導上の注意」を赤字で書き込んだ指導用教科書です。特に授業での【?】の展開案なども掲載しています。
● 教授資料1セットに指導用教科書1冊が付属しています。指導用教科書のみ購入も可能です。
● 巻末には、節末問題や章末問題、総合問題の詳しい解答をまとめて掲載しています。

指導用教科書のページ例。教科書の本文と、赤字で追加された「問題の答え」「指導上の注意」が確認できます。

指導用教科書の巻末ページ例。節末問題、章末問題、総合問題の詳しい解答が掲載されています。

デジタル版指導用教科書

「デジタル版指導用教科書」も発行しています。指導用教科書の紙面をタブレット端末などで閲覧できます。



「学習評価サポートブック」がさらに充実しました。

今回の学習指導要領では、観点別学習状況の評価の観点が「知識・技能」、「思考・判断・表現」、「主体的に学習に取り組む態度」の3観点到整理されました。

● 観点別学習状況の評価について、その考え方や評価例に関する参考資料です。

1. 学習指導要領と観点別学習状況の評価
2. ルーブリックとは何か
3. ルーブリックの事例

● 「観点別評価集計ファイル(Excel)」をご用意しています。ペーパーテストの素点やレポート等の評価を入力いただくと、各生徒の観点別評価を自動算出(A, B, Cで算出)します。

● 紙面のPDFデータもご用意しています。 **NEW!**

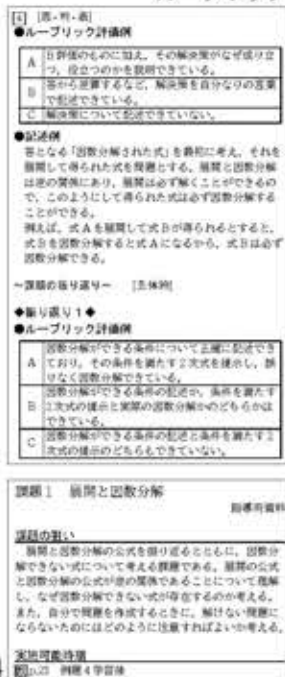
● 「主体的に学習に取り組む態度」などの評価にも役立つ課題例集も収録します。課題への取り組みを評価するための「ルーブリック」、教科書との対応や指導方法を記した「指導用資料」をご用意しています。 **NEW!**



課題



ルーブリック

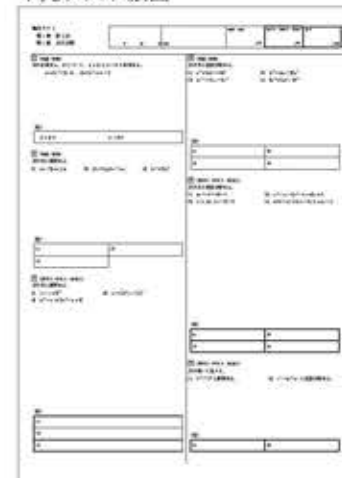


● これまでご用意していたテストに加え、改訂版の教授資料では新たに、「知識・技能」、「思考・判断・表現」の評価に利用できる「単元テスト」をご用意いたしました。 **NEW!**

● 「単元テスト」には「リアテングト」、「百問繚乱」、「採点ナビ」の3つの採点システムの設定ファイルもご用意いたします。 **NEW!**

● 単元テストの問題を掲載したシラバス・観点別評価規準例もご用意いたします。評価の観点の参考としてご利用いただけます。 **NEW!**

単元テスト紙面



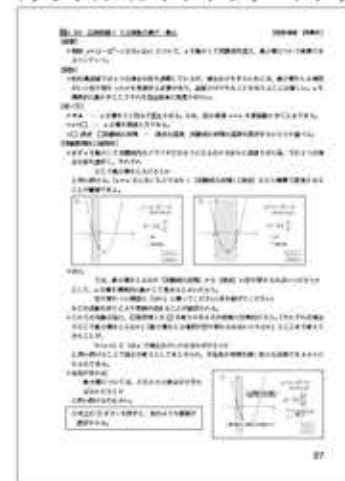
NEW! デジタルコンテンツに関する参考資料

● 改訂版の教科書では、各ページの **Link** に該当するデジタルコンテンツに対して、その見開きページの右下にあるQRコードから直接アクセスできるようにしています(本冊子23ページ参照)。コンテンツを利用した授業をよりスムーズに行えることになったことから、コンテンツを利用した授業のために「デジタルコンテンツサポートブック」をご用意しています。

● コンテンツの利用方法はもちろんのこと、コンテンツを利用した授業展開のヒント、生徒さんへの発問例など豊富な資料を収録しています。

● 紙面のPDFデータもご用意しています。

「デジタルコンテンツサポートブック」紙面



- 授業用スライドをパワーポイントデータをご用意しています。
- 授業用スライド(パワーポイントデータ)に音声を挿入するなど、先生が解説動画などを作成する際の素材にもなります。
- 授業用スライドと合わせてお使いいただける授業用プリントもをご用意しています。

授業用スライド

3 2次関数の最大・最小 A 2次関数の最大・最小 (教科書p.100)

関数の最大値、最小値は、関数の値域、すなわちグラフ上の点のy座標がとる値の最大値、最小値である。よって、次のことがいえる。

2次関数 $y = a(x-p)^2 + q$ の最大・最小

$a > 0$ のとき、 $x = p$ で最小値をとる。最大値は

$a < 0$ のとき、 $x = p$ で最大値をとる。最小値は

授業用プリント

2次関数の最大・最小

1. 2次関数の最大・最小

2. 2次関数の最大・最小

3. 2次関数の最大・最小

4. 2次関数の最大・最小

5. 2次関数の最大・最小

6. 2次関数の最大・最小

7. 2次関数の最大・最小

8. 2次関数の最大・最小

9. 2次関数の最大・最小

10. 2次関数の最大・最小

- アクティブ・ラーニング型授業のヒントとしていただくため、授業例(プリント例)をご用意しています。
- 各授業実践例は「授業の流れ(解説)」+「プリント例」で構成されています。
- 「深める」と関連させた授業例も収録しています。

授業の流れ(解説)

プリント

授業の流れ(解説) + プリント

1. 授業の流れ(解説)

2. プリント

3. プリント

4. プリント

5. プリント

6. プリント

7. プリント

8. プリント

9. プリント

10. プリント

- 教授資料付属データは教授資料本冊のDVD-ROMと「チャート×ラボ」からご利用いただけます。「チャート×ラボ」については裏表紙をご参照ください。
- 「チャート×ラボ」からはすべてのデータをダウンロードできるようにします。 **NEW!**

NEW!	教授資料紙面(※1)	PDF
	授業用スライド	PowerPoint
	授業用プリント	PDF <i>Studyaid</i>
	アクティブ・ラーニング型授業例	PDF <i>Studyaid</i>
NEW!	学習評価課題例(※2)	PDF <i>Studyaid</i>
	テスト(※3)	PDF
	教科書紙面(※4)	PDF
	シラバス・観点別評価規準	Word
	観点別評価集計ファイル	Excel
	時間配当表	Excel
	解答一覧	PDF
	統計データ(数学I)	Excel
	「数学の考え方」解説	PDF

サンプルは
こちら▶



- (※1) 教授資料本冊、学習評価に関する参考資料、デジタルコンテンツに関する参考資料の紙面のPDFデータをご用意しています。
- (※2) 「課題」の他に取り組みを評価するための「ルーブリック」、教科書との対応や指導方法を示した「指導用資料」をご用意しています。
- (※3) 「標準テスト」と「単元テスト」をご用意しています。また、「単元テスト」の問題を掲載したシラバス・観点別評価規準例もご用意しています。
- (※4) 「写真なども含まれたデータ」(閲覧のみ)と、「写真など第三者が著作権をもつものを除いたデータ」の2種類をご用意しています。
- (※注) 各科目のDVD-ROMには、弊社発行の全シリーズ(同科目)のデータを収録しています。

- 教授資料付属データのテストに対応した「自己評価アンケート」、アクティブ・ラーニング型授業に対応した「振り返りカード」のGoogleフォームデータをご用意しています。
- ご採用の教授資料の付属データとして、「チャート×ラボ」からのダウンロードによってご利用いただけます。

振り返りカード

本時の目標は達成できましたか、自己評価 (3, 2, 1) してみましょう。

3. 本時の目標を達成し、さらに理解を深めることができた。

2. 本時の目標を達成してきたが、さらに理解を深めるにはいかなかった。

1. 本時の目標が達成できていない。



2026年 Studyaid DB は、おかげさまで30周年を迎えます。



『30周年』のその先へ、 ひとつの船に乗って。

2026年 Studyaid D.B. は1996年の発行から30周年を迎えました。
学ぶこと、教えることに寄り添い続けたい一心で歩んできた30年、
ここまで歴史をつなぐことができたのは、
ひとえに皆さまからのご支援のおかげです。
誠にありがとうございます。



日頃の皆さまのご支援への感謝を込めて、
節目の年を記念した特別企画を
たくさんご用意しています。

30周年記念特設サイトでは、
「Studyaid D.B. のこれまでのあゆみ」や「操作解説動画」など、
Studyaid D.B. に関するコンテンツを公開中です！
楽しみながら、より深く Studyaid D.B. の魅力に触れることができます。
この機会にぜひ、30周年記念特設サイトをご覧ください。

特設サイト公開中!

Studyaid DB 30周年記念

各種イベントのご案内など、新しい情報を追加していきます。
今後の情報公開にぜひご期待ください!

- ・これまでのあゆみ
- ・ユーザーインタビュー
- ・Studyaid D.B. クイズ
- ・イベント情報
- ・開発者インタビュー
- ・Studyaid D.B. 機能投票
- ・30周年記念商品
- ・操作解説動画

その他 ...

スタディエイド 30周年



<https://www.chart.co.jp/stdb/30th/>



ブラウザ版新機能

先生からのご要望にお応えするため、進化を続けています。

01 ルビ機能

「プリント全体」または「選択範囲」に、自動でルビを振ることができます。また、手動に切り替えれば細かな調整もできます。収録問題だけでなく、先生が自作された問題にも対応しています。

簡単操作で、
一気にルビを
振ることができます。

漸近線を求めよ。
↓
ぜんぜんせん もと
漸近線を求めよ。

02 予測変換機能

入力中の内容と関連性の高い数式
が予測変換で表示されるため、入力
の手間を減らすことができます。
※予測変換候補は順次改良予定です。

数式を予測変換で
サクッと入力!



Studyaid^{online} 数学シリーズラインアップ



令和9年度発行の数学II、数学III、数学Cに対応した商品のラインアップについては、後記中です。

商品名	収録内容	問題数 ¹⁾	No.	Studyaid ^{online} オンライン		Studyaid ^{online} (DVD-ROM版)				
				税込価格【教育機関向け】		税込価格【教育機関向け】		オンライン版	購入方法	
				1ライセンス版	構内フリーライセンス版	標準価格	アップグレード価格	利用 ²⁾	購入方法	
中学数学 中学数学 2025 データベース ～日常学習から高校入試へ～ 令和7年改訂版 中学数学 基本問題データベース Light 令和7年改訂版 中学数学 問題集データベース 1・2・3年	●全国の1005年度公立高校入試問題 ●私立高校8校の2025年度入試問題 ●私立高校約60校の2025年度入試問題 ●小学校の復習問題 ●補充問題 ● ESビュー 用プレゼンテーションコンテンツ (3学年合計約150題を収録) **	約3,150問	99145	15,950円	29,700円	34,100円	17,050円	○	取扱店様へ	
	●「改訂版 中学数学スタンダード問題集」の3冊 ●「改訂版 スパイラルアップ中学数学」の3冊 ●「改訂版 STEP 演習中学数学」の3冊 ●「旧課程 改訂版 中学数学スタンダードアコース問題集」の3冊 ●小学校の復習問題 ● ESビュー 用プレゼンテーションコンテンツ (3学年合計約150題を収録) **	約1,100問	99319	9,900円	22,000円	11,000円	アップグレード価格がございません。 ※商品から商品へのアップグレードはご利用できません。	×		
	●「改訂版 中学数学スタンダード問題集」の3冊 ●「改訂版 スパイラルアップ中学数学」の3冊 ●「改訂版 STEP 演習中学数学」の3冊 ●「旧課程 改訂版 中学数学スタンダードアコース問題集」の3冊 ●小学校の復習問題 ● ESビュー 用プレゼンテーションコンテンツ (3学年合計約150題を収録) **	約6,800問	99356	15,950円	29,700円	34,100円	17,050円	×		
体系数学 改訂版 体系数学1 データベース ～中学数学+α～ 改訂版 体系数学2 データベース ～中学数学+α～ 改訂版 体系数学3、4、5 データベース	●テキスト「改訂版 体系数学1」の2冊 ●参考書「改訂版 チャート式体系数学1」の2冊 ●「改訂版 体系問題集(標準)1」の2冊 ●「改訂版 体系問題集(発展)1」の2冊 ● ESビュー 用プレゼンテーションコンテンツ (紙面表示、スライドビュー、QRコンテンツ、学習ツール) **	約3,450問	99781	19,250円	35,200円	38,500円	19,250円	×	直接出版へ	
	●テキスト「改訂版 体系数学2」の2冊 ●参考書「改訂版 チャート式体系数学2」の2冊 ●「改訂版 体系問題集(標準)2」の2冊 ●「改訂版 体系問題集(発展)2」の2冊 ● ESビュー 用プレゼンテーションコンテンツ (紙面表示、スライドビュー、QRコンテンツ、学習ツール) **	約3,200問	99784	19,250円	35,200円	38,500円	19,250円	×		
	●テキスト「改訂版 体系数学3、4、5」の4冊 ●問題集「改訂版 体系問題集3、4、5」の4冊 (テキスト、問題集とも3巻は2分冊) ● ESビュー 用プレゼンテーションコンテンツ (紙面表示、スライドビュー、QRコンテンツ、学習ツール) ** 【注】オンライン版では、「改訂版体系数学4」「改訂版体系数学5」とその準拠問題集のデータは、データが完成次第使用可能になる予定です。DVD-ROM版では、「改訂版体系数学4」「改訂版体系数学5」とその準拠問題集のデータは、製品DVD-ROMには含まれておりません。データが完成次第、弊社ホームページよりアップデートが必要となります。	約5,600問	99788	18,150円	35,200円	38,500円	19,250円	○		
受験用 数学入試 2025 データベース 数学受験編 2026 データベース	●2025 数学入試問題集 (I・II ABC ベクトル、II C 発展) ●「入試問題集」に収録されていない基本～標準レベルの入試問題 ●令和7年度大学入学共通テスト ●新課程大学入学共通テスト試作問題 ●センター試験過去問 (25年分) ●「新課程オリジナル数学演習I・II・A・B・C」受検編 ●「2026 スタンダード数学演習I・II・A・B・C」受検編 ●「改訂版クリアー数学演習I・II・A・B・C」受検編 ●「改訂版スタンダード数学演習I・II・A・B・C」受検編 ●「改訂版キートン・リーディング数学演習I・II・A・B・C」受検編 ●「改訂版シニア数学演習I・II・A・B・C」受検編 ●「改訂版ベシックススタイル数学演習I・II・A・B・C」受検編 ●「新課程オリジナル・スタンダード数学演習I・C」受検編 ●「新課程クリアー数学演習I・C」受検編 ●「新課程ベシックススタイル数学演習I・C」受検編 ●「新課程リンク数学演習I・A」受検編 ●「新課程リンク数学演習I・A・B・C」受検編 ●「新課程リンク数学演習I・C」受検編 ●「新課程ジュニア数学演習I・A」受検編 ●「新課程 SetUp 数学演習I・ABC 基本編受検編」 ●「新課程 SetUp 数学演習I・ABC 標準編受検編」 ●「2026 数学重要問題集 数学I・II・A・B・C (標準)」 ●「新課程数学重要問題集 数学I・II・A・B・C (発展)」 ●「新課程トライ EX NEO 数学演習I・A・II・B・C」受検編 ●「改訂版ニュースタンダード数学演習I・A・II・B・C」受検編 ●「改訂版ニューコース数学演習I・A・II・B・C」受検編 ●「新課程上級演習 PLAN120」 ●「新課程標準演習 PLAN100」 ●「新課程チャート式大学入学共通テスト対策数学I・A・II・BC」 ●「新課程思考力・判断力・表現力を鍛える数学I・A」 ●「新課程思考力・判断力・表現力を鍛える数学II・B・C」 ●令和8年度大学入学共通テスト本試験 ●令和3～7年度大学入学共通テスト ●新課程大学入学共通テスト試作問題 ●大学入学共通テスト試行調査 (第1回、第2回) ●センター試験過去問 (25年分) ● ESビュー 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約2,200問	99225	10,450円	25,300円	23,100円	11,000円	○		
	●「チャート式 数学I・A」 ●「改訂版 チャート式 基礎からの数学I・A」 ●「改訂版 チャート式 解法と演習数学I・A」 ●「改訂版 チャート式 基礎と演習数学I・A」 ● ESビュー 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約3,700問	99560	14,960円	29,700円	31,900円	15,950円	○		
●「チャート式 数学II・B」 ●「チャート式 基礎からの数学II・B」 ●「チャート式 解法と演習数学II・B」 ●「チャート式 基礎と演習数学II・B」 ● ESビュー 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約3,800問	99565	15,950円	29,700円	31,900円	15,950円	×			
●「チャート式 数学II・C」 ●「チャート式 基礎からの数学II・C」 ●「チャート式 解法と演習数学II・C」 ●「チャート式 基礎と演習数学II・C」 ● ESビュー 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約4,000問	99575	15,950円	29,700円	31,900円	15,950円	×			
問題集 改訂版 問題集データベース 数学I+A 統合版 新課程 問題集データベース 数学II+B 統合版 新課程 問題集データベース 数学III+C 統合版 算数・数学基本問題データベース ～小学校・中学校・高校の基本問題～	●「改訂版 4STEP 数学」 ●「改訂版 サクシード 数学」 ●「改訂版 スタンダード 数学」 ●「改訂版 CONNECT 数学」 ●「改訂版 4プロセス 数学」 ●「改訂版 クリアー 数学」 ●「改訂版 REPEAT 数学」 ●「改訂版 TRIAL 数学」 ●「改訂版 基本と演習テーマ 数学」 ●「改訂版 Study-Up ノート 数学」 ●「改訂版 SOUND 数学」 ●「改訂版 パラレルノート 数学」 ●「改訂版 ポイントノート 数学」 ●「改訂版 新編数学演習ノート 数学」 ● ESビュー 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約10,700問	99690	14,960円	29,700円	31,900円	15,950円	○		
	●「4STEP 数学」 ●「サクシード 数学」 ●「スタンダード 数学」 ●「CONNECT 数学」 ●「4プロセス 数学」 ●「クリアー 数学」 ●「REPEAT 数学」 ●「TRIAL 数学」 ●「基本と演習テーマ 数学」 ●「Study-Up ノート 数学」 ●「SOUND 数学」 ●「パラレルノート 数学」 ●「ポイントノート 数学」 ●「新編数学演習ノート 数学」 (Bはありません)	約10,150問	99589	15,950円	29,700円	31,900円	15,950円	×		
	●「4STEP 数学」 ●「サクシード 数学」 ●「スタンダード 数学」 ●「CONNECT 数学」 ●「4プロセス 数学」 ●「クリアー 数学」 ●「REPEAT 数学」 ●「TRIAL 数学」 ●「基本と演習テーマ 数学」 ●「Study-Up ノート 数学」 ●「SOUND 数学」 ● ESビュー 用プレゼンテーション (紙面表示) **	約8,500問	99595	15,950円	29,700円	31,900円	15,950円	×		
	【注】「4STEP 数学II・C」「サクシード 数学C」「CONNECT 数学C」「4プロセス 数学C」「クリアー 数学C」「TRIAL 数学C」以外のデータは、製品DVD-ROMには含まれておりません。本商品をご購入いただいた方は、弊社ホームページよりアップデートが必要となります。 ●小学校の復習問題 ●「10日ですっきり復習」1小学6年間の算数 ●「中学数学スタンダード問題集」の3冊 ●「ステップ新高度」 ●「算数ドリル標準編」 ●「算数ドリル基本から標準編」 ●「算数ドリル基本編」(追加データ) ●「Study-Up ノート 数学」 ●「SOUND 数学」 ●「パラレルノート 数学」 (B、Cはありません) ●「ポイントノート 数学」 (B、Cはありません) ●「新編数学演習ノート 数学」 (B、Cはありません) ●数学I・A、II・B、II・Cの要項	約10,850問	99133	15,950円	29,700円	31,900円	15,950円	×		
大学数学 大学微積分 大学線形代数 大学微積分 + 線形代数	●「数研講座シリーズ大学教養微積分」 ●「チャート式シリーズ大学教養微積分」 ●「数研講座シリーズ大学教養線形代数」 ●「チャート式シリーズ大学教養線形代数」	約510問 約460問	99978 99979	16,500円 16,500円	フリーライセンス版の 販売はございません。	DVD-ROM版の販売はございません。				
	●「数研講座シリーズ大学教養微積分」 ●「チャート式シリーズ大学教養微積分」 ●「数研講座シリーズ大学教養線形代数」 ●「チャート式シリーズ大学教養線形代数」	約970問	99980	29,700円						

●上表にない商品もございます。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。 ※1記載されている問題数はオンライン版の問題数です。DVD-ROM版は問題数が異なる場合があります。
※2 Studyaid^{online} でもご利用いただける商品です。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。 <https://www.chart.co.jp/adb/online/support/dvd.html>
※3 DVD-ROM版、オンライン版ともに **ESビュー** のインストール用ディスクは付属してありません。ご利用については、弊社ホームページをご覧ください。 <https://www.chart.co.jp/software/overview/use/>

【Studyaid^{online} オンライン】

動作環境	デスクトップアプリ版		ブラウザ版	
	OS	ストレージ	OS	ブラウザ
	Windows 11 ※日本語版のみに対応。 ※Windows 11のSモードには非対応。	システムドライブに2GB以上の空き容量	Windows 11 iPadOS 17以降 macOS 14以降 ChromeOS 最新バージョン	Windows : Google Chrome, Microsoft Edge iPadOS, macOS : Safari ChromeOS : Google Chrome
	※最新の動作環境については、弊社ホームページをご覧ください。		メモリ	4GB以上

- デスクトップアプリ版、ブラウザ版ともに、インターネット接続が必要です。インターネット接続に際し発生する通信料はお客様のご負担となります。
- Studyaid^{online} には7年間の有効期限があります。ただし、有効期限までに新たに別商品をご購入された場合、その商品の有効期限まで延長してお使いいただけます。

●ライセンス
Studyaid^{online} はユーザーライセンスの商品です。1ライセンスにつき1アカウント(1名)がご利用いただけます。構内フリーライセンス版では、同一構内に勤務される方であれば、人数に制限なくご利用いただけます。また、少人数でご利用の場合にお求めやすい「追加ライセンス」もあります。1ライセンス版に「追加ライセンス」を組み合わせることで、必要人数に応じたライセンスを購入できます。

追加ライセンス	税込価格
1ライセンス	3,850円

【Studyaid^{online} (DVD-ROM版)】

- アップグレード価格
Studyaid^{online} 数学シリーズ商品をお持ちの場合は、標準価格の商品と同一のものをアップグレード価格でご購入いただけます。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。
▶ <https://www.chart.co.jp/stdb/upgrade/>
※アップグレード価格でのご注文の際には、お持ちの商品のシリアルナンバーが必要です。
- 動作環境
弊社ホームページをご覧ください。
▶ <https://www.chart.co.jp/stdb/setting.html>

●ライセンス
Studyaid^{online} は1台のパソコンにのみインストールし、使用することができます。1つの商品を同一構内の複数台のパソコンで使用する場合は、商品の他に追加ライセンス(サイトライセンス)が必要です。

追加ライセンス	税込価格
1ライセンス	4,180円
フリーライセンス	16,500円

DVD-ROM版の購入でオンライン版も

使えます! (上表の「オンライン版利用」で「○」が付いている商品)

<https://www.chart.co.jp/stdb/online/support/dvd.html>

誰でも簡単に

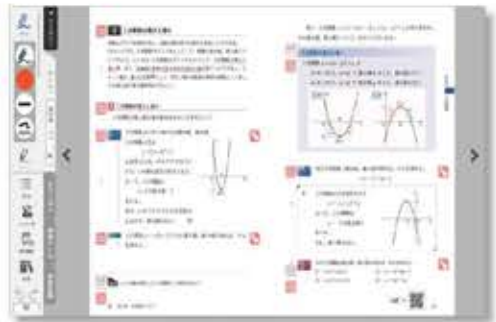
1つのライセンスで、アプリ版(Windows, iPad)とブラウザ版の両方をご利用いただけます。

基本機能



ペン、マーカー、消しゴム、ふせん、スタンプ、教具などの基本的な機能は、ツールバーから選択して利用できます。

ツールバーの位置は、左、下、右に変更できます。画面サイズによっては、左右に配置することで紙面を大きく投影できます。



スライドビュー

紙面を大きく表示することができます。「投影用」と「学習用」の2種類のスライドビューがあります。 **NEW 詳しくは p.124 へ**



特別支援機能

音声読み上げ、配色設定、総ルビ表示、文字サイズ・書体変更などができます。

※一部教材では、特別支援機能はご利用いただけません。

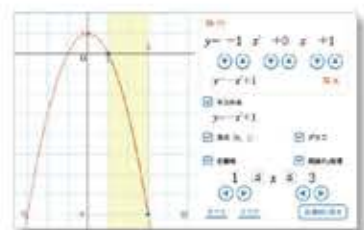


深く学べる

授業や自宅学習に役立つデジタルコンテンツや内容解説動画を豊富に用意しています。

デジタルコンテンツ

授業や自宅学習で活用できるさまざまなアニメーション・動画コンテンツがあります。



QR コンテンツについて 詳しくは p.104 へ

内容解説動画

自宅学習での予習・復習をサポートするための解説動画を用意しています。



※利用時はインターネット接続が必要です。

充実の機能

エスビューアならではの充実した機能で、生徒一人一人の学びを支援します。

教材連携

購入済のデジタル教科書／デジタル副教材の間で、スムーズな連携ができます。別教材の該当ページや類問などをすぐに表示できます。



※受験用問題集と受験用問題集の教材連携も可能です。

宿題管理

先生は、生徒のエスビューアへ宿題を配信することができます。宿題の進捗状況や、生徒が提出した宿題の結果・ノートの写真をいつでも確認することができます。 **詳しくは p.125 へ**



学習の記録

生徒は、問題を解いて得た気づきを、ノートの写真やコメントと合わせて学習の記録として残すことができます。



表示制御

先生は、生徒の学習者用デジタル教科書・教材／デジタル副教材に収録されている「答」「詳解」「コンテンツ」について、要素ごとに[見せる／見せない]を設定できます。



演習モード

問題演習に特化した機能です。条件を指定して問題を検索し、学習することができます。間違えた問題や苦手な問題を効率的に復習することもできます。



ESビューアは進化しています!

機能向上 スライドビュー

▼投影用スライドビュー



投影用スライドビュー



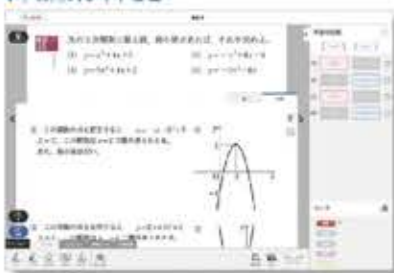
紙面の問題を大きく投影することに適したスライドビューです。

ふせんをめくりながら段階的に解説したり、小問ごとに答・解説を表示したりできます。

※ 2026年3月以降に発売される教材で利用できます。

投影用/学習用スライドビューの変更方法
スライドビュー画面を表示中に
オプションタブ > 設定 > 表示モード

▼学習用スライドビュー



学習用スライドビュー



紙面を問題ごとに表示できる、問題演習に適したスライドビューです。問題と答・解説を同時に表示できます。

また、「学習の記録」を保存することもできます。

新機能 演習モード



①検索



特長1

生徒自身で、複数の教材を横断して問題を検索し、演習を行うことができます。たとえば、複数の教材の中から、『できていない問題』を中心に解き直すことで、学習内容を定着させることができます。

特長2

問題を難易度順に並べ替えたり、学習の記録やマークを一覧で確認したりできるので、一人一人の学習状況に合わせて効率的に学習を進めることができます。

②問題を確認



③徹底的に演習!



※ 2026年3月以降に発売される教材で利用できます。

機能向上 宿題管理



生徒のESビューアへ宿題を配信することができます。

配信できるデータは、「教材の問題」「Studyaidの問題」「PDF」の3種類です。

生徒が提出した宿題の結果を確認し、コメントを書き込んで返却することもできます。

※生徒が利用しているデジタル教科書・教材/デジタル副教材に収録されている問題です。

先生が宿題を配信

生徒が宿題を受信・提出

先生が宿題の結果を確認



宿題の共有

校内の先生が共通で利用できる「共有グループ」にも宿題の配信ができるようになりました。これにより、先生どうして宿題を共有できます。



新機能 Studyaid オンラインの問題検索※1

『オリジナル教材(※2)』や『宿題管理』において、Studyaid オンラインの問題を検索できるようになりました。

これまでは、事前にStudyaidで作成したプリントを利用する必要がありましたが、ESビューア上からStudyaidオンラインの検索画面を直接起動し、その場で問題を選択できるようになりました。

よりスムーズに問題表示や宿題配信を行うことができます。



①検索画面を起動



②問題を検索・選択(※3)



③選択した問題を表示/配信



※1 学校の先生・教育委員会の方向けの機能です。

※2 『オリジナル教材』は、Studyaidで作成したプリントファイル、PDF、画像などの先生オリジナルの教材を開くことができる機能です。

※3 検索できるのは、お持ちのStudyaidオンライン 商品の問題のみです。Studyaid (DVD-ROM版) 商品の問題は検索できません。

体験版はこちら!



数学 デジタル教科書/デジタル副教材 ラインアップ

【補足：利用期間（教科書使用期間・書籍使用期間）について】
 「デジタル教科書/デジタル副教材」は販売終了後、一定の利用期間の後に配信を停止いたします。
 配信停止後はオンラインでの利用が不可となりますのでご注意ください。
 各商品の利用期間（配信期限）の最新情報は、弊社ホームページ（<https://www.chart.co.jp/software/lineup/expiry/>）をご覧ください。

デジタル教科書/デジタル副教材は **ESビューア** にてご利用いただけます。

改訂版 デジタル教科書（令和8年度以降用）/改訂版 デジタル副教材

指導者用デジタル教科書（教材） StudyPrint印刷作成システムが搭載しています！DVD-ROM版/オンライン版のどちらも利用可能。

電子黒板などで教科書紙面やコンテンツを拡大して提示する、先生用の教材です。

StudyPrint印刷作成システムには、教科書掲載問題のデータを搭載。

商品名	収録書籍	No.	価格(税込)	データサイズ	発売日
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学Ⅰ	「数学」シリーズ 「NEXT」シリーズ 「高等学校」シリーズ 「新編」シリーズ 「最新」シリーズ 「新 高校の数学」シリーズ*	54266	各 38,500 円	約 4.5GB	販売中
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学A		54270			
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学Ⅱ		54274			
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学B		54278			
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学C		54286			

■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：校内フリーライセンス ■購入方法：教科書取扱書店様へ ■納品物：アプリ版インストール用DVD-ROM ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制限
○	○※2	○	○	○	○	—※3	—※3

※1「新 高校の数学」シリーズに数学Ⅰはありません。
 ※2「投影用スライドビュー」「学習用スライドビュー」を自由に切り替えてご利用いただけます。
 ※3「学習者用デジタル教科書・教材」または「学習者用デジタル副教材」ご採用時に利用可能な機能です。

デジタル版 指導用教科書

「指導用教科書」の内容をデジタル化したものです。指導用教科書の紙面を、**ESビューア**にてご利用いただけます。

※各シリーズ、数学Ⅱ、数学Ⅲ、数学Ⅳ、数学Ⅴは2027年3月発売予定です。

シリーズ	No.	価格(税込)
数学シリーズ	(数学Ⅰ) 54401 (数学A) 54402 (数学Ⅱ) 54403 (数学B) 54404 (数学C) 54406	(数学Ⅰ・数学A) 各 1,870 円 (数学Ⅱ・数学B・数学C) 未定
NEXTシリーズ	(数学Ⅰ) 54407 (数学A) 54408 (数学Ⅱ) 54409 (数学B) 54410 (数学C) 54412	
高等学校シリーズ	(数学Ⅰ) 54413 (数学A) 54414 (数学Ⅱ) 54415 (数学B) 54416 (数学C) 54418	
新編シリーズ	(数学Ⅰ) 54419 (数学A) 54420 (数学Ⅱ) 54421 (数学B) 54422 (数学C) 54424	
最新シリーズ	(数学Ⅰ) 54425 (数学A) 54426 (数学Ⅱ) 54427 (数学B) 54428 (数学C) 54430	

■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：先生1人につき1ライセンス必要 ■購入方法：教科書取扱書店様へ ■納品物：ライセンス証明書 ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制限
○	—	—	—	—	—	—	—

※教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。

学習者用デジタル教科書・教材

生徒一人一人の端末で使用する、生徒用の教材です。

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)	データサイズ	発売日
数学Ⅰ	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学Ⅰ	4380332D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学A	4380337D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学Ⅱ	4380342D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学B	4380347D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学C	4380357D01			
NEXT	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学Ⅰ	4380482D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学A	4380487D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学Ⅱ	4380492D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学B	4380497D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学C	4380507D01			
高等学校	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学Ⅰ	4380362D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学A	4380367D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学Ⅱ	4380372D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学B	4380377D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学C	4380387D01			
新編	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学Ⅰ	4380392D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学A	4380397D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学Ⅱ	4380402D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学B	4380407D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学C	4380417D01			
最新	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学Ⅰ	4380422D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学A	4380427D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学Ⅱ	4380432D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学B	4380437D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学C	4380447D01			
新 高校の数学	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新 高校の数学Ⅰ	4380452D01	各 935 円	未定	販売中
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新 高校の数学A	4380457D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新 高校の数学Ⅱ	4380462D01			
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新 高校の数学B	4380467D01	未定	未定	2027年3月発売予定

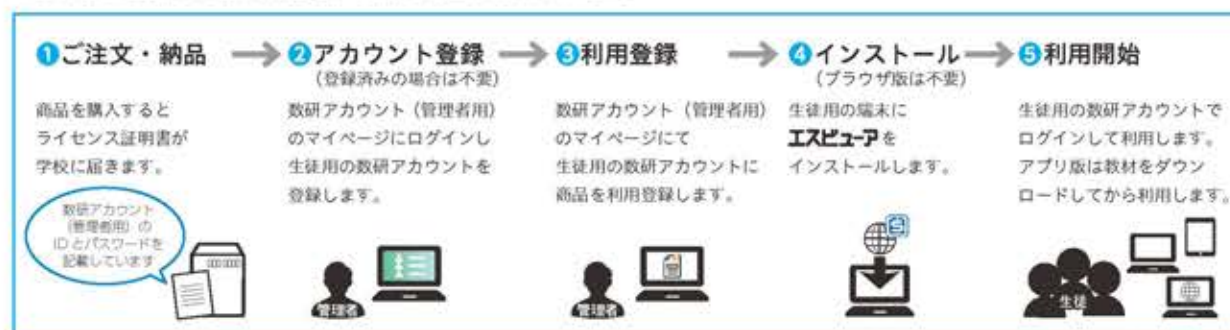
■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：生徒1人につき1ライセンス必要 ■購入方法：直接教研出版へ ■納品物：ライセンス証明書 ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制限
○	○※1	—※2	○	○	○	○※3	○※3

※1「学習用スライドビュー」のみご利用いただけます。
 ※2教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。
 ※3先生は「ESビューア 先生用サイト」より設定する必要があります。

■ご利用までの流れ（学習者用デジタル教科書・教材、学習者用デジタル副教材）

※先生が学習者用商品を利用する場合は、下記①～⑤の「生徒用」を「先生用」に読み替えてください。



(注) 指導者用デジタル教科書（教材）のご利用までの流れは、弊社ホームページ（<https://www.chart.co.jp/software/digital/s/flow/>）をご覧ください。

■動作環境

- 動作環境の詳細は弊社ホームページをご覧ください。
- ライセンスでアプリ版とブラウザ版の両方をご利用いただけます。

アプリ版

Windows 11
 iPadOS 17/18/26
※Windows11のSモードには非対応です。

ブラウザ版

OS: Windows 11
 OS: Chrome OS 最新版
 OS: iPadOS 17/18/26

ブラウザ: Google Chrome/Microsoft Edge
 ブラウザ: Google Chrome
 ブラウザ: Safari

学習者用デジタル副教材

生徒一人一人または先生用の端末で使用する、デジタル副教材です。

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)		データサイズ	発売日
			書籍購入なし	書籍購入あり		
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 基礎からの数学 I + A	4310379D01	2,200 円	550 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 基礎からの数学 II + B	4310389D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 基礎からの数学 II + B + C [ベクトル]	4310401D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 解法と演習数学 I + A	4310648D01	2,079 円	550 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 解法と演習数学 II + B	4310658D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 解法と演習数学 II + B + C [ベクトル]	4310872D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学 I + A	4320106D01	1,111 円	550 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学 II	4320138D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学 B	4320148D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学 II・数学 B (セット) ^{※1}	4320176D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学 II・数学 B・数学 C [ベクトル] (セット) ^{※2}	4320194D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学 I + A	4320776D01	1,155 円	550 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学 II	4320738D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学 B	4320748D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学 II・数学 B (セット) ^{※1}	4320786D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学 II・数学 B・数学 C [ベクトル] (セット) ^{※2}	4320804D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学 I + A	4324540D01	1,122 円	550 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学 II	4324544D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学 B	4324548D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学 II・数学 B (セット) ^{※1}	4324552D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学 II・数学 B・数学 C [ベクトル] (セット) ^{※2}	4324572D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4 プロセス 数学 I + A	4320276D01	1,111 円	550 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4 プロセス 数学 II	4320237D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4 プロセス 数学 B	4320247D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4 プロセス 数学 II・数学 B (セット) ^{※1}	4320286D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4 プロセス 数学 II・数学 B・数学 C [ベクトル] (セット) ^{※2}	4320306D01				

※1「数学II・数学B(セット)」は、「数学II」と「数学B」のセット商品です。表示される紙面のページ数は、該当書籍の単科目書籍「数学II」「数学B」のページ数となります。
 ※2「数学II・数学B・数学C[ベクトル](セット)」は、「数学II」と「数学B」と「数学C[ベクトル]」のセット商品です。表示される紙面のページ数は、該当書籍の単科目書籍「数学II」「数学B」「数学C[ベクトル]」のページ数となります。

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)		データサイズ	発売日
			書籍購入なし	書籍購入あり		
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学 I + A	4321108D01	1,111 円	550 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学 II	4321138D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学 B	4321148D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学 II・数学 B (セット) ^{※1}	4321198D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学 II・数学 B・数学 C [ベクトル] (セット) ^{※2}	4321184D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学 I + A	4320358D01	1,078 円	440 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学 II	4320338D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学 B	4320348D01				
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学 II・数学 B (セット) ^{※1}	4320368D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学 II・数学 B・数学 C [ベクトル] (セット) ^{※2}	4320373D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学 I + A	4360084D01	902 円	440 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学 II	4360036D01	未定	未定	未定	2027年3月 発売予定
	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学 B	4360046D01				
学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学 II・数学 B (セット) ^{※1}	4360094D01					
	学習者用デジタル版 改訂版 クリアー 数学演習 I・II・A・B・C [ベクトル] 受験編	4324106D01	1,056 円	440 円	未定	販売中
	学習者用デジタル版 改訂版 メジアン 数学演習 I・II・A・B・C [ベクトル] 受験編	4324457D01	1,067 円	440 円	未定	
	学習者用デジタル版 改訂版 キートレーニング 数学演習 I・II・A・B・C [ベクトル] 受験編	4324016D01	979 円	440 円	未定	

■利用期間: 書籍使用期間 ■ライセンス: 生徒1人につき1ライセンス必要 ■購入方法: 直接数研出版へ ■納品物: ライセンス証明書 ■搭載機能: 下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテント	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	教示制御
○※2	○※4	—※5	○	○	○	○※6	○※6

※1「数学II・数学B(セット)」は、「数学II」と「数学B」のセット商品です。表示される紙面のページ数は、該当書籍の単科目書籍「数学II」「数学B」のページ数となります。
 ※2「数学II・数学B・数学C[ベクトル](セット)」は、「数学II」と「数学B」と「数学C[ベクトル]」のセット商品です。表示される紙面のページ数は、該当書籍の単科目書籍「数学II」「数学B」「数学C[ベクトル]」のページ数となります。
 ※3 特別支援機能は含まれません。 ※4「学習用スライドビュー」のみご利用いただけます。
 ※5 書籍のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを記載しています。
 ※6 先生は「エスビューア先生用サイト」より設定する必要があります。
 (注) 学習者用デジタル副教材をご採用の場合でも、紙の書籍ご採用時と同様にご採用校専用データをチャートメッサーからダウンロードできます。数研アカウントをご利用ください。
 (注) 学校採用にて書籍をご購入の場合は、「書籍購入あり」価格で販売いたします(学習者用デジタル副教材のみ)。
 ・該当校で採用された書籍と、学習者用デジタル副教材の使用量が同じ場合に限りです。
 ・該当書籍の単科目書籍をご購入の場合でも、「書籍購入あり」価格で販売いたします。
 例:「改訂版 教科書傍用 4STEP 数学II」改訂版 教科書傍用 4STEP 数学II 書籍両方ご採用の場合は、「学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学II + A」を「書籍購入あり」価格で販売いたします。
 ・問題用子のみご採用の場合でも「書籍購入あり」価格で販売いたします。

一学習者用デジタル副教材を先生が拡大提示する場合について

- 授業を受ける生徒全員が、該当する紙の書籍または学習者用デジタル副教材を所有している場合は、先生による拡大提示用途としてご利用いただけます。
- 授業を受ける生徒全員が、該当する紙の書籍または学習者用デジタル副教材を所有していない状況(または一部生徒しか所有していない場合)で、先生による拡大提示用途としてご利用いただく場合は、ユーザーライセンスに加えて「提示用オプション」をご購入いただく必要がございます。
- 「提示用オプション」について、詳しくは決まり次第弊社ホームページにてお知らせいたします。

教授資料(→ p.110~117)

▶ 教授資料の構成(本書 p.110 参照)

教授資料本冊		学習評価サポートブック
デジタルコンテンツサポートブック	NEW!	指導用教科書
解説動画(Web 配信)	Suken AI ナビ NEW!	付属データ(「 チャート×ラボ 」または DVD-ROM)

▶ 教授資料付属データ一覧(本書 p.117 参照)

教授資料紙面	NEW!	解答一覧
授業用スライド		授業用プリント
アクティブ・ラーニング型授業例	学習評価課題例	NEW!
		テスト(標準テスト, 単元テスト)
教科書紙面	シラバス・観点別評価規準	観点別評価集計ファイル
時間配当表	統計データ(数学Ⅰ)	「数学の考え方」解説

指導用教科書(別売)(→ p.113)

デジタル版指導用教科書(→ p.113)

教授資料・指導者用デジタル教科書(教材)セット

指導者用デジタル教科書(教材)(→ p.126)

＼指導に役立つ情報や教材データをお届け／

先生のための会員制サイト **チャート×ラボ**

「チャート×ラボ」で何ができるの?

- ご採用の教材に関連したデータのダウンロードや、数研出版が作成したプリントデータを生徒のタブレットやスマートフォンに配信することができます。
- 指導者用デジタル教科書(教材)、学習者用デジタル副教材の体験版をお試しいただけます。
- 数研出版主催のセミナーにお申込みいただけます。

会員限定の情報も
お届けするよ

くわしくはこちら <https://lab.chart.co.jp/>



※「チャート×ラボ」のご利用は、教育機関関係者(小学校・中学校・高等学校・大学などの学校に勤務されている方、教育委員会・教育センターなど教育関係職員の方)に限定しております。

数研出版コールセンター TEL: 075-231-0162 FAX: 075-256-2936



東京本社 〒101-0052
東京都千代田区神田小川町 2-3-3

関西本社 〒604-0861
京都市中京区烏丸通竹屋町上る大倉町 205

関東支社 〒120-0042
東京都足立区千住龍田町 4-17

支店…札幌・仙台・横浜・名古屋・広島・福岡

本カタログに記載されている会社名、製品名はそれぞれ各社の登録商標または商標です。
QRコードは株式会社デンソーウェブの登録商標です。
本カタログで使用されている商品の写真は出版時のものと一部異なる場合があります。
本カタログに掲載されている仕様及び価格等は予告なしに変更することがあります。
本カタログの内容は2025年4月現在のものです。
カタログの有効期限: 2027年3月31日
商品に関する特約: 商品に欠陥のある場合を除き、お客様のご都合による商品の返品・交換はお受けできません。

151572