

# ダイジェスト版

内容解説資料

数 I / 104-901



数 A / 104-901



## 教科書

- 「学びやすい」「教えやすいを追求」！
- 2 数学シリーズの特長
- 4 数学シリーズの改訂ポイント
- 5 章の構成と時間配当表
- 6 目次
- 8 教科書の手引き
- 12 数学 I
- 56 数学 A
- 86 QR コンテンツ

## 副教材

- 88 教科書傍用問題集、補助教材

## 教授資料など

- 90 教授資料の構成
- 91 解説動画
- 92 教授資料本冊
- 93 指導用教科書
- 94 学習評価に関する参考資料
- 95 デジタルコンテンツに関する参考資料
- 96 授業用スライド、授業用プリント  
主体的・対話的で深い学びへの参考資料
- 97 教授資料付属データ一覧  
Google フォーム
- 98 Studyaid D.B.
- 100 デジタル版教科書・副教材  
チャート×ラボ



教科書のご案内サイトは  
こちら！



教科書の紹介動画は  
こちら！

数研出版

# 「学びやすい」「教えやすい」を追求！

2022年度から実施されている高等学校教育課程では、学習教材に求められることも多様になっていました。

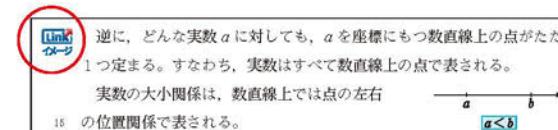
科目編成の変化による学習内容の変更だけでなく、ICT教材の積極的な活用、数学的活動の充実、統計教育のさらなる拡充など、教育の変化、教育を取り巻く環境の変化に合わせて教科書が担う役割も変わっていくべきであることを、私たちも日々実感しています。

数研出版の教科書は、従来からの良さを引き継ぎつつも、新しい学びに対応していくように、様々な要素を盛り込み、「学びやすい」「教えやすい」を追求しました。

ここでは、数学シリーズにおける様々な工夫について、特徴的なものを取り上げていきたいと思います。

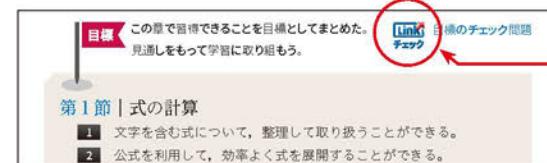
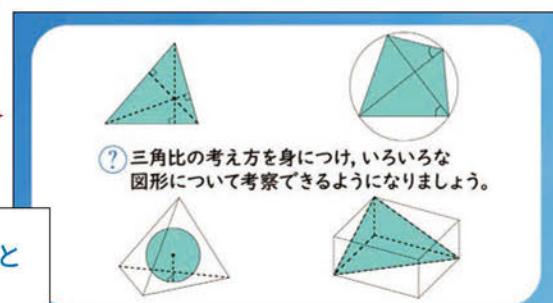
## ICT教材の積極的な活用

紙面だけではイメージすることが難しい動きをアニメーションで見ることができたり、生徒さん自身が実際に手を動かしながら考察することで理解を深められたりできるようなデジタルコンテンツを多数収録し、紙面の関連する箇所に「Link」というマークで示しました。紙面の見開き右下にある二次元コードから、これらのコンテンツにアクセスできます。



→詳しくは 86, 87 ページへ

章扉のページには、これから学ぶことの全体像をイメージするために、その章で学ぶ内容→を把握できるような動画をご用意しました。



章扉のページでは、その章で習得できることを「目標」としてまとめました。この「目標」が達成されたかどうかを確認できるチェック問題を、デジタルコンテンツとして収録しています。

## 数学的活動の充実

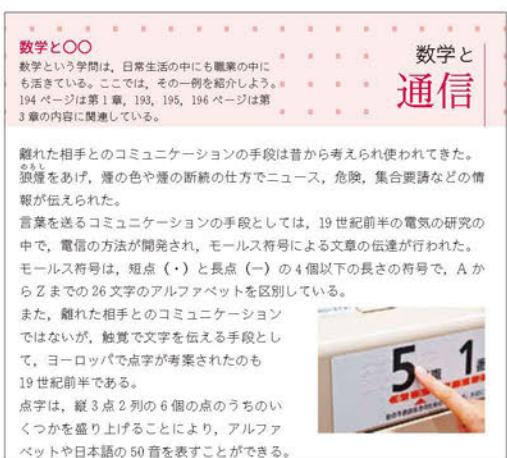
数学シリーズでは、今回の課程から巻末に「数学と○○」というページを新設しています。

日常生活と数学とのつながりや、職業の中で活用される数学など、読み物として取り上げました。また、教科横断的な内容も取り上げました。

- ・数学と通信（右の紙面）
- ・数学とアクチュアリー
- ・数学と美術

などが一例です。

→詳しくは 85 ページへ



## 統計教育のさらなる充実

### A 仮説検定の考え方

ボールペンを製造している会社が、既に販売しているボールペンAを改良して新製品Bを開発した。BがAよりも書きやすいと思う人が多いかどうかを調査したいと考えたが、すべての消費者を調査するのは不可能である。そこで、ここでは以下のように考察を進めてみる。

まず、無作為に選んだ30人にこれらのボールペンを使ってもらい、A, Bのどちらが書きやすいと思うかを回答してもらった。回答の結果を集計したところ、70%にあたる21人がBと回答した。この回答のデータから、消費者全体において、

【1】Bが書きやすいと思う人が多い

と判断してよいだろうか。「Aが書きやすいと思う人とBが書きやすいと思う人は同じくらい存在するが、Bが書きやすいと思う人が偶然多く選ばれた」という可能性もある。

### B 仮説検定と反復試行の確率

202, 203ページのボールペンの書きやすさの調査に関する仮説検定において、「A, Bのどちらの回答も同じ確率で起こる」という仮説のもとで、30人中21人以上がBと回答する確率を、コイン投げの実験を通して考えた。この確率は、数学Aで学習する次の「反復試行の確率」を用いると計算することができる。

同じ状態のもとで繰り返すことができ、その結果が偶然によって決まる実験や観察などを試行といい、その結果起こる事柄を事象という。

反復試行の確率 1回の試行で事象Aの起こる確率をpとする。この試行をn回繰り返し行うとき、事象Aがちょうどr回起こる確率は  
$${}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$$

【補足】 ${}_nC_r$  は異なるn個のものからr個を取り出して作る組合せの総数を表す。

今回の課程では、統計分野の内容拡充も大きなポイントのひとつです。数学Iでは、これまでのデータの分析の内容に「仮説検定の考え方」が新たに加わっています。

数学シリーズでは、社会の形成に参画する姿勢を育めるよう、商品開発や品質調査に関する例を取り上げています。

また、改訂版では、色や図解による説明を増やして、視覚的に理解しやすくしました。

さらに、数学Bの「統計的な推測」でも仮説検定が扱われることをふまえ、数学Aの「反復試行の確率」と関連した内容も数学Iで扱いました。数学Bへのスムーズなつながりを意識しています。

→詳しくは 44~48 ページへ

# 数学シリーズの特長

数学シリーズは自ら考え方を深められる「タイプ充実の徹底型」です。具体的には、次の3点が大きな特長です。

## 1 「確かな記述」と「明解な解説」によって、より確実な知識・技能を習得できます

●数学シリーズでは、従来から本文の厳密さを何より大切にしており、その方針は変わりません。

高校数学を本質的に理解し、内容の奥深さを感じることができます。それが数学シリーズの大きな特長です。

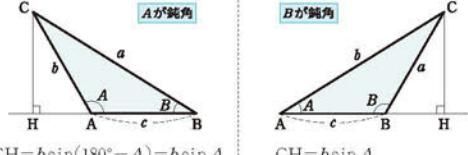
★定理の証明などは省略せずにきちんと扱い、理論立てて考える力を養えるようにしています。

上の200の正の約数を表す式 $2^x \cdot 5^y$ において、整数xのとる値は(3+1)個あり、その値のそれぞれについて整数yのとる値が(2+1)個ある。したがって、200の正の約数の個数は、次のように求められる。  
 $(3+1)(2+1)=12$

一般に、自然数の正の約数の個数について、次のことが成り立つ。

**約数の個数**  
自然数Nを素因数分解した結果が $N=p^a q^b r^c \dots$ であるとき、Nの正の約数の個数は $(a+1)(b+1)(c+1)\dots$ である。

[2] AまたはBが鈍角の場合、頂点Cから辺ABの延長に垂線CHを下ろすと、やはり  $BC^2=CH^2+BH^2 \dots$  ② が成り立つ。


$$\begin{aligned} CH &= b \sin(180^\circ - A) = b \sin A \\ BH &= AB + AH \\ &= c + b \cos(180^\circ - A) \\ &= c - b \cos A \\ \text{いずれの場合も, } CH, BH &\text{を } ② \text{に代入すると } ① \text{が得られる。} \\ a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \dots ① \end{aligned}$$

★理解のしやすさに配慮し、基本事項は具体例から一般論の説明を意識しています。平易な導入から入り、スムーズな授業展開ができるところもポイントです。

## 2 問題解決のために必要な思考力・判断力・表現力を育成することができます

●大学入学共通テストや学習指導要領におけるキーワードの1つともいえる思考力・判断力・表現力。確かな知識・技能と合わせて、普段の授業からこれらを少しずつ養っていくような工夫を施しています。

★式や値を求めるだけでなく、考え方や条件を答えるような問い合わせを設定し、「深める」というマークで示しています。本文とは区別して脚注で扱うことで、生徒さんの理解度に応じて取り上げられるようになっています。

**深める** 実数aについて、等式 $\sqrt{a^2}=a$ は必ずしも成り立たない。この等式が成り立たないのは、aがどのような数のときか説明しよう。

★節末の「問題」の下段には、本文で学習した内容を活用して解く問題を掲載しました。「深める」の内容に関連した問題も扱っています。

★巻末に「総合問題」として、思考力・判断力・表現力を問う問題を掲載しています。長文の問題で読解力を鍛えたり、日常生活や社会の事象を題材にした問題で数学を応用する力を養ったりすることなどをねらっています。

13.  $\frac{1}{37}$  を小数で表したとき、小数第100位の数字を求めよ。
14. 次の計算は誤りである。①から⑥の等号の中で誤っているものすべてあげ、誤りと判断した理由を述べよ。
- $$8=\sqrt{64}=\sqrt{2^6}=\sqrt{(-2)^6}=\sqrt{((-2)^3)^2}=(-2)^3=-8$$
- ① ② ③ ④ ⑤ ⑥
15. 次の実数の整数部分と小数部分を求めよ。
- (1)  $\sqrt{3}$  (2)  $\sqrt{10}$  (3)  $2\sqrt{7}$  (4)  $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

## 総合問題

1, 2は第1章、3は第2章、4は第3章の内容と対応している。また、5は第1章、第3章の内容と対応している。

1. 1, 2, 3, …, nを並べ替えた順列において、各数の並ぶ順番がその数とすべて違う順列をn個の「完全順列」という。ここでは、n個の完全順列の総数を記号D(n)で表す。例えば、3個の完全順列は、(2 3 1), (3 1 2)の2通りあり、D(3)=2である。
- (1) D(4)を求めよ。
- (2) 次のア～ウに適する数を求めよ。また、D(5)を求めよ。

5個の完全順列を、1, 2, 3, 4, 5の順列で考える。まず、1番目にはア通りの数がおける。

次に、例えば、1番目が2である場合、

- [1] 2番目が1である並べ方はD(イ)通り  
[2] 2番目が1でない並べ方はD(ウ)通り

ある。よって、次の等式が成り立つ。

$$D(5)=\boxed{\text{ア}}\{D(\boxed{\text{イ}})+D(\boxed{\text{ウ}})\}$$

- (3) 6人の宛名を書いた6通の手紙と6枚の封筒が別々に用意されている。手紙は宛名がわからないように折られている。封筒に無作為に手紙を入れると、手紙と封筒の宛名がすべて違う確率を求めよ。

## 3 生徒が自ら学びを深めるための工夫があります

●「主体的・対話的で深い学び」も、今回の課程において重要です。生徒さんの意欲を引き立たせ、自ら進んで深い学びを実現できるような要素を多数設けています。

★章扉のページでは、その章で習得できることを「目標」としてまとめています。事前に習得内容を知っておくことにより、見通しを立てて学習に取り組むことができます。

**目標** この章で習得できることを目標としてまとめた。  
**見通し** 見通しをもって学習に取り組もう。

**リンク** 目標のチェック問題  
**チェック**

**第1節 | 式の計算**

1 文字を含む式について、整理して取り扱うことができる。  
2 公式を利用して、効率よく式を展開することができる。  
3 式の形の特徴に着目して、複雑な式も因数分解することができる。

**Column** コラム 同じ誕生日の人がいる確率



偶然に集まった3人の中に同じ誕生日の人がある以上いる確率は、次のようにして計算できる。1年間を365日と考えると、3人の誕生日のリストとして起こりうるすべての場合の数は $365^3$ で、誕生日に偏りがないとするところでは同様に確からしい。このリストのうち3人全員の誕生日が異なる場合の数は、365個から3個取る順列の総数であるから $365 \times (365-1) \times (365-2)$ である。よって、3人全員の誕生日が異なる確率は $\frac{365 \times (365-1) \times (365-2)}{365^3}$

★数学の奥深さ・よさに触れられる題材を厳選し、適宜「コラム」として取り上げています。レポート課題等にも最適です。また、巻末には「数学と○○」として、数学とさまざまな教科・分野を関連させた読み物を掲載しています。

## 数学シリーズの改訂ポイント

### 1 「数学の考え方」を新設し、 思考力・判断力・表現力を育成をさらに強化！

★卷末において、数学の問題を解くときに有効な考え方について、異なる種類の問題を取り上げて、そこに共通する考え方を紹介しました。

これらの考え方を理解することで、「どのように考えるか」が意識され、章末問題や総合問題のような程度の高い問題や、入試問題など初めて見るような問題に挑戦するときにも応用ができるようになります。

ここで取り上げた問題は、本文でも参照を付けているので、本文で該当の問題を扱ったとき、「数学の考え方」を参照することで、そこで活用した考え方の詳しい解説を確認することができます。

**数学の考え方**

これまで、数学のいろいろな問題について、それぞれの「考え方」を学んできた。実は、異なる種類の問題においても、共通する「考え方」が活用できる場面が多くある。そのような「考え方」について理解することで、初めて見るような問題に挑戦するときにも応用ができるようになる。

ここでは、そのような「数学の考え方」について取り上げる。

**図をかく**

問題の中の情報について図をかくことで、問題に取り組みやすくなることがある。例えば、43ページ例題9や124ページ例題12では、複数の不等式の解を1つの数直線上に図示することで、共通範囲がわかりやすくなっている。また、57ページ例6の図では、 $\overline{A}$ 、 $A \cup \overline{B}$ などの各集合に属する要素がどれなのかがわかりやすくなっている。

**例題 6** 関数  $y=x^2+2x+c$  ( $-2 \leq x \leq 2$ ) の最大値が5であるように、定数  $c$  の値を定めよ。

この関数の式は  
 $y=(x+1)^2+c-1$  ( $-2 \leq x \leq 2$ )  
 と変形され、この関数は  $x=2$  で最大値をとる。  
 $x=2$  のとき  
 $y=2^2+2 \cdot 2+c=c+8$   
 ゆえに、 $c+8=5$  から  $c=-3$

\*p.213 数学の考え方 図をかく

### 2 データの分析、整数の内容は学びやすく、内容も充実！

★数学I「データの分析」では、大学入学共通テストでも出題された外れ値に関する問題を増やしました。また、「仮説検定の考え方」では、色や図解による説明を増やして視覚的に理解しやすくしました。

★数学A「数学と人間の活動」は、純粋な整数の内容を第1節に、身の回りの題材については第2節に、分けて扱いました。第1節では整数の内容をさらに充実させ、第1節を重点的に扱うことで、大学入試を見据えて整数の内容をしっかりと扱うことができます。

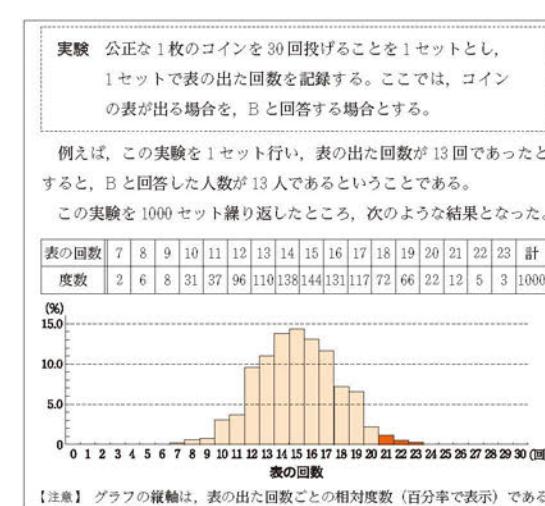
## 章の構成と時間配当表

### 数学I

章・節	頁数	配当時間
第1章 数と式	44	19
第1節 式の計算	17	7
第2節 実数	13	5
第3節 1次不等式	10	5
演習問題	2	2
第2章 集合と命題	22	8
集合と命題	18	7
演習問題・コラム	2	1
第3章 2次関数	60	29
第1節 2次関数とグラフ	31	15
第2節 2次方程式と2次不等式	24	12
演習問題・コラム	3	2
第4章 図形と計量	42	21
第1節 三角比	18	9
第2節 三角形への応用	20	10
演習問題	2	2
第5章 データの分析	38	9
データの分析	33	8
演習問題	3	1
課題学習	10	4
合計	216	90

### 数学A

章・節	頁数	配当時間
第1章 場合の数と確率	68	35
第1節 場合の数	28	14
第2節 確率	36	19
演習問題	2	2
第2章 図形の性質	50	28
第1節 平面図形	36	20
第2節 空間図形	10	6
演習問題	2	2
第3章 数学と人間の活動	56	27
第1節 整数の性質	34	21
第2節 数学と人間の活動	18	4
演習問題	2	2
合計	174	90



# 目次

## 数学 I

### 第1章 数と式

第1節   式の計算	
① 多項式	8
② 多項式の加法と減法および乗法	
.....	11
③ 因数分解	17
●発展 3次式の展開と因数分解	22
問題	24
第2節   実数	
④ 実数	25
⑤ 根号を含む式の計算	31
●発展 対称式と基本対称式	35
●発展 2重根号	36
問題	37
第3節   1次不等式	
⑥ 1次不等式	38
⑦ 1次不等式の利用	44
◆研究 絶対値と場合分け	46
問題	47
演習問題	48

### 第2章 集合と命題

① 集合	52
② 命題と条件	58
③ 命題と証明	64
●発展 命題「すべての $x$ について $\text{か}$ 」「ある $x$ について $\text{か}$ 」	68
問題	69
演習問題	70

### 第3章 2次関数

第1節   2次関数とグラフ	
① 関数とグラフ	74
② 2次関数のグラフ	79
◆研究 グラフの移動	91
③ 2次関数の最大と最小	92
◆研究 定義域の両端が動く場合の最大	100
④ 2次関数の決定	101
問題	104
第2節   2次方程式と2次不等式	
⑤ 2次方程式	105
⑥ グラフと2次方程式	110
●発展 放物線と直線の共有点	114
⑦ グラフと2次不等式	116
◆研究 絶対値を含む関数のグラフ	127
問題	128
演習問題	129

### 第4章 図形と計量

第1節   三角比	
① 三角比	134
② 三角比の相互関係	139
③ 三角比の拡張	142
問題	151
第2節   三角形への応用	
④ 正弦定理	152
⑤ 余弦定理	155
⑥ 正弦定理と余弦定理の応用	159
●発展 三角形の形状	162
⑦ 三角形の面積	163
●発展 ヘロンの公式	167
⑧ 空間図形への応用	168
問題	171
演習問題	172

### 第5章 データの分析

① データの整理	176
② データの代表値	178
③ データの散らばりと四分位範囲	180
◆研究 グラフの移動	91
④ 分散と標準偏差	187
◆研究 记号の変換	190
⑤ 2つの変量の間の関係	193
◆研究 最小2乗法	200
⑥ 仮説検定の考え方	202
●発展 仮説検定と反復試行の確率	206
問題	207
演習問題	209
数学の考え方	212
総合問題	218
課題学習	222
数学と○○	232
答と略解	235
主な用語	244
索引	246

## 数学 A

### 準備 | 集合

### 第1章 場合の数と確率

第1節   場合の数	
① 集合の要素の個数	14
◆研究 3つの集合の和集合の要素の個数	18
② 場合の数	19
③ 順列	24
④ 円順列・重複順列	29
⑤ 組合せ	32
◆研究 重複を許して取る組合せ	39
問題	41
第2節   確率	
⑥ 事象と確率	42
⑦ 確率の基本性質	48
⑧ 独立な試行の確率	56
⑨ 反復試行の確率	61
⑩ 条件付き確率	64
◆研究 原因の確率	70
⑪ 期待値	73
問題	77
演習問題	78

### 第2章 図形の性質

第1節   平面图形	
① 三角形の辺の比	82
② 三角形の外心、内心、重心	85
◆研究 三角形の垂心	90
③ チェバの定理、メネラウスの定理	91
◆研究 チェバの定理の逆、メネラウスの定理の逆	94
④ 三角形の辺と角	96
⑤ 内に内接する四角形	98
⑥ 円と直線	102
⑦ 方べきの定理	105
⑧ 2つの円の位置関係	108
⑨ 作図	110
◆研究 正五角形の作図	114
◆研究 図形描画ソフトを活用して作図の方針を立てる	115
問題	116
第2節   空間图形	
⑨ 直線と平面	118
⑩ 多面体	122
◆研究 正多面体の種類	126
問題	127
演習問題	128

### 第3章 数学と人間の活動

第1節   整数の性質	
① 約数と倍数	132
◆研究 等式を満たす整数 $x, y$ の組	135
② 素数と素因数分解	136
③ 最大公約数と最小公倍数	139
◆研究 最大公約数、最小公倍数の性質	142
④ 整数の割り算	144
◆研究 割り算の余りの性質	148
●発展 合同式	149
⑤ ユークリッドの互除法	151
⑥ 1次不定方程式	156
◆研究 $a, b$ が互いに素であるための条件	160
⑦ $n$ 進法	161
問題	164
第2節   数学と人間の活動	
⑧ 整数の性質と人間の活動	166
⑨ 座標の考え方	174
⑩ ゲーム・パズルの中の数学	178
演習問題	184
数学の考え方	186
総合問題	190
数学と○○	193
答と略解	197
主な用語	203
索引	205

### 内容解説について

- 内容解説を、各所に枠囲みで示しました。
- 内容解説は、次の4種に分け、末尾に「…①」のように示しています。
  - 数研シリーズ全般に関するポイント
  - このシリーズ特有のポイント
  - 他のシリーズと比較してご覧頂ける箇所
  - デジタルコンテンツに関するポイント

改訂版では、第3章「数学と人間の活動」を2つの節に分けました。第1節は「整数の性質」とし、内容を充実させました。第1節を重点的に扱うことで、大学入試を見据えて整数の内容をしっかり扱うことができます。(本書 p.62 以降参照)

手引きでは、各構成要素の目的に合わせてマークを付しています。教科書5ページの下段でそれらのマークの説明をしています。

…②

NEW!

巻末には、読解力や思考力・判断力・表現力の育成に役立つ構成要素「数学の考え方」、「総合問題」、「数学と○○」、「主な用語」を掲載しています。

…①

# 手引き

## 各章の構成

章の扉

第1章

history : 各章で学ぶ内容は、それぞれ先人の工夫や努力によって発展してきたものである。その歴史に触れてみよう。  
目標：各章で習得できることを目標としてまとめた。見通しをもって学習に取り組み、学習後には振り返って確認しよう。

例題  
1

本文の理解を助けるための具体例である。

例題  
1

基本的な問題、および重要で代表的な問題である。「解」「証明」は解答の簡潔な発表形式の一例である。

応用  
例題  
1

代表的でやや発展的な問題である。「解説」には、解答の根拠になる事柄や解答の方針などを記してある。「解」「証明」については、例題と同様である。

問1

本文や例・例題・応用例題の内容を補足するもので、例・例題・応用例題とともに、本文の理解を深めるための重要な問題である。

練習  
1

例・例題・応用例題・問の内容を反復学習するための問題である。

深める

見方を変えて考えてみるなど、内容の理解を深めるための問題である。

問題

各節の終わりにあり、節で学んだ内容を身につけるための問題である。  
節で学んだ内容の復習問題には、本文の関連するページを示した。  
破線の下に載せたのは、思考力を要する問題である。節で学んだ内容を活用して解決できる。

演習問題A

各章の終わりにあり、A、Bに分かれている。

A : 章で学習した内容全体の復習問題である。

演習問題B

B : 総合的な復習問題や応用的なやや程度の高い問題である。

研究

本文の内容に関連したやや程度の高い内容を扱った。場合によっては省略してもよい。問題や演習問題で研究に関する内容を扱う場合は、研究を付した。

発展

高等学校学習指導要領における数学Iの範囲を超えた内容を扱った。すべての学習者が一律に学ぶ必要はない。

Column  
コラム

本文の内容に関連した興味深い話題を取り上げた。

## 巻末

数学の考え方 「図をかく」「場合分けをする」など、数学の問題を解くときに有効な考え方について取り上げた。本文の関連する箇所には参照を載せた。

総合問題 思考力、判断力、表現力を問う総合的な問題である。章ごとに問題を用意しているので、章の学習を終えた段階で取り組むこともできる。

課題学習 本文の内容に関連する興味深い事柄について、学習者が主体的に取り組む課題を設けた。

数学と○○ 数学と他教科、数学と日常生活など、身の回りにある数学について取り上げた。

主な用語 本書に登場する主な数学用語と、その英語表現を載せた。

## インターネットへのリンクマーク

この教科書に関連した参考資料、理解を助けるアニメーション、活動を効果的に行うためのツール、補充問題などが利用できる目印である。各ページのLinkに該当するコンテンツは、その見開きページの右下にある二次元コードから直接アクセスできる。また、これらの資料は、下のアドレスまたは二次元コードからもアクセスできる。必要に応じて活用してほしい。なお、インターネット接続に際し発生する通信料は、使用者の負担となるので注意してほしい。

<https://www.chart.co.jp/qr/26ms1/>



## 手引きのマークについて

マークの要素は、学習者自身で進んで取り組んでもほしい。

は、学習した内容の反復問題や復習問題である。学習したことが身についているか確認しよう。

は、学習で身についた知識をもとにして、数学的な見方・考え方を働かせて解決できる問題や課題である。まずは学習者自身で取り組んで、数学の力を高めよう。

マークの要素は、計算や証明によって問題を解くものではないが、数学にまつわる興味深い事柄について取り上げている。さまざまな知識が繋がることによって、新しい発見や豊かな発想が生まれる。



# 第1章 数と式

## 第1節 | 式の計算

## 第2節 | 実数

## 第3節 | 1次不等式



ヴィエート



Link  
専用HPから関連情報に  
アクセスすることができる目印です。

### history

未知数を文字で表すことは古代エジプトの人々が既に考えていたという。しかし、その頃の数学はすべて式ではなく「ことば」で書かれていた。現代の私たちが用いる式や記号は、16世紀から17世紀にかけて、フランスの数学者ヴィエート(1540-1603)やデカルト(1596-1650)たちによって整備されたものである。例えば、ヴィエートは初めて未知数だけでなく多項式の係数など未知でない数も文字を用いて表したが、これにより数学は飛躍的な進歩を遂げることになった。ほぼ同じ頃、江戸時代の初期、鎖国中の日本に生まれた閔孝和(1642?-1708)は、中国から伝わった数学書を学び、文字を係数とする方程式の解法を考えるなど大きく発展させて、日本独自の数学「和算」の基礎をつくった。

Link  
この章で学ぶこと  
イメージ

これから学ぶことに興味を持ってもらえるよう、各章に動画を用意しました。生徒さんが身近に感じられる、あるいは生徒さんにとって理解しやすい内容です。

…④

章扉のページには、項目ごとの目標を明示しています。生徒が目的意識を持って取り組むことにより学びが深まり、自ら考え方を深める習慣化につながります。

…②

- 1 多項式
- 2 多項式の加法と減法および乗法
- 3 因数分解

- 4 実数
- 5 根号を含む式の計算

- 6 1次不等式
- 7 1次不等式の利用

### 目標

この章で習得できることを目標としてまとめた。  
見通しをもって学習に取り組もう。

Link  
目標のチェック問題  
チェック

## 第1節 | 式の計算

- 1 文字を含む式について、整理して取り扱うことができる。
- 2 公式を利用して、効率よく式を展開することができる。
- 3 式の形の特徴に着目して、複雑な式も因数分解することができる。

## 第2節 | 実数

- 4 有理数、無理数など、これまで学んできた数が「実数」としてまとめられることを知り、実数の性質について理解できる。また、絶対値の図形的な意味が理解できる。
- 5 根号を含む式について、四則計算や分母の有理化ができる。

## 第3節 | 1次不等式

- 6 不等式の性質を理解し、1次不等式を解くことができる。
- 7 1次不等式を身近な問題の解決に活用できる。また、絶対値を含む方程式・不等式を解くことができる。

NEW!

「目標」が達成されたかどうかを確認（振り返り）できるチェック問題を、デジタルコンテンツとして収録しています。改訂版では、生徒さんが自学自習しやすいよう、解答も閲覧できるようにしました。

### C 数の範囲と四則計算

2つの数からそれらの和、差、積、商を得る計算を **四則計算** という。すなわち、四則計算とは、加法、減法、乗法、除法のことである。

【注意】除法では、0で割ることは考えないものとする。

5 数の範囲と四則計算の可能性について考えよう。

例 18 (1)  $a, b$  が自然数のとき

和  $a+b$ 、積  $ab$  は常に自然数であるが、

差  $a-b$ 、商  $\frac{a}{b}$  は必ずしも自然数であるとは限らない。

$\leftarrow a=1, b=2$  など

$\leftarrow a=1, b=2$  など

(2)  $a, b$  が整数のとき

和  $a+b$ 、差  $a-b$ 、積  $ab$  は常に整数であるが、

商  $\frac{a}{b}$  は必ずしも整数であるとは限らない。

$\leftarrow a=-2, b=3$  など

$\leftarrow a=-2, b=3$  など

終

10

更に、数の範囲を有理数や実数まで広げると、それぞれの数の範囲で常に四則計算ができるようになる。すなわち、次のことがいえる。

2つの有理数の和、差、積、商は常に有理数である。

15

2つの実数の和、差、積、商は常に実数である。

【補足】有理数や実数は、加法、減法、乗法、除法について **閉じている** という。

練習 24 下の表において、それぞれの数の範囲で四則計算を考えるとき、計算がその範囲で常にできる場合には○を、常にできるとは限らない場合には×をつけよ。ただし、除法では0で割ることは考えない。

20

数の範囲	加 法	減 法	乗 法	除 法
自然数	○	○	○	×
整 数	○	○	○	×
有理数	○	○	○	×
実 数	○	○	○	×

### D 実数と数直線上の点

直線上に基準となる点Oをとり、単位の長さと正の向きを定める。正の向きを右にすると、この直線上的点Pに対して、次のように実数を対応させることができる。

- 5 PがOの右側にあり、OPの長さが $a$ のとき、正の実数 $a$   
PがOの左側にあり、OPの長さが $a$ のとき、負の実数 $-a$   
また、点Oには0を対応させる。



このように、直線上の各点に1つの実数を対応させると、この直線を**数直線**といい、Oをその**原点**という。

- 10 数直線上で、点Pに実数 $a$ が対応しているとき、 $a$ を点Pの**座標**といい、座標が $a$ である点Pを**P(a)**で表す。

逆に、どんな実数 $a$ に対しても、 $a$ を座標にもつ数直線上の点がただ1つ定まる。すなわち、実数はすべて数直線上の点で表される。

- 15 実数の大小関係は、数直線上では点の左右の位置関係で表される。



実数 $a$ について、 $a$ を超えない最大の整数 $n$ を $a$ の**整数部分**といい、 $a-n$ を $a$ の**小数部分**という。

実数 $a$ の整数部分が $n$ であるとき、 $n \leq a < n+1$ が成り立つ。

- 20 例 19 (1) 2.5の整数部分は2、小数部分は0.5である。  
(2) 6.54の整数部分は6、小数部分は0.54である。

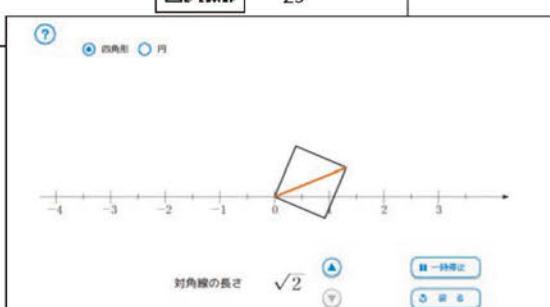
(3)  $\sqrt{2}=1.4142\cdots$ の整数部分は1、小数部分は $\sqrt{2}-1$ である。 $\sqrt{2}-1=0.4142\cdots$

練習 25 円周率 $\pi$ の整数部分と小数部分を求めよ。



29

本書p.10, 11でも説明したように、デジタルコンテンツを豊富に用意しました。ここでは無理数を数直線上に表すアニメーションを用意。

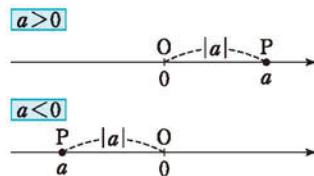


「数直線上の2点間の距離」を扱っています。  
絶対値を含む不等式を解く際に使うこともできます。…②

### E 絶対値

数直線上で、原点O(0)と点P(a)の間の距離を、実数aの絶対値といい、記号 $|a|$ で表す。0の絶対値は5  $|0|=0$ である。

- 例 20** 2の絶対値は  $|2|=2$   
-3の絶対値は  $|-3|=3$  終



実数aの絶対値について、次のことが成り立つ。

#### 絶対値の性質

- 1  $|a|\geq 0$   
2  $a\geq 0$  のとき  $|a|=a$ ,  $a<0$  のとき  $|a|=-a$

- 例 21** (1)  $|6-2|=|4|=4$   
(2)  $|2-6|=|-4|=-(-4)=4$   
(3)  $1-\sqrt{2}<0$  であるから  $|1-\sqrt{2}|=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$  終

練習 26 次の値を求めよ。

- (1)  $\left|-\frac{3}{4}\right|$  (2)  $|-5+3|$  (3)  $|-5|+|3|$  (4)  $|3-\pi|$

数直線上の2点A(a), B(b)間の距離ABは

$a\leq b$  のとき  $AB=b-a$

$a>b$  のとき  $AB=a-b=-(b-a)$

であるから、次の式で表される。

$$AB=|b-a|$$

練習 27 次の2点間の距離を求めよ。

- (1) A(2), B(4) (2) A(-1), B(6) (3) A(-3), B(-7)

30 第2節 実数

**NEW!** 補充問題として、「練習」の類題に取り組めるコンテンツです。随所に用意しています。…④

### 5 根号を含む式の計算

中学校でも学んだ平方根Aの性質について学ぶ。根号を含む式の計算B, 分母の有理化Cについて、より複雑な計算ができるようになり、それらを式の値Dの計算に使えるようになろう。

#### 5 A 平方根

2乗するとaになる数を、aの平方根という。  
正の数aの平方根は、正と負の2つあり、それらの絶対値は等しい。  
その正の平方根を $\sqrt{a}$ で表す。負の平方根は $-\sqrt{a}$ である。  
また、0の平方根は0だけであり、 $\sqrt{0}=0$ と定める。

記号 $\sqrt{\phantom{x}}$ を根号といい、 $\sqrt{a}$ をルートaと読む。

【注意】実数を2乗すると、0または正の数になり、負の数になることはない。  
したがって、負の数の平方根は、実数の範囲では存在しない。

**例 22** 9の平方根は3と-3、すなわち $\pm 3$ である。

$\sqrt{9}$ は9の正の平方根であるから  $\sqrt{9}=3$  終

15  $\sqrt{a}$ の定義から、次のことが成り立つ。

$$1 \quad a\geq 0 \text{ のとき } (\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a, \quad \sqrt{a}\geq 0$$

練習 28 次の問いに答えよ。

- (1) 49の平方根を求めよ。 (2)  $\sqrt{25}$ の値を求めよ。  
(3)  $(\sqrt{7})^2$ ,  $(-\sqrt{15})^2$ の値を、それぞれ求めよ。

20  $\sqrt{a^2}$ について、例えば次のことが成り立つ。

$$a=6 \text{ のとき } \sqrt{a^2}=\sqrt{6^2}=6=a$$

$$a=-6 \text{ のとき } \sqrt{a^2}=\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{6^2}=6=-a$$

実数aについて、等式 $\sqrt{a^2}=a$ は必ずしも成り立たない。この等式が成り立たないのは、aがどのような数のときか説明しよう。

Link >>



構成要素「深める」は、見方を変えて考えてみる、理由を説明するなど、本質的な理解につながる問い合わせです。脚注に配置しており、必要に応じて扱うことができます。  
本問は節末問題(問題14)への準備にもなります。(本書p.21参照) …①

基本対称式を使って複雑な式の値を求める問題では、応用例題の解の後に、有理化に関する補足説明を載せています。…②

「対称式と基本対称式」の内容を1ページにまとめました。前のページの応用例題とのつながりを意識し、スムーズな理解につながるようにしています。…②

## D 式の値

応用  
例題  
4

$x = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}, y = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$  のとき、次の式の値を求めよ。

- (1)  $x+y$       (2)  $xy$       (3)  $x^2+y^2$

[解説] (3)  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$  であるから、次の等式が成り立つ。

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$

つまり、 $x^2+y^2$  は、 $x+y$  と  $xy$  を用いて表される。

解

$$(1) x = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

よって

$$x+y = (\sqrt{5} - \sqrt{3}) + (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = 2\sqrt{5}$$

$$(2) xy = (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = 2$$

$$(3) x+y=2\sqrt{5}, xy=2 \text{ であるから}$$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{5})^2-2\cdot 2=16$$

10

応用例題 4 (1) では、 $x, y$  それぞれの分母を有理化せずに、次のように計算してもよい。

$$x+y = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + 2(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{4\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5}$$

分母が  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  と  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$  であるから、通分と同時に分母が有理化されている。

練習  
31

$x = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}, y = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$  のとき、次の式の値を求めよ。

- (1)  $x+y$       (2)  $xy$   
(3)  $x^2+y^2$       (4)  $x^2y+xy^2$

発展

## 対称式と基本対称式

第1章  
数と式

多項式  $x^2 - xy + y^2$  において、文字  $x$  と文字  $y$  を入れ替えると、 $y^2 - yx + x^2$  となり、この式はもとの式  $x^2 - xy + y^2$  と同じである。このように、2つの文字を入れ替えて、もとの式と同じになる多項式を 5 対称式 という。また、対称式  $x+y, xy$  を  $x, y$  の 基本対称式 という。

対称式と基本対称式について、次のことが知られている。

Link  
資料

対称式は基本対称式を用いて表すことができる。

例えば、前ページの応用例題 4 では、対称式  $x^2+y^2$  を基本対称式  $x+y, xy$  を用いて、次のように表している。

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$

例  
1

22 ページの展開の公式 5 より、 $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$  であるから

$$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$$

緒

前ページの応用例題 4 において、 $x^3+y^3$  の値を求めてみよう。

15

(1), (2) より  $x+y=2\sqrt{5}, xy=2$  であるから

$$\begin{aligned}x^3+y^3 &= (x+y)^3-3xy(x+y) \\&= (2\sqrt{5})^3-3\cdot 2\cdot 2\sqrt{5} \\&= 28\sqrt{5}\end{aligned}$$

練習  
1

$x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}, y = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$  のとき、次の式の値を求めよ。

- (1)  $x^2+y^2$       (2)  $x^3+y^3$       (3)  $x^3y-x^2y^2+xy^3$

Link  
»



35

NEW!

デジタルコンテンツとして、いくつかの  $n$  について  $x^n+y^n$  を基本対称式で表した式を紹介した参考資料を用意しました。…④

【資料】 $x^n+y^n$  を基本対称式で表す

いくつかの自然数  $n$  において、対称式  $x^n+y^n$  を基本対称式  $x+y, xy$  を用いて表すと次のようになる。

$$\begin{aligned}x^2+y^2 &= (x+y)^2-2xy \\x^3+y^3 &= (x+y)^3-3xy(x+y) \\x^4+y^4 &= (x+y)^4-4xy(x+y)^2+2(xy)^2 \\x^5+y^5 &= (x+y)^5-5xy(x+y)^3+5(xy)^2(x+y) \\x^6+y^6 &= (x+y)^6-6xy(x+y)^4+9(xy)^2(x+y)^2-2(xy)^3 \\x^7+y^7 &= (x+y)^7-7xy(x+y)^5+14(xy)^2(x+y)^3-7(xy)^3(x+y) \\x^8+y^8 &= (x+y)^8-8xy(x+y)^6+20(xy)^2(x+y)^4-16(xy)^3(x+y)^2+2(xy)^4\end{aligned}$$

## 発展 2重根号

$\sqrt{p+q\sqrt{r}}, \sqrt{p-q\sqrt{r}}$  の形の式を簡単な形にすることを考えよう。

例えば、 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=5+2\sqrt{6}, \sqrt{3}+\sqrt{2}>0$  より

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

また、 $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=5-2\sqrt{6}, \sqrt{3}-\sqrt{2}>0$  より

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

一般に、 $a>0, b>0$  のとき

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}, (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a+b-2\sqrt{ab}$$

であるから、上と同様に考えて、次のことが成り立つ。

### 2重根号

$a>0, b>0$  とする。

$$1 \quad \sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

$$2 \quad a>b \text{ のとき } \sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

このように変形することを2重根号をはずすという。

例 15 (1)  $\sqrt{8+2\sqrt{15}}=\sqrt{(5+3)+2\sqrt{5\cdot 3}}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$

$$(2) \sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{7-2\sqrt{12}}=\sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\cdot 3}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$$

$$(3) \sqrt{5+\sqrt{21}}=\sqrt{\frac{10+2\sqrt{21}}{2}}=\frac{\sqrt{(7+3)+2\sqrt{7\cdot 3}}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}+\sqrt{6}}{2}$$

図

練習 20 次の式の2重根号をはずして簡単にせよ。

$$(1) \sqrt{7+2\sqrt{10}} \quad (2) \sqrt{12-6\sqrt{3}} \quad (3) \sqrt{3+\sqrt{5}}$$

## 問題

8. 次の循環小数を分数で表せ。

- (1) 0.5 (2) 3.2̄ (3) 0.1̄23̄ (4) 0.3̄2̄ → p.27

9.  $a$  が次の値をとるとき、 $|a-1|+|a+2|$  の値を求めよ。

- 5 (1) 3 (2) 0 (3) -1 (4)  $-\sqrt{3}$  → p.30

10. 次の式を計算せよ。

- (1)  $2\sqrt{5}+\sqrt{45}-\sqrt{125}$  (2)  $\sqrt{48}+\sqrt{32}-\sqrt{27}-\sqrt{50}$   
 (3)  $(2\sqrt{3}-5\sqrt{2})(3\sqrt{2}+\sqrt{3})$  (4)  $(2\sqrt{6}-\sqrt{18})(\sqrt{6}+3\sqrt{8})$   
 (5)  $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$  (6)  $(2-\sqrt{3}+\sqrt{7})(2-\sqrt{3}-\sqrt{7})$

→ p.32

11. 次の式を計算せよ。

- (1)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  (2)  $\frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$   
 (3)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+2}$

→ p.33

12.  $x=\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}, y=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$  のとき、次の式の値を求めよ。

- 15 (1)  $x^2+y^2$  (2)  $x^2-y^2$  → p.34

13.  $\frac{1}{37}$  を小数で表したとき、小数第100位の数字を求めよ。

14. 次の計算は誤りである。①から⑥の等号の中で誤っているものすべてあげ、誤りと判断した理由を述べよ。

$$8=\sqrt{64}=\sqrt{2^6}=\sqrt{(-2)^6}=\sqrt{((-2)^3)^2}=(-2)^3=-8$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥

20 15. 次の実数の整数部分と小数部分を求めよ。

- (1)  $\sqrt{3}$  (2)  $\sqrt{10}$  (3)  $2\sqrt{7}$  (4)  $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

項目始めの導入文では、その項目で学ぶことの概要を示しました。  
生徒さんが自ら見通しをもって学習に取り組むことができます。 …②

関数の値域に最大の値があるとき、これをこの関数の **最大値** という。また、関数の値域に最小の値があるとき、これをこの関数の **最小値** という。

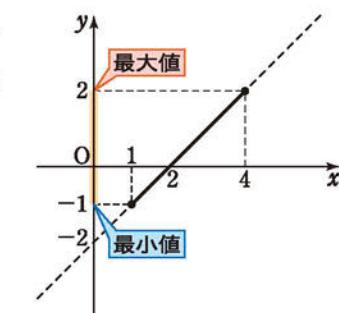
- 5 前ページの例 5 の関数について、値域は  $-1 \leq y \leq 2$  であり、

$x=4$  で最大値 2,  $x=1$  で最小値 -1 をとる。

例題 1 次の関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

10  $y = 2x - 7 \quad (1 < x \leq 4)$

解 この関数のグラフは右の図の実線部分であり、その値域は  $-5 < y \leq 1$  よって、この関数は  $x=4$  で最大値 1 をとる。また、最小値はない。



【注意】例題 1において、 $y$  は -5 にいくらでも近い値をとる。しかし、定義域のどのような  $x$  の値に対しても  $y = -5$  とはならないので、最小値は存在しない。

- 20 練習 次の関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

5 (1)  $y = \frac{1}{2}x + 2 \quad (-4 \leq x \leq 2)$  (2)  $y = -x - 5 \quad (-3 \leq x \leq 1)$   
 (3)  $y = -\frac{1}{2}x + 5 \quad (0 \leq x < 2)$  (4)  $y = 3x - 2 \quad (x < 1)$

→ 深める  $a, b$  は定数とする。次の場合について、関数  $y = ax + b$  ( $s \leq x \leq t$ ) が最大値、最小値をとる  $x$  の値を求めよう。

25 (1)  $a > 0$  (2)  $a < 0$

## 2 2次関数のグラフ

$x$  の2次式で表される関数を、 $x$  の2次関数 という。 $x$  の2次関数  $y$  は、 $a, b, c$  を定数として、一般に次の形に書き表される。

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{ただし, } a \neq 0$$

- 5 ここでは、まず2次関数  $y = ax^2$  のグラフ Aについて確認し、座標平面上の点の移動 Bの考え方をもとに、2次関数  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフ Cについて学ぶ。また、放物線の平行移動 D、放物線の対称移動 Eと関数の式の関係について知ることで、更に理解を深めよう。

### A $y = ax^2$ のグラフ

10 2次関数

$$y = x^2, \quad y = -x^2$$

$$y = 2x^2, \quad y = -2x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = -\frac{1}{2}x^2$$

のグラフは、それぞれ右の図のような曲線になる。

一般に、2次関数



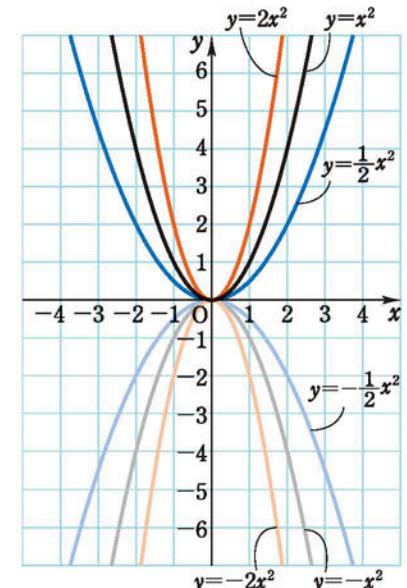
$$y = ax^2$$

のグラフは、原点 O を通り、 $y$  軸に関して対称な曲線である。

20 2次関数  $y = ax^2$  のグラフの形の曲線を 放物線 という。

放物線は対称の軸をもっている。この対称の軸を、その放物線の 軸 といい、軸と放物線の交点を、その放物線の 頂点 という。

2次関数  $y = ax^2$  のグラフは、軸が  $y$  軸で、頂点が原点の放物線である。



2次関数のグラフの平行移動・対称移動など重要な内容は、しっかりと本文で扱うようにしています。 …②

本文外の「研究」や「発展」を学ぶことで、更に十分な数学的教養が身に付けられるようにしています。

放物線を対称移動して得られる放物線の方程式を求めてみよう。

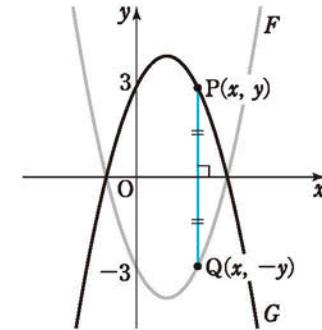
**Link  
考察**

例 8 放物線  $y=x^2-2x-3$  を  $F$  とし、 $F$  を  $x$  軸に関して対称移動して得られる放物線を  $G$  とする。

$G$  上に任意の点  $P(x, y)$  をとり、この対称移動によって  $P$  に移される  $F$  上の点を  $Q(X, Y)$  とする  $x=X, y=-Y$  すなわち  $X=x, Y=-y$  点  $Q$  は  $F$  上にあるから

$$Y=X^2-2X-3$$

この式の  $X$  に  $x$  を、 $Y$  に  $-y$  を代入すると  $-y=x^2-2x-3$  よって、 $G$  の方程式は  $y=-x^2+2x+3$  終



5

例 8 からわかるように、 $G$  の方程式は、 $F$  の方程式  $y=x^2-2x-3$  の  $x$  はそのままとし、 $y$  を  $-y$  でおき換えて得られる。

15 一般に、放物線  $y=ax^2+bx+c$  を  $x$  軸、 $y$  軸、原点に関して、それぞれ対称移動して得られる放物線の方程式は、次のようにになる。

$x$  軸： $y=ax^2+bx+c$  の  $x$  はそのままとし、 $y$  を  $-y$  でおき換えて

$$-y=ax^2+bx+c$$

$y$  軸： $y=ax^2+bx+c$  の  $y$  はそのままとし、 $x$  を  $-x$  でおき換えて

$$y=a(-x)^2+b(-x)+c$$

原点： $y=ax^2+bx+c$  の  $x$  を  $-x$ 、 $y$  を  $-y$  でおき換えて

$$-y=a(-x)^2+b(-x)+c$$

**練習** 15 放物線  $y=2x^2-4x+5$  を、 $x$  軸、 $y$  軸、原点に関して、それぞれ対称移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

25 例 8において、放物線  $F$  の頂点と放物線  $G$  の頂点が、 $x$  軸に関して対称であることを確かめよう。

## 研究 グラフの移動

関数  $y=f(x)$  のグラフ  $F$  を

$x$  軸方向に  $p$ 、 $y$  軸方向に  $q$

だけ平行移動して得られる曲線を  $G$  とするとき、 $G$  の方程式は

$$y-q=f(x-p)$$

である。このことを調べてみよう。

$G$  上に任意の点  $P(x, y)$  をとり、この平行移動によって  $P$  に移される

$F$  上の点を  $Q(X, Y)$  とすると

$$10 \quad x=X+p, \quad y=Y+q$$

すなわち  $X=x-p, \quad Y=y-q$

点  $Q$  は  $F$  上にあるから

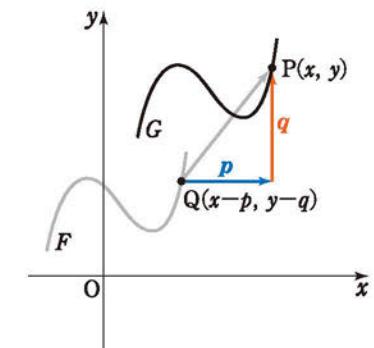
$$Y=f(X)$$

この式の  $X$  に  $x-p$  を、 $Y$  に  $y-q$  を

15 代入すると

$$y-q=f(x-p)$$

これが曲線  $G$  の方程式である。



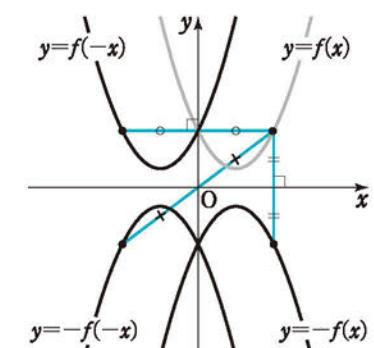
また、関数  $y=f(x)$  のグラフを、 $x$  軸、 $y$  軸、原点に関して対称移動して

20 得られる曲線の方程式は、それぞれ次のようにになる。

$x$  軸： $-y=f(x)$

$y$  軸： $y=f(-x)$

原点： $-y=f(-x)$



「2次関数の最大と最小」では、場合分けが必要な代表的な3パターンをすべて例題で扱っています。(本書 p.30, 31, 34 参照)

…③

### 3 2次関数の最大と最小

関数のグラフを利用すると、関数の値の変化の様子を知ることができます。78ページでは、1次関数のグラフをもとにして、関数の最大値、最小値について学んだ。ここでは、2次関数のグラフをもとにして、2次関数の最大と最小A、更に、定義域に制限がある場合の最大と最小Bについて学ぼう。そして、最大・最小の応用Cとして、日常に現れる数量の関係を関数として表し、その最大値や最小値を求めてみよう。

#### A 2次関数の最大と最小

2次関数の最大値や最小値を求める考えをしよう。

例 9 2次関数  $y=2x^2-8x+5$  の最大値、最小値

この関数の式は

$$y=2(x-2)^2-3$$

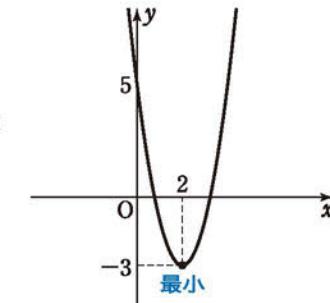
と変形される。そのグラフは下に凸で、 $y$ の値は頂点で最小となる。

よって、この関数は

$x=2$  で最小値  $-3$

をとる。

また、 $y$  はいくらでも大きな値をとるから、最大値はない。



問 4 2次関数  $y=-2(x-2)^2+3$  に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

Link 考察 深める  $x=1$  で最小値をとる2次関数を1つ定めてみよう。

92 第1節 2次関数とグラフ

教科書 p.78 「深める」 → p.92 「深める」 → p.95 「深める」とつながって、関数の最大と最小について順を追って理解を深めることができます。(本書 p.22, 26, 29 参照)

…②

一般に、2次関数  $y=ax^2+bx+c$  は  $y=a(x-p)^2+q$  の形に表され、その最大値、最小値について、次のことがいえる。

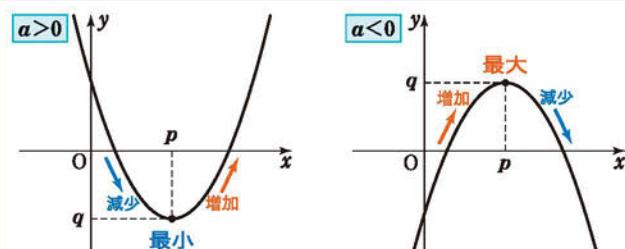
Link イメージ

#### 2次関数の最大と最小

2次関数  $y=a(x-p)^2+q$  は

$a>0$  のとき、 $x=p$  で最小値  $q$  をとり、最大値はない。

$a<0$  のとき、 $x=p$  で最大値  $q$  をとり、最小値はない。



例題 3 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

$$y=-x^2-4x-1$$

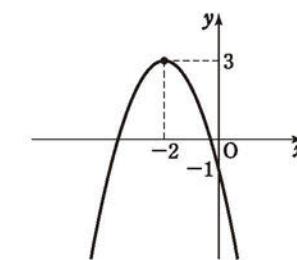
解 この関数の式を変形すると

$$y=-(x+2)^2+3$$

よって、この関数は

$x=-2$  で最大値 3

をとる。



Link 補充

15 練習 16

次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(1)  $y=x^2+4x+2$

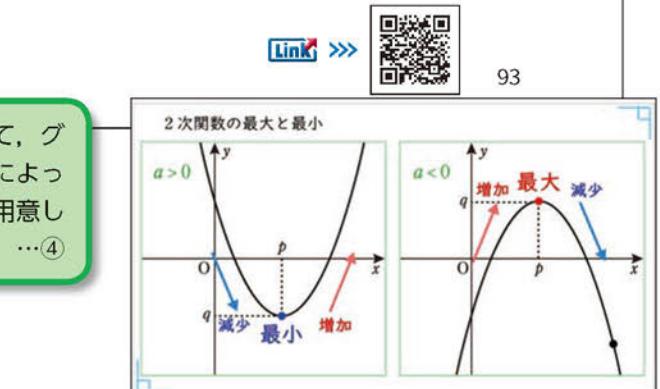
(2)  $y=-x^2+6x-4$

(3)  $y=2x^2+4x+3$

(4)  $y=-2x^2-6x$

NEW!

2次関数の最大と最小に関して、グラフ上の点の動きを示すことによって、理解しやすくなる動画を用意しました。



定義域の両端で最大(最小)となるパターンを練習17(3)で扱いました。次のページの考察につながるようにしています。

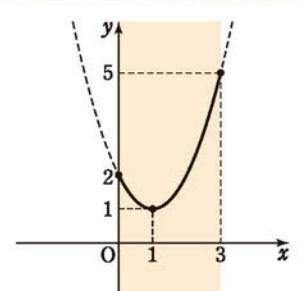
…②

### B 定義域に制限がある場合の最大と最小

**Link 考察** 例題 4 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

$$y = x^2 - 2x + 2 \quad (0 \leq x \leq 3)$$

解 この関数の式は  
 $y = (x-1)^2 + 1 \quad (0 \leq x \leq 3)$   
 と変形され、そのグラフは右の図の実線部分である。  
 よって、この関数は  
 $x=3$  で最大値 5 をとり、  
 $x=1$  で最小値 1 をとる。



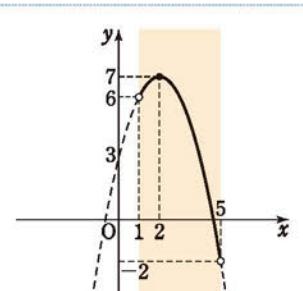
練習 17 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

- (1)  $y = -x^2 + 1 \quad (1 \leq x \leq 3)$     (2)  $y = 2x^2 - 4x + 1 \quad (-1 \leq x \leq 2)$   
 (3)  $y = -2x^2 + 12x \quad (0 \leq x \leq 6)$

**Link 考察** 例題 5 次の関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

$$y = -x^2 + 4x + 3 \quad (1 < x < 5)$$

解 この関数の式は  
 $y = -(x-2)^2 + 7 \quad (1 < x < 5)$   
 と変形され、そのグラフは右の図の実線部分である。  
 よって、この関数は  
 $x=2$  で最大値 7 をとる。  
 また、最小値はない。

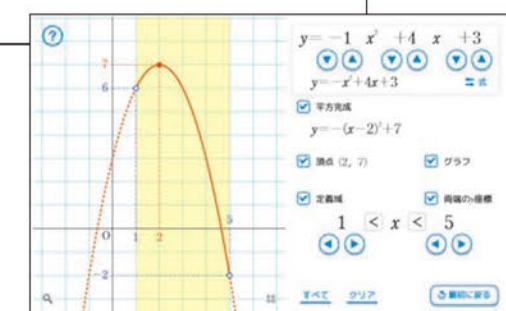


練習 18 次の関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

- (1)  $y = x^2 + 2x \quad (-2 < x < 1)$     (2)  $y = -2x^2 + 3x + 1 \quad (0 < x \leq 2)$

94 第1節 2次関数とグラフ

**NEW!** シミュレーションコンテンツを用いて係数や定義域を自分で動かし、最大値、最小値をとる  $x$  の値がどのように変化するのかを視覚的に理解できます。また、例題の数値がプリセットされているため、起動してすぐに例題の問題を参考にすることができます。

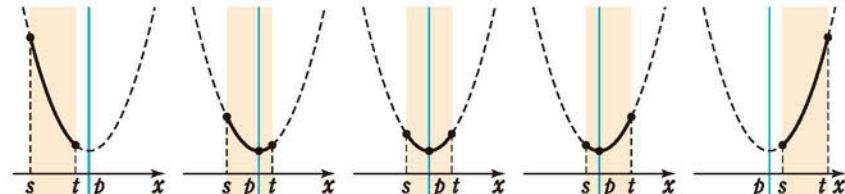


定義域に制限がある場合の最大と最小について、着目すべき点を考える内容を本文と「深める」で扱いました。シミュレーションコンテンツでさらに理解を深められます。

…③

前ページで調べたように、 $x$  の2次関数  $y = a(x-p)^2 + q$  について、定義域を  $s \leq x \leq t$  に制限して最大値、最小値を求めるときは、グラフの頂点や定義域の端での  $y$  の値を比較する。

**Link 考察**  $a > 0$



**Link 考察** 例題 6

関数  $y = x^2 + 2x + c \quad (-2 \leq x \leq 2)$  の最大値が 5 であるように、定数  $c$  の値を定めよ。

解 この関数の式は

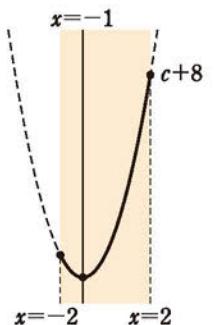
$$y = (x+1)^2 + c-1 \quad (-2 \leq x \leq 2)$$

と変形され、この関数は  $x=2$  で最大値をとる。

$x=2$  のとき

$$y = 2^2 + 2 \cdot 2 + c = c + 8$$

ゆえに、 $c+8=5$  から  $c=-3$



→ p.213 数学の考え方 図をかく

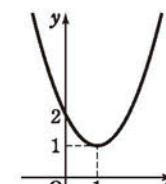
練習 19

関数  $y = 2x^2 - 12x + c \quad (1 \leq x \leq 4)$  の最大値が 5 であるように、定数  $c$  の値を定めよ。また、そのときの最小値を求めよ。

**Link 考察** 深める

関数  $y = (x-1)^2 + 1 \quad (s \leq x \leq t)$  について、次の  $x$  の値で最大値、最小値をとるよう、定義域  $s \leq x \leq t$  を 1つ定めてみよう。

- (1)  $x=s$  で最大値をとり、 $x=1$  で最小値をとる。  
 (2)  $x=s$  で最大値をとり、 $x=t$  で最小値をとる。



95

教科書 p.78 「深める」 → p.92 「深める」 → p.95 「深める」とつながって、関数の最大と最小について順を追って理解を深めることができます。(本書 p.22, 26, 29 参照)

…④

まず、「定義域の一端が動くタイプ」を例題で扱っています。…③

「放物線が動くタイプ」は、動きが単純なもの（上下左右ではなく、左右だけに動く）にして、どのように考えたらよいのか基本が身に付くようにしています。…③

**Link  
考察**  
**応用  
例題  
3**

$a$  は正の定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y = x^2 - 4x + 1 \quad (0 \leq x \leq a)$$

**解説**  $y = x^2 - 4x + 1$  のグラフは下に凸の放物線で、軸は直線  $x = 2$  である。定義域  $0 \leq x \leq a$  が  $\boxed{2}$  を含むかどうかで場合分けをする。

5 解 この関数の式を変形すると  $y = (x-2)^2 - 3 \quad (0 \leq x \leq a)$

[1]  $0 < a < 2$  のとき

この関数のグラフは図 [1] の実線部分である。

よって、 $x=a$  で最小値  $a^2 - 4a + 1$  をとる。

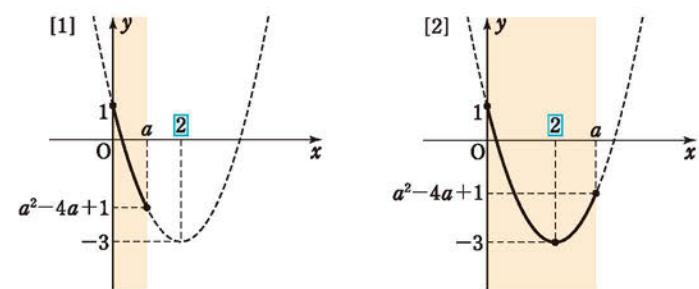
[2]  $2 \leq a$  のとき

この関数のグラフは図 [2] の実線部分である。

よって、 $x=2$  で最小値  $-3$  をとる。

答  $0 < a < 2$  のとき  $x=a$  で最小値  $a^2 - 4a + 1$

$2 \leq a$  のとき  $x=2$  で最小値  $-3$



→ p.216 数学の考え方 場合分けをする

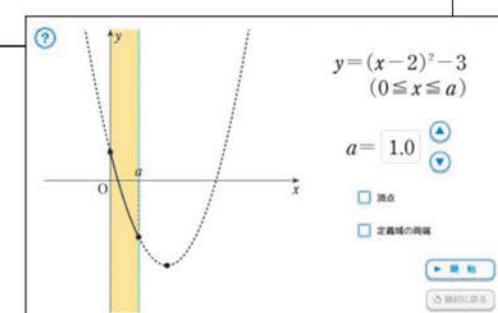
15 練習 20  $a$  は正の定数とする。関数  $y = -x^2 + 2x + 1 \quad (0 \leq x \leq a)$  の最大値を求めよ。

問 5 次の問いに答えよ。

- (1) 応用例題 3 の関数について、定義域の両端  $x=0$ ,  $x=a$  における  $y$  の値が一致するときの、定数  $a$  の値を求めよ。
- (2) 応用例題 3 の関数の最大値を求めよ。

場合分けが必要な例題に、生徒さんが自ら係数を動かして視覚的に場合分けを確認できるデジタルコンテンツを用意しています。

(本書 p.30, 31, 34 参照)



…④

**Link  
考察**  
**応用  
例題  
4**

$a$  は定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y = x^2 - 2ax + a^2 + 1 \quad (0 \leq x \leq 2)$$

**解説**  $y = x^2 - 2ax + a^2 + 1$  のグラフは下に凸の放物線で、軸は直線  $x = a$  である。 $\boxed{a}$  が定義域  $0 \leq x \leq 2$  の左外、内、右外のいずれにあるかで場合分けをする。

5 解 この関数の式を変形すると  $y = (x-a)^2 + 1 \quad (0 \leq x \leq 2)$

[1]  $a < 0$  のとき

この関数のグラフは図 [1] の実線部分である。

よって、 $x=0$  で最小値  $a^2 + 1$  をとる。

[2]  $0 \leq a \leq 2$  のとき

この関数のグラフは図 [2] の実線部分である。

よって、 $x=a$  で最小値  $1$  をとる。

[3]  $2 < a$  のとき

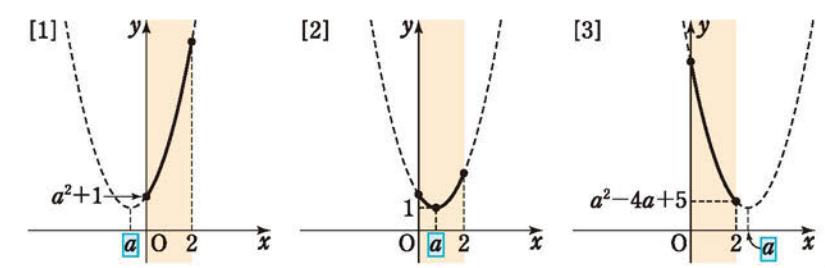
この関数のグラフは図 [3] の実線部分である。

よって、 $x=2$  で最小値  $a^2 - 4a + 5$  をとる。

答  $a < 0$  のとき  $x=0$  で最小値  $a^2 + 1$

$0 \leq a \leq 2$  のとき  $x=a$  で最小値  $1$

$2 < a$  のとき  $x=2$  で最小値  $a^2 - 4a + 5$



→ p.216 数学の考え方 場合分けをする

20 練習 21  $a$  は定数とする。関数  $y = 2x^2 - 4ax + 2a^2 \quad (0 \leq x \leq 1)$  の最小値を求めよ。

問 6 応用例題 4 の関数の最大値を求めよ。

**Link  
考察**



上下左右に動くパターンは節末問題（問題 3）で扱っています。（本書 p.36 参照）…③

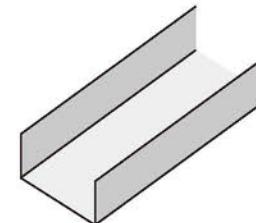
やや程度の高い問題についても、本文でしっかりと扱っています。重要な解説・問題が充実しており、入試にも万全です。

…②

### C 最大・最小の応用

応用  
例題  
5

幅 20 cm の金属板を、右の図のように、両端から等しい長さだけ直角に折り曲げて、断面が長方形形状の水路を作る。このとき、断面積が最大になるようにするために、端から何 cm のところで折り曲げればよいか。また、その断面積の最大値を求めよ。



解

折り曲げる部分の長さを  $x$  cm,

断面積を  $y$  cm<sup>2</sup> とする。

底の幅は  $(20-2x)$  cm で、

$$x > 0, 20-2x > 0$$

であるから

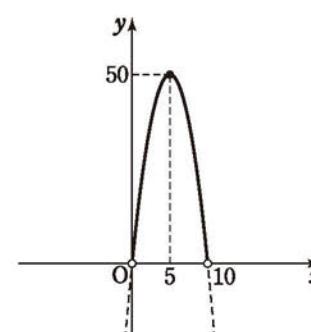
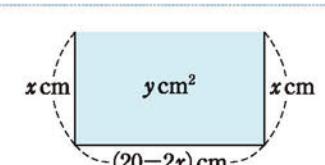
$$0 < x < 10 \quad \dots \dots \text{①}$$

また、 $y$  は

$$y = x(20-2x)$$

$$= -2x^2 + 20x$$

$$= -2(x-5)^2 + 50$$



よって、①の範囲の  $x$  について、

$y$  は、 $x=5$  で最大値 50 をとる。

ゆえに、端から 5 cm のところで折り曲げればよい。

また、断面積の最大値は 50 cm<sup>2</sup> である。

→ p.214 数学の考え方 文字で表す

練習  
22

長さ 40 cm の針金を 2 つに切り、2 本の針金をそれぞれ折り曲げて、正方形を 2 つ作る。それらの正方形の面積の和を最小にするには、針金をどのように切ればよいか。また、その面積の和の最小値を求めよ。

2乗の最小から考える必要のある難しめの問題ですが、入試を見据えて重要なタイプとして応用例題で扱いました。

…②

応用  
例題  
6

直角を挟む 2 辺の長さの和が 8 である直角三角形のうち、斜辺の長さが最小である直角三角形の 3 辺の長さを求めよ。

解説 斜辺の長さを  $l$  とすると、 $l > 0$  であるから、 $l^2$  が最小となるとき  $l$  も最小となる。

5

直角を挟む 2 辺のうちの一方の長さを  $x$  とすると、他方の長さは  $8-x$  で表され、 $x > 0, 8-x > 0$  であるから

$$0 < x < 8 \quad \dots \dots \text{①}$$

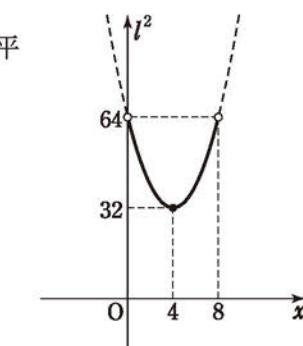
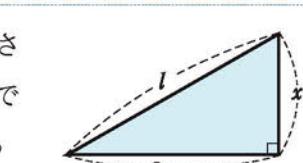
10

また、斜辺の長さを  $l$  とすると、三平方の定理から

$$\begin{aligned} l^2 &= x^2 + (8-x)^2 \\ &= 2x^2 - 16x + 64 \\ &= 2(x-4)^2 + 32 \end{aligned}$$

15

よって、①の範囲の  $x$  について、 $l^2$  は、 $x=4$  で最小値 32 をとる。



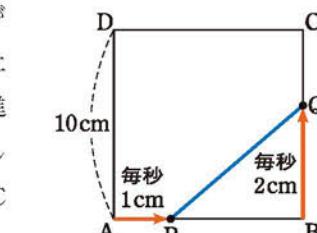
$l > 0$  であるから、 $l^2$  が最小となるとき  $l$  も最小となる。

ゆえに、 $l$  は、 $x=4$  で最小値  $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$  をとる。

したがって、求める 3 辺の長さは 4, 4,  $4\sqrt{2}$  である。

練習  
23

1 辺の長さが 10 cm の正方形 ABCD がある。点 P は A を出発して、辺 AB 上を毎秒 1 cm の速さで B に向かって進み、点 Q は、点 P と同時に B を出発して、辺 BC 上を毎秒 2 cm の速さで C に向かって進む。



25

Q が C に達するまでに P, Q 間の距離が最小になるのは、出発してから何秒後か。また、その最小の距離を求めよ。

「定義域の両端が動く場合の最大」を研究で扱いました。「問題+解」できちんと指導できるようにしています。

…③

## 研究 定義域の両端が動く場合の最大

### Link 考察 例 1

$a$  は定数とする。次の関数の最大値を求めよ。

$$y = -x^2 + 4x \quad (a \leq x \leq a+2)$$

解説  $y = -x^2 + 4x$  のグラフは上に凸の放物線で、軸は直線  $x = 2$

である。[2] が定義域  $a \leq x \leq a+2$  の右外、内、左外のいずれにあるかで場合分けをする。

解 この関数の式を変形すると  $y = -(x-2)^2 + 4 \quad (a \leq x \leq a+2)$

[1]  $a+2 < 2$  すなわち  $a < 0$  のとき

この関数のグラフは図 [1] の実線部分である。

よって、 $x = a+2$  で最大値  $-a^2 + 4$  をとる。

[2]  $a \leq 2 \leq a+2$  すなわち  $0 \leq a \leq 2$  のとき

この関数のグラフは図 [2] の実線部分である。

よって、 $x = 2$  で最大値 4 をとる。

[3]  $2 < a$  のとき

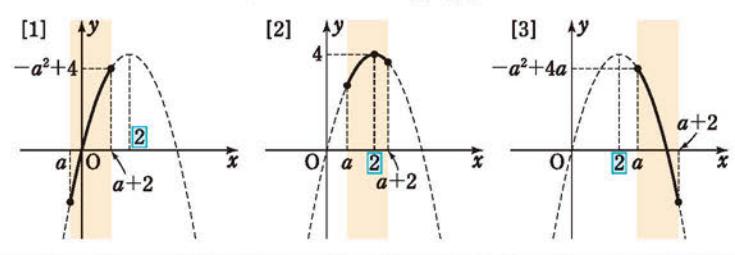
この関数のグラフは図 [3] の実線部分である。

よって、 $x = a$  で最大値  $-a^2 + 4a$  をとる。

答  $a < 0$  のとき  $x = a+2$  で最大値  $-a^2 + 4$

$0 \leq a \leq 2$  のとき  $x = 2$  で最大値 4

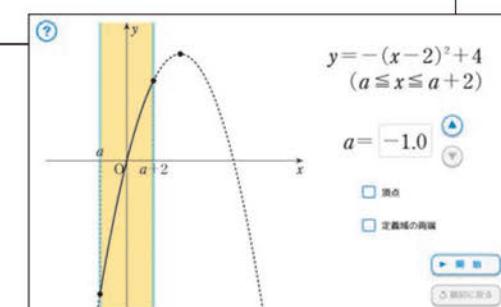
$2 < a$  のとき  $x = a$  で最大値  $-a^2 + 4a$



【補足】例 1 を反復学習するための問題は、129 ページの演習問題 5 にある。

100 第1節 2次関数とグラフ

本書 p.30 で述べたように、デジタルコンテンツで視覚的に場合分けを確認できます。



## 4 2次関数の決定

ある条件を満たすような 2 次関数を求めてみよう。頂点や軸に関する条件が与えられた場合 A、グラフ上の 3 点が与えられた場合 B など、その条件によって、2 次関数の表し方を工夫しよう。

### 5 A 頂点や軸に関する条件が与えられた場合

#### Link イメージ 例題 7

次の条件を満たす放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。

- (1) 頂点が点 (1, 2) で、点 (3, 6) を通る。
- (2) 軸が直線  $x = -1$  で、2 点 (1, 3), (-2, -3) を通る。

解 (1) 頂点が点 (1, 2) であるから、求める 2 次関数は

$$y = a(x-1)^2 + 2$$

と表される。グラフが点 (3, 6) を通るから

$$6 = a(3-1)^2 + 2$$

これを解くと  $a = 1$

よって、求める 2 次関数は  $y = (x-1)^2 + 2$

(2) 軸が直線  $x = -1$  であるから、求める 2 次関数は

$$y = a(x+1)^2 + q$$

と表される。グラフが 2 点 (1, 3), (-2, -3) を通るから

$$3 = a(1+1)^2 + q, \quad -3 = a(-2+1)^2 + q$$

すなわち  $3 = 4a + q, \quad -3 = a + q$

これを解くと  $a = 2, \quad q = -5$

よって、求める 2 次関数は  $y = 2(x+1)^2 - 5$

#### 練習 24

次の条件を満たす放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。

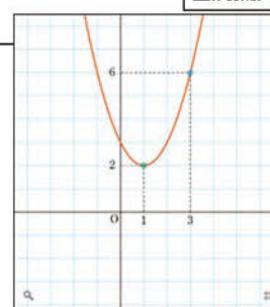
- (1) 頂点が点 (2, 3) で、点 (5, -6) を通る。
- (2) 軸が直線  $x = -2$  で、2 点 (2, -1), (-8, 4) を通る。

#### Link >>



101

- (1) 頂点と点
- (2) 軸と点
- 頂点 (1, 2)
- 軸 (3, 6)
- 条件を満たすグラフ



NEW!

「2次関数の決定」に関するデジタルコンテンツです。「頂点と点」または「軸と点」を入力し、2次関数のグラフが一意的に定まることを視覚的に確認することができます。

## 問題

- 次の関数のグラフをかけ。また、その値域を求めよ。
  - $y = -x^2 + x$  ( $-1 < x < 3$ )
  - $y = -2x^2 + 3x - 1$  ( $-1 \leq x \leq 2$ )
  - $y = (x+1)(x-3)$  ( $0 < x \leq 4$ )

→ p.85, 94
- 地上から物体を、秒速  $30\text{ m}$  で真上に投げ上げたとき、 $x$  秒後の物体の高さ  $y\text{ m}$  は、 $y = -5x^2 + 30x$  で表されるものとする。
  - 物体が最も高い位置に達するのは、投げ上げてから何秒後か。また、その高さを求めよ。
  - 物体が再度地上に戻ってくるのは、投げ上げてから何秒後か。

→ p.98
- 関数  $y = -x^2 + 2ax + 1$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) について、次の問いに答えよ。ただし、 $a$  は定数とする。
  - 最大値を求めよ。
  - 最小値を求めよ。

→ p.97
- 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。
  - 軸が直線  $x=3$  で、2点  $(0, 4)$ ,  $(4, -4)$  を通る。
  - $x$  軸と2点  $(-1, 0)$ ,  $(3, 0)$  で交わり、点  $(2, -6)$  を通る。

→ p.101, 103
- $x=2$  で最大値  $8$  をとり、 $x=1$  のとき  $y=7$  となる2次関数を求めよ。
 

→ p.101
- 放物線  $y = -x^2 + 4x - 5$  を  $F$  とする。次の問いに答えよ。
  - 放物線  $G$  を原点に関して対称移動し、更に  $x$  軸方向に  $-3$ ,  $y$  軸方向に  $1$  だけ平行移動すると、放物線  $F$  に重なった。放物線  $G$  の方程式を求めよ。
  - 放物線  $F$  を、直線  $y=1$  に関して対称移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

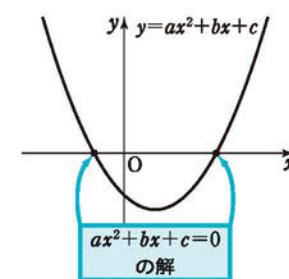
→ p.104 第1節 2次関数とグラフ

教科書 p.90「深める」→問題6とつながって、スムーズに解くことができます。  
(本書 p.24 参照) …②

## 第2節 2次方程式と2次不等式

### 5 2次方程式

- 2次関数  $y=ax^2+bx+c$  ..... ①  
のグラフが  $x$  軸と共有点をもつとする。その  
5 共有点の  $y$  座標は  $0$  であるから、共有点の  $x$   
座標は、  
2次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ..... ②  
の解である。  
したがって、2次関数 ① のグラフと  $x$  軸の共  
10 有点について知りたいとき、2次方程式 ② の  
解について調べればよい。また逆に、2次方程式 ② の解について知りたいとき、2次関数 ① のグラフを利用すると、解を視覚的にとらえることができる。  
ここでは、2次方程式の解について確認しよう。まず、中学校でも学んだ因  
数分解による解法A、2次方程式の解の公式Bについて確認しよう。また、  
15 2次方程式の係数から得られる「判別式C」によって、方程式の解を分類し  
よう。



第3章  
2次関数

#### A 因数分解による解法

- 例 11 2次方程式  $x^2 - 2x - 3 = 0$  を解く。  
左辺を因数分解すると  $(x+1)(x-3) = 0$   
よって  $x+1=0$  または  $x-3=0$   
すなわち  $x=-1$  または  $x=3$   
ゆえに、解は  $x=-1, 3$

図

Link 次の2次方程式を解け。

- 練習 27  
25 (1)  $x^2 - 6x + 5 = 0$  (2)  $x^2 - 5x - 24 = 0$   
(3)  $2x^2 + 5x + 2 = 0$  (4)  $3x^2 + 7x - 6 = 0$

NEW! 本書 p.16 で述べたように、「練習」の類題に取り組める補充問題のコンテンツを随所に用意しています。

Link >> 105

$x^2 - 3x - 18 = 0$

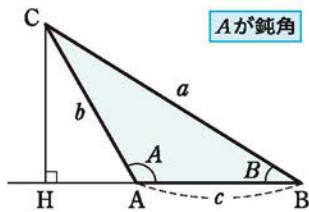
$x =$  [テキストボックス]

TOP OFF 1/5

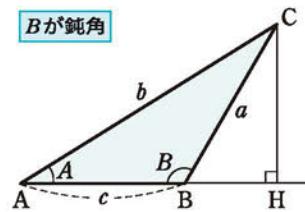
余弦定理の証明について、鈍角の場合も掲載しています。定理の成り立ちを厳密な記述により理解することで、本質を理解させることができます。

…②

- [2]  $A$  または  $B$  が鈍角の場合、頂点  $C$  から辺  $AB$  の延長に垂線  $CH$  を下ろすと、やはり  $BC^2 = CH^2 + BH^2$  …… ② が成り立つ。



$$\begin{aligned} CH &= b \sin(180^\circ - A) = b \sin A \\ BH &= AB + AH \\ &= c + b \cos(180^\circ - A) \\ &= c - b \cos A \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} CH &= b \sin A \\ BH &= AH - AB \\ &= b \cos A - c \end{aligned}$$

いずれの場合も、 $CH$ ,  $BH$  を②に代入すると①が得られる。

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad \dots \dots \text{①}$$

- [3]  $A$  または  $B$  が直角のときも、①は成り立つ。

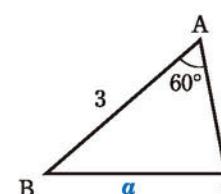
10 同様に、余弦定理の①以外の2つの等式も成り立つ。  
→p.217 数学の考え方 場合分けをする

三角形の2辺の長さと1つの角の大きさが与えられた場合は、余弦定理を用いて、残りの辺の長さを求めることができる。

- 例題 10  $\triangle ABC$ において、 $b=2$ ,  $c=3$ ,  $A=60^\circ$ のとき、 $a$ を求めよ。

解 余弦定理により

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ &= 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos 60^\circ = 7 \\ a > 0 \text{ であるから } a &= \sqrt{7} \end{aligned}$$



→p.213 数学の考え方 図をかく

- 20 練習 21  $\triangle ABC$ において、次のものを求めよ。  
(1)  $a=3$ ,  $c=2\sqrt{2}$ ,  $B=45^\circ$ のとき  $b$   
(2)  $a=8$ ,  $b=7$ ,  $C=120^\circ$ のとき  $c$

- 例題 11  $\triangle ABC$ において、 $b=7$ ,  $c=8$ ,  $B=60^\circ$ のとき、 $a$ を求めよ。

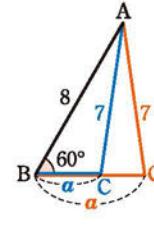
解 余弦定理により

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$\text{であるから } 7^2 = 8^2 + a^2 - 2 \cdot 8 \cdot a \cos 60^\circ$$

$$\text{ゆえに } a^2 - 8a + 15 = 0$$

$$\text{これを解いて } a=3, 5$$



- 練習 22  $\triangle ABC$ において、 $a=\sqrt{5}$ ,  $b=\sqrt{2}$ ,  $A=45^\circ$ のとき、 $c$ を求めよ。

● 三角形の角の余弦を表す式

余弦定理から、次の等式が得られる。

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}, \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

三角形の3辺の長さが与えられた場合は、上の等式を用いて、その三角形の角の大きさを求める

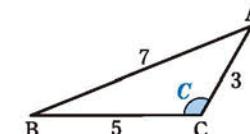
- 例題 12  $\triangle ABC$ において、 $a=5$ ,  $b=3$ ,  $c=7$ のとき、 $C$ を求めよ。

解 余弦定理により

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{5^2 + 3^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 3}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

$$\text{ゆえに } C=120^\circ$$



- 練習 23  $\triangle ABC$ において、 $a=2$ ,  $b=7$ ,  $c=3\sqrt{3}$ のとき、 $B$ を求めよ。

NEW!

本書 p.16 で述べたように、「練習」の類題に取り組める補充問題のコンテンツを随所に用意しています。

…④



$\triangle ABC$ において、  
 $a=4\sqrt{2}$ ,  $b=7$ ,  $c=5$ のとき  
 $\cos C = \square$ ,  $C = \square^\circ$

データの分析では、中学で既習の内容であっても、その定義などしっかり扱っています。四分位数、四分位範囲は中学2年の内容ですが、統計量としての特徴なども改めて解説しています。…①

**Link**  
イメージ  
データを値の小さい方から順に左から並べたとき、左半分のデータを下位のデータ、右半分のデータを上位のデータと呼ぶことにする。ただし、データの大きさが奇数のとき、中央の位置にくる値は、下位のデータにも上位のデータにも含めないものとする。

下位のデータ	上位のデータ
2 3 5 7	11 13 17 19 23
下位のデータ	上位のデータ
2 3 5 7 11	13 17 19 23 29

本書では、第1四分位数  $Q_1$ 、第3四分位数  $Q_3$  を次で定める。

第1四分位数  $Q_1$  は 下位のデータの中央値

第3四分位数  $Q_3$  は 上位のデータの中央値

10

【注意】四分位数は、他にもいくつかの定め方がある。

**例 5** (1) データ 2 3 5 7 11 13 17 19 23 について

第2四分位数すなわち中央値は  $Q_2=11$

第1四分位数は  $Q_1=\frac{3+5}{2}=4$

第3四分位数は  $Q_3=\frac{17+19}{2}=18$

(2) データ 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 について

第2四分位数すなわち中央値は  $Q_2=\frac{11+13}{2}=12$

第1四分位数は  $Q_1=5$

第3四分位数は  $Q_3=19$

図

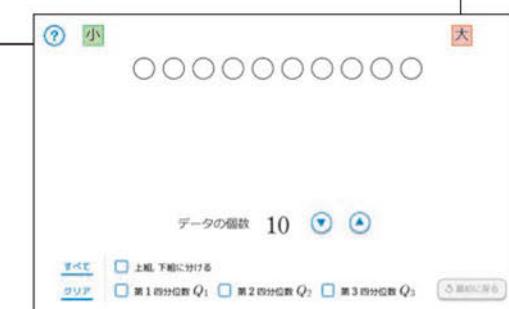
20 練習 次のデータの第1四分位数と第3四分位数を求めよ。

7 (1) 62 64 65 67 68 70 73 77 80 82

(2) 18 20 21 23 23 25 27 29 31 31 32 39

182 第5章 データの分析

四分位数の求め方について、教科書のような図解を、データの大きさ4個～16個の範囲で変えてみることができます。デジタルコンテンツをご用意しています。  
…④



### ● 四分位範囲

第3四分位数から第1四分位数を引いたもの、すなわち  $Q_3-Q_1$  を四分位範囲 という。四分位範囲は、データを値の大きさの順に並べたときの、中央の 50 % のデータの範囲にほぼ等しく、通常の範囲に比べて極端に離れた値の影響を受けにくい。

### 四分位範囲

四分位範囲  $Q_3-Q_1$

【補足】四分位範囲を 2 で割った値を 四分位偏差 という。

四分位範囲は、データの散らばりの度合いを表す 1 つの量であり、これが大きいほど中央値の周りの散らばりの度合いが大きいと考えられる。

**例 6** 180ページのテスト A のデータ<sup>(\*)</sup>について、 $Q_1=3$ ,  $Q_3=7$  より四分位範囲は  $Q_3-Q_1=7-3=4$  (点)

180ページのテスト C のデータについて、 $Q_1=4$ ,  $Q_3=6$  より

四分位範囲は  $Q_3-Q_1=6-4=2$  (点)

テスト A の方が四分位範囲が大きいから、テスト A の方がデータの散らばりの度合いが大きいと考えられる。 終

**練習 8** (1) 180ページのテスト B のデータの四分位範囲を求めよ。

(2) 180ページの 3 種類のテスト A, B, C について、四分位範囲によってデータの散らばりの度合いを比較せよ。

20 (\*) 180ページのテスト A, B, C のデータ

テストA	1	1	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8	9	9	10
テストB	3	3	3	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	7	7
テストC	1	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	7	7	8	10	

**Link** >>



183

大学入学共通テストで外れ値かどうかを判断する問題が出題されました。改訂版では、外れ値に関する問題をいくつか新しく入れました。(本書 p.42, 49, 51 参照)

…②

## D 外れ値

データの中に、他の値から極端にかけ離れた値が含まれることがある。

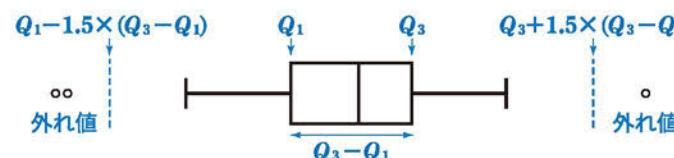
そのような値を **外れ値** という。

外れ値の基準は複数あるが、本書では、次のような値を外れ値とする。

5  $\{( \text{第1四分位数} ) - 1.5 \times (\text{四分位範囲})\}$  以下の値

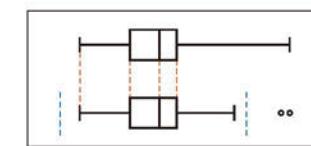
$\{( \text{第3四分位数} ) + 1.5 \times (\text{四分位範囲})\}$  以上の値

外れ値がある場合、箱ひげ図において、下の図のように外れ値を。などで表すことがある。箱ひげ図の左右のひげは、データから外れ値を除いたときの最小値または最大値まで引いている。

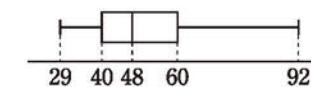


10 【注意】外れ値を。で示す箱ひげ図をかく場合

でも、四分位数は外れ値を除かないすべてのデータの四分位数であり、その値にもとづいて箱をかく。



15 練習 10 右の図はあるデータの箱ひげ図である。このデータの最大値 92、最小値 29 は外れ値であるかを調べよ。



外れ値は、測定ミスや入力ミスなどの異常な値とは限らない。外れ値の背景を探ることで、問題発見があったり、問題解決の手がかりが得られることがある。例えば、販売員の販売成績を調べたとき、並外れて成績が良い販売員がいたら、その販売員の工夫を探ることで全体の販売成績を上げる対策を見いだせる可能性がある。

**深める** データの平均値、中央値、最頻値の中で、外れ値の影響を受けやすいものはどれか、説明してみよう。

分散と標準偏差について、定義だけでなく、なぜそのような値を考えるのかについて背景も説明しています。

…②

## 4 分散と標準偏差

四分位範囲は、中央値の周りの 50 % のデータの散らばりの度合いを表す値であった。ここでは、平均値の周りにおけるデータの値全体の散らばりの度合いを表す値である **分散**、**標準偏差 A**について考えよう。

5 A 分散、標準偏差

変量  $x$  についてのデータの値が、 $n$  個の値  $x_1, x_2, \dots, x_n$  であるとする。 $x_1, x_2, \dots, x_n$  の平均値を  $\bar{x}$  とするとき、

$$x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}$$

を、それぞれ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の平均値からの **偏差** という。

10 偏差の平均値は、次の計算からわかるように、常に 0 になる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) \} \\ &= \frac{1}{n} \{ (x_1 + x_2 + \dots + x_n) - n\bar{x} \} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) - \bar{x} \\ &= \bar{x} - \bar{x} = 0 \end{aligned}$$

よって、偏差の平均値では、データの散らばりの度合いを表すことはできない。そこで、偏差の 2 乗の平均値

$$\frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \}$$

を考える。この値をデータの **分散** といい、 $s^2$  で表す。

分散が 0 のとき、 $x_1 = x_2 = \dots = x_n = \bar{x}$ 、すなわちデータの値はすべて等しく、それらは平均値に等しい。分散が小さいことは、データの平均値の周りの散らばり方が小さいことの 1 つの目安である。

変量  $x$  の測定単位が、例えば cm であるとき、分散  $s^2$  の単位は  $\text{cm}^2$  となる。そこで、変量  $x$  の測定単位と同じ単位である  $\sqrt{s^2}$  を散らばりの度合いを表す量として用いることが多い。 $\sqrt{s^2}$  を  $s$  で表し、データの **標準偏差** という。

今課程で新たに加わった「仮説検定の考え方」の内容です。ボールペンの品質に関するアンケートという具体的な設定で展開しているので、理解しやすくなっています。

…①

## 6 仮説検定の考え方

集団に対して調査を行う場合、調べたい集団の全体のデータを集めることは困難な場合が多い。そのようなときに、調べたい集団から一部を抜き出して、そのデータから集団全体の状況を推測することがある。その推測が妥当かどうかを判断する1つの考え方として、仮説検定の考え方Aについて学ぼう。

### A 仮説検定の考え方

ボールペンを製造している会社が、既に販売しているボールペンAを改良して新製品Bを開発した。BがAよりも書きやすいと思う人が多いかどうかを調査したいと考えたが、すべての消費者を調査するのは不可能である。そこで、ここでは以下のように考察を進めてみる。

まず、無作為に選んだ30人にこれらのボールペンを使ってもらい、A、Bのどちらが書きやすいと思うかを回答してもらった。回答の結果を集計したところ、70%にあたる21人がBと回答した。この回答のデータから、消費者全体において、

15 [1] Bが書きやすいと思う人の方が多い

と判断してよいだろうか。「Aが書きやすいと思う人とBが書きやすいと思う人は同じくらい存在するが、Bが書きやすいと思う人が偶然多く選ばれた」という可能性もある。

この問題を解決するために、[1]の主張に反する次の仮説を立てよう。

20 [2] Aが書きやすいと思う人の割合と、Bが書きやすいと思う人の割合は等しい

この仮説が正しいとすると、A、Bのどちらの回答の起こる確率も $\frac{1}{2}=0.5$ である、と考えることができる。この仮説のもとで、30人中21人がBと回答する確率がどれくらいかを考察しよう。

25 [2]の仮説をもとにした30人への調査は、次のような公正なコインを使った実験にあてはめることができる。

NEW!

コインを投げる実験の結果をヒストグラムで表示し、「仮説のもとで相対度数2%という起こりにくいことが起こった」ということがひと目でわかるようにしました。

仮説検定は数学Bでも扱われますが、このヒストグラムは、数学Bで正規分布を用いて仮説検定する際にもつながる図なので、数学Iでしっかり見せてています。

…①

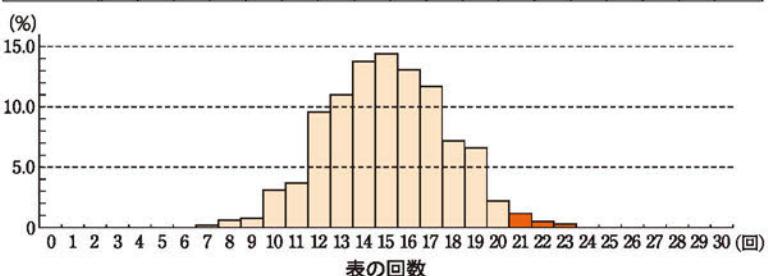
実験 公正な1枚のコインを30回投げることを1セットとし、

1セットで表の出た回数を記録する。ここでは、コインの表が出る場合を、Bと回答する場合とする。

例えば、この実験を1セット行い、表の出た回数が13回であったとすると、Bと回答した人数が13人であるということである。

この実験を1000セット繰り返したところ、次のような結果となった。

表の回数	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	計
度数	2	6	8	31	37	96	110	138	144	131	117	72	66	22	12	5	3	1000



10 【注意】 グラフの縦軸は、表の出た回数ごとの相対度数（百分率で表示）である。

Link 考察 【補足】 この実験の代わりに、コンピュータでシミュレーションを行ってよい。

上の表から、21回以上表が出たのは、1000セットのうち $12+5+3=20$ セットであり、相対度数は $\frac{20}{1000}=0.02$ すなわち2%である。つまり、A、Bのどちらの回答も同じ確率で起こるとした[2]の仮説のもとでは、21人以上がBと回答する確率は2%程度であると考えられる。

これは見方を変えると、2%程度という確率の小さいことが起こったのだから、そもそも[2]の仮説が正しい可能性は低いと考えられる。そう考えると、[1]の主張は妥当である、つまり「Bが書きやすいと思う人の方が多い」と判断してよさそうである。

Link >>



203

1セットのコイン投げの回数  
30回 1000回

表の回数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
度数	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表の回数	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
度数	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表の回数	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
度数	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

グラフに切り替える 戻る 次へ

確率は、硬貨を投げるなどの実験を用いて考えますが、実験結果は教科書で与えました。実際に実験をしたい場合は、シミュレーションコンテンツを利用することもできます。

…④

仮説検定で仮説が棄却できない場合、仮説が妥当であると判断できるわけではありません。実際に仮説検定を行う場合、その判断に注意が必要なところですので、丁寧に記述しました。…①

得られたデータをもとに、ある主張が妥当かどうかを判断する、前ページのような手法を **仮説検定** という。<sup>(\*)</sup>

また、前ページでは 2 % を確率が小さいとしたが、仮説検定では基準となる確率をあらかじめ決めておき、それより小さければ確率が小さいと判断する。

**例 11** 202 ページの調査で、30 人中 19 人が B と回答したとする。

主張 [1] が妥当であると判断してよいか、基準となる確率を 5 % として考察してみよう。

前ページのコイン投げの実験結果を利用すると、19 回以上表が出る場合の相対度数は

$$\frac{66+22+12+5+3}{1000} = \frac{108}{1000} = 0.108 \text{ すなわち } 10.8\%$$

これは 5 % より大きいから、202 ページの仮説 [2] は否定できない。

よって、B が書きやすいと思う人の方が多いとは判断できない。

図

→ 【注意】例 11 について、「仮説 [2] が妥当である」という判断ができるわけではない。すなわち、「A が書きやすいと思う人の割合と、B が書きやすいと思う人の割合は等しい」と判断できるのではなく、「今回の回答の結果からは、B が書きやすいと思う人の方が多い」と判断できるだけの根拠が得られなかった」ということにすぎない。

(\*) 仮説検定において、妥当かどうか判断したい主張 [1] に反する仮説として立てた主張 [2] を **帰無仮説** といい、主張 [1] を **対立仮説** という。

教科書 p.202 ~ 204 で説明した仮説検定の手順を、フローチャートで示しました。

202, 203 ページのボールペンの書きやすさの調査に関する仮説検定において、主張 [1] が妥当であると判断してよいかを考察する手順を要約すると、次のようになる。

妥当かどうか判断したい主張 [1] と、それに反する仮説 [2] を立てる。  
また、基準となる確率を定める。

仮説 [2] のもとで、調査や実験の結果が起こる確率を調べる。

求めた確率が、基準となる確率より小さければ

仮説 [2] が正しい可能性は低い、すなわち主張 [1] が妥当であると判断してよい。

求めた確率が、基準となる確率より小さくなければ

主張 [1] が妥当であるとは判断できない。(仮説 [2] が妥当であると判断できるわけではない)

練習

17

ある地域の水道局が、水道水の品質改善に取り組んでいる。

無作為に選んだ地域の住民 20 人に以前に比べて水道水がおいしくなったと思うかを回答してもらったところ、15 人が以前よりおいしくなったと回答した。この回答のデータから、地域の住民全体において、以前に比べて水道水がおいしくなったと思う住民の方が多いと判断してよいか。仮説検定の考え方を用い、基準となる確率を 5 % として考察せよ。ただし、公正な 1 枚のコインを 20 回投げて表の出た回数を記録する実験を 1000 セット行ったところ次の表のようになったとし、この結果を用いよ。

表の回数	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	計
度数	6	12	41	71	111	161	197	151	115	82	38	9	5	1	1000

なお、203 ページや、前ページの例 11 ではコイン投げの実験結果を利用しているが、通常は計算で確率を求め、それを利用する。<sup>(\*)</sup>

→ (\*) 次ページでは、計算で確率を求めている。

数学Bの「統計的な推測」でも仮説検定が扱われることをふまえ、反復試行の確率（数学A）を用いて、仮説検定における確率を計算した場合について扱いました。

…③

## 発展 仮説検定と反復試行の確率

202, 203ページのボールペンの書きやすさの調査に関する仮説検定において、「A, B のどちらの回答も同じ確率で起こる」という仮説のもとで、30人中21人以上がBと回答する確率を、コイン投げの実験を通して考えた。この確率は、数学Aで学習する次の「反復試行の確率」を用いると計算することができる。

同じ状態のもとで繰り返すことができ、その結果が偶然によって決まる実験や観察などを試行といい、その結果起こる事柄を事象という。

反復試行の確率 1回の試行で事象Aの起こる確率を $p$ とする。この試行を $n$ 回繰り返し行うとき、事象Aがちょうど $r$ 回起こる確率は

$${}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$$

【補足】 ${}_nC_r$ は異なる $n$ 個のものから $r$ 個を取り出して作る組合せの総数を表す。

A, Bどちらの回答の起こる確率も $\frac{1}{2}$ であるという仮説のもとで、30人中21人以上がBと回答する確率は

$$\begin{aligned} {}_{30}C_{21}\left(\frac{1}{2}\right)^{21}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-21} + {}_{30}C_{22}\left(\frac{1}{2}\right)^{22}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-22} + \dots \\ + {}_{30}C_{29}\left(\frac{1}{2}\right)^{29}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-29} + \left(\frac{1}{2}\right)^{30} \end{aligned}$$

となる。これをコンピュータで計算すると、 $\frac{22964087}{1073741824} = 0.0213\dots$

となる。203ページのコイン投げの実験で求めた相対度数0.02は、この確率と近い値である。

練習 1 1枚のコインを6回投げたところ、表が5回出た。このコインは表が出やすいと判断してよいか。仮説検定の考え方を用い、基準となる確率を5%として考察せよ。

NEW!

大学入学共通テストで外れ値かどうかを判断する問題が出題されました。改訂版では、外れ値に関する問題をいくつか新しく入れました。（本書p.42, 49, 51参照）このページでは問題1(2)で扱っています。

…②

## 問題

1. 商店Aでは、毎日100個の弁当を仕入れて販売している。ある月の平日20日間について、1日の売上個数を調べたところ、次のデータが得られた。

66 71 73 64 77 62 69 75 66 71

5 55 64 68 70 59 64 74 50 69 75 (単位は個)

(1) このデータの中央値、第1四分位数、第3四分位数を求めよ。

→ (2) このデータの箱ひげ図をかけ。ただし、外れ値がある場合は、外れ値を○で示した箱ひげ図とせよ。

→ p.181~186

- 10 右の図は、10人の生徒に漢字テストを2回行い、得点のデータを散布図にしたものである。1回目のデータを横軸に、2回目のデータを縦軸にとっている。なお、得点は整数である。次の値を求めよ。

- 15 (1) 1回目のデータの中央値  
(2) 1回目のデータの分散

(3) 1回目のデータと2回目のデータの相関係数 → p.178, 179, 188, 196, 197

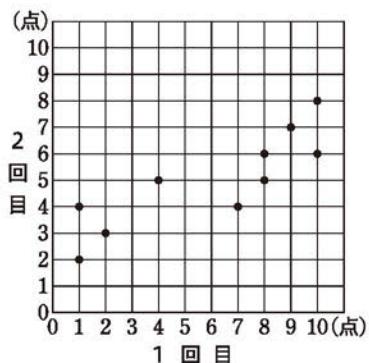
- 20 3. ある文具メーカーが、販売中のさみAを改良し、新製品Bを開発した。モニターにA, Bのどちらが使いやすいと思うかを回答してもらったところ、25人中18人が、Bの方が使いやすいと回答した。このデータから、消費者全体において、BはAより使いやすいと思う人の方が多いと判断してよいか。仮説検定の考え方を用い、次の(1), (2)の場合において考察せよ。ただし、公正なコイン25枚を投げて表の出た枚数を記録する実験を800回行ったところ次の表のようになったとし、この結果を用いよ。

表の枚数	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	計
度数	2	3	12	27	45	78	104	114	120	112	82	56	28	12	4	0	1	800

(1) 基準となる確率5%

(2) 基準となる確率1%

→ p.202~205



「データの分析」の章末の演習問題では、平均値、分散、相関係数を正しく理解しているかを総合的に問うような問題を扱っています。これらの統計量について正しく理解していれば、データの値の変化による影響を考えることはそれほど難しくない、ということを実感させることができます。

…②

4. 次のデータは、10人の生徒を5人ずつA班とB班に分けて、英語のテストを行った結果である。ただし、 $a$ の値は0以上の整数である。また、B班の得点の平均値は56.0点であった。

A班 42 65 61 37 45

B班 49 48 70 50  $a$  (単位は点)

- 5 (1)  $a$ の値を求めよ。  
 (2) A班の得点の分散と、B班の得点の分散を求めよ。  
 (3) テストの採点基準を変更したところ、10人の生徒のうち、最上位の生徒の点数が2点下がり、最下位の生徒の点数が2点上がった。  
 10 変更後の10人の生徒の得点の平均値は、□する。  
 変更後の10人の生徒の得点の分散は、□する。  
 上の□に当てはまるものを、次の①、②、③から選べ。  
 ① 変更前より増加 ② 変更前より減少 ③ 変更前と一致

- 15 5. 右の①、②、③は、2つの変量 $x$ 、  
 10  $y$ についてのデータである。 ① 

$x$	25	29	23	22	35	28
$y$	18	13	17	20	13	16

  
 (1) データ①について、変量 $x$ の  
 5 分散を求めよ。 ② 

$x$	22	27	29	19	33	28
$y$	13	15	18	14	20	17

  
 (2) データ①、②、③の $x$ と $y$ の  
 20 相関係数は、0.91、-0.87、0.06  
 のいずれかである。各データの相関係数を答えよ。  
 (3) データ②の左から4番目の $y$ の値が12に変わると、データ②の $x$ と $y$ の相関係数の絶対値は大きくなるか、それとも小さくなるか。

## ※ 演習問題B

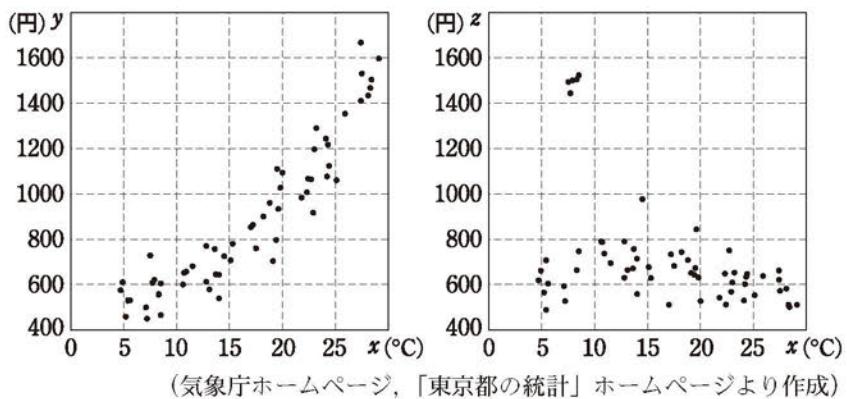
- 25 6. 25個の値からなるデータがあり、そのうちの10個の値の平均値は4、  
 分散は14、残りの15個の値の平均値は9、分散は19である。  
 (1) このデータの平均値を求めよ。 (2) このデータの分散を求めよ。

NEW!

大学入学共通テストでも出題されるような、散布図や箱ひげ図から分析して読み取る問題を追加しました。どの図から読み取ればよいかの判断力を養えます。

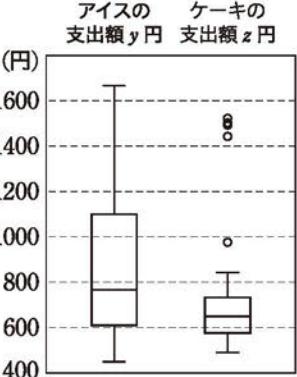
…②

7. 次の図は、2018年1月から2022年12月における5年間の東京の月ごとの平均気温 $x^{\circ}\text{C}$ と、1世帯あたりの月ごとのアイスクリーム・シャーベット(以下「アイス」と書く)の支出額 $y$ 円、ケーキの支出額 $z$ 円それぞれについて、散布図に表したものである。



5 (気象庁ホームページ、「東京都の統計」ホームページより作成)

- 右の図は、アイスの支出額とケーキの支出額のデータを箱ひげ図に表したものであり、外れ値を○で示している。これらの図から読み取ることとして正しいものを、下の①～⑥からすべて選べ。  
 10 ① アイスの支出額の中央値は、ケーキの支出額の第3四分位数より大きい。  
 ② 四分位範囲で比較すると、データの散らばりの度合いは、アイスの支出額よりケーキの支出額の方が大きい。  
 15 ③ 平均気温が最も高い月は、アイスの支出額が最も大きい。  
 ④ 平均気温が $20^{\circ}\text{C}$ 以上である月はすべて、ケーキの支出額が800円以下である。  
 20 ⑤ 平均気温が高い月ほど、アイスの支出額が大きくなる傾向にある。  
 ⑥ 外れ値を除いたデータで考えると、平均気温とケーキの支出額の間に正の相関関係が読み取れる。



数学Ⅰの巻末に課題学習を設定しました。

数学Ⅰの内容をさらに発展させて主体的に考える課題を中心に、日常生活の問題に数学を活用させる課題も取り扱いました。

…①

数学Ⅱの内容です

発展

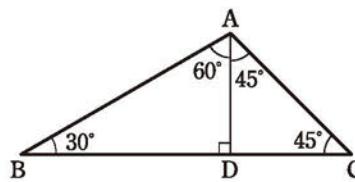
## 課題学習 5 三角比の値と正弦定理

### 学習のテーマ 三角比

三角比の値は、 $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ などについて学んでいる。  
ここでは、 $60^\circ+45^\circ$ のような角について三角比の値を求めてみよう。

- 5 課題 15 右の図において、 $AD=1$ とするとき、次の値を求めよう。

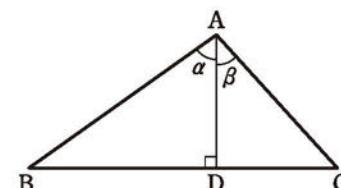
- (1)  $\angle BAC$  の大きさ
- (2) 線分  $AC$ ,  $BC$  の長さ
- (3)  $\sin 105^\circ$  の値



- 10 課題 15 を一般の場合で考えてみよう。

- 課題 16 右の図において、 $AD=1$ とするとき、次のことを示そう。

- (1)  $BC = \tan \alpha + \tan \beta$
- (2)  $\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1}{\cos \alpha \cos \beta}$
- (3)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$



### まとめの課題 5

課題 16において、 $\alpha > \beta$ とする。このとき、次のことを示そう。

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

NEW!

教科書 p.201 のコラム「統計的探究プロセス」を意識した課題を設定しました。統計を日常の問題解決や判断に利用して、統計のよさを理解することがねらいです。雨である年と雨でない年、それぞれの統計量から考察するという想定ですが、決まった正解があるわけではないので、生徒さんどうしの対話的な学びに発展させることもできます。

…②

## 課題学習 6 統計的探究プロセス

### 学習のテーマ データの分析

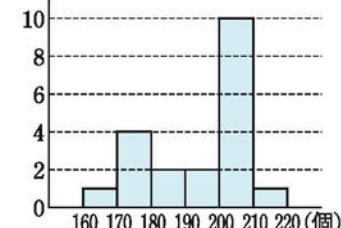
201 ページで紹介した統計的探究プロセスを意識して、課題を解決してみよう。

ある学校では文化祭で毎年 1 クラスが焼きそばを販売することになっている。今年のクラスでは、売れ残りを減らすため、大体の売上個数を予測したいと考えた。先生に確認して過去の情報を集めたところ、過去 20 年の売上個数は次の通りであった。

203	205	165	185	174	208	215	172	181	207
206	177	200	209	207	196	203	171	192	202

(単位は個)

- 10 このデータをヒストグラムにすると、右の図のようになった。200 個以上 210 個未満の値が多いことから、大体の売上個数は 205 個程度になると結論してよいだろうか。



- 15 クラスの生徒 Aさんは、170 個以上 180 個未満の値も比較的多いことが気になり、過去の文化祭の日の天候を調べたところ、売上個数が 190 個未満である年はすべて雨であり、それ以外の年はすべて晴れか曇りであったことがわかった。

- 20 課題 17 これまでにわかったことをもとに、どのように売上個数を予測すればよいか考えてみよう。

### まとめの課題 6

201 ページで紹介した統計的探究プロセスの 5 段階である

「問題 → 計画 → データ → 分析 → 結論」

について、それぞれの段階が上の課題ではどのような作業に該当しているか、  
25 考えてみよう。また、自分で新しい課題を設定して、統計的探究プロセスを意識して解決してみよう。

## 主な用語

※本書に登場する主な数学用語と、その英語表現を載せた。用語に関する話題を載せたものもある。

### 第1章 数と式

単項式 [monomial] → p.8  
係数 [coefficient] → p.8  
次数 [degree] → p.8, 9  
多項式 [polynomial] → p.9  
項 [term] → p.9  
累乗 [power] → p.12  
2乗を平方、3乗を立方ともいう。  
指数 [exponent] → p.12  
展開 [expansion] → p.14  
因数分解 [factorization] → p.17  
因数 [factor] → p.17  
多項式の因数は因子ともいう。  
自然数 [natural number] → p.25  
整数 [integer] → p.25  
分数 [fraction] → p.25  
有理数 [rational number] → p.25  
小数 [decimal] → p.25  
実数 [real number] → p.27  
無理数 [irrational number] → p.27  
閉じている [closed] → p.28  
数直線 [the real line] → p.29  
実数直線ともいう。  
原点 [origin] → p.29  
座標(数直線) [coordinate] → p.29  
絶対値 [absolute value] → p.30  
平方根 [square root] → p.31  
2乗根ともいう。  
対称式 [symmetric polynomial] → p.35  
基本対称式 [elementary symmetric polynomial] → p.35  
不等式 [inequality] → p.38  
解 [solution] → p.40  
文字、例えば $x$ を含む方程式や不等式を成り立たせる $x$ の値を、その方程式や不等式の解という。「方程式の解を求めよ」という問題の場合、普通は「その方程式のすべての解を求めよ」という意味である。  
方程式 [equation] → p.45  
紀元前後に書かれた中国の数学書『九章算術』に「方程」という言葉が出てくる。

### 第2章 集合と命題

集合 [set] → p.52  
集合は、現代の数学の最も基本的な概念である。数学の概念として集合を導入したのはカントール (1845–1918) である。(→ p.50 章扉)  
要素 [element] → p.52  
元 (げん) ともいう。  
部分集合 [subset] → p.54  
空集合 [empty set] → p.55  
共通部分 [intersection] → p.55  
交わりともいう。  
和集合 [union] → p.55  
全体集合 [universal set] → p.56  
補集合 [complementary set, complement] → p.56  
命題 [proposition] → p.58  
真 [true] → p.58  
偽 [false] → p.58  
条件 [condition] → p.59  
仮定 [assumption] → p.59  
結論 [conclusion] → p.59  
反例 [counterexample] → p.60  
必要条件 [necessary condition] → p.61  
十分条件 [sufficient condition] → p.61  
必要十分条件 [necessary and sufficient condition] → p.61  
同値 [equivalent, equivalence] → p.61  
証明 [proof] → p.64  
逆 [converse] → p.64  
対偶 [contraposition, contrapositive] → p.64  
裏 [inverse] → p.64  
背理法 [proof by contradiction] → p.66  
紀元前 300 年頃の数学学者ユークリッドの著した『原論』には、いくつもの数学の定理とその証明が書かれていて、その中に背理法を用いた証明もある。

### 第3章 2次関数

関数 [function] → p.74  
関数という言葉はライプニッツ (1646–1716) によって導入された。(→ p.72 章扉) それが中国で函数と訳された。現在の日本でも函数 (かんすう) という表記が使われることがある。  
定義域 [domain] → p.75  
値域 [range] → p.75  
座標(座標平面) [coordinates] → p.75  
座標平面 [coordinate plane] → p.75  
デカルト (1596–1650) は、座標によって曲線と方程式を結びつけるという考えを示した。座標の概念自体は古代ギリシャの数学者アポロニウス (紀元前 200 年頃) にもあったとされる。  
最大値 [maximum] → p.78  
最小値 [minimum] → p.78  
2 次関数 [quadratic function] → p.79  
2 次関数は身の回りにも現れる関数である。例えば、自動車がブレーキをかけてから止まるまでの制動距離  $y$  は、自動車の速さ  $x$  の 2 次関数である。  
放物線 [parabola] → p.79  
物を放り投げたときの物の軌道として現れる曲線である。放物線をその軸を中心に回転させてできる面はパラボラアンテナに利用される。  
頂点 [vertex] → p.79  
2 次方程式 [quadratic equation] → p.105  
2 次方程式の解法は古くから知られていた。紀元前はるか昔のメソポタミアの粘土板には、2 次方程式が平方完成で解かれている。また、紀元前後に書かれた中国の数学書『九章算術』にも 2 次方程式が扱われている。  
判別式 [discriminant] → p.108

### 第4章 図形と計量

正接 [tangent] → p.134  
正弦 [sine] → p.135  
余弦 [cosine] → p.135  
三角比 [trigonometric ratio] → p.135  
正接、正弦、余弦のほかに、これらの逆数である余接 (コタンジェント, cot), 余割 (コセカント, cosec), 正割 (セカント, sec) というものもある。三角比を用いて図形を調べることを三角法という。(→ p.132 章扉)

### 第5章 データの分析

データ [data] → p.176  
分布 [distribution] → p.177  
度数分布表 [frequency distribution table] → p.177  
階級 [class] → p.177  
度数 [frequency] → p.177  
度数をデータの大きさで割った値を相対度数という。大きさの異なるデータの分布を比較するとき、相対度数を用いるのが適切な場合がある。  
ヒストグラム [histogram] → p.177  
平均値 [mean, average] → p.178  
中央値 [median] → p.179  
最頻値 [mode] → p.179  
範囲 [range] → p.181  
四分位数 [quartile] → p.181  
四分位範囲 [interquartile range] → p.183  
IQR と書かれることもある。  
箱ひげ図 [box plot, box and whisker plot] → p.184  
アメリカの数学者デューキー (1915–2000) が著書の中で用いたのが最初とされる。  
外れ値 [outlier] → p.186  
偏差 [deviation] → p.187  
分散 [variance] → p.187  
標準偏差 [standard deviation] → p.187  
散布図 [scattergram] → p.193  
相関 [correlation] → p.194  
共分散 [covariance] → p.195  
相関係数 [correlation coefficient] → p.195  
因果関係 [causality] → p.198  
最小 2 乗法 [method of least squares] → p.200  
仮説検定 [hypothesis testing] → p.204  
帰無仮説 [null hypothesis] → p.204  
対立仮説 [alternative hypothesis] → p.204

組合せの考え方の応用として組分けの問題を取り上げ、解説で考え方を丁寧に説明しました。  
「同じ人数の組は区別できない」ことが理解できる設定にしています。

…②

人やものを組分けするときの分け方の総数を求めてみよう。

**Link  
イメージ**  
**応用  
例題  
5**

7人を次のようにする方法は、何通りあるか。

- (1) 部屋 A, B, C に 2人ずつ入れ、部屋 D に 1人入れる。
- (2) 2人, 2人, 2人, 1人の4組に分ける。

**解説** (2) 7人を a, b, c, d, e, f,

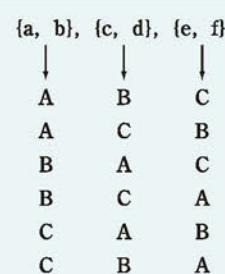
g とする。例えば、1つの組分け

{a, b}, {c, d}, {e, f}, {g}

において、2人の組に A, B, C の名前を付ける方法は 3! 通りある。

(2) は、(1) で A, B, C の区別をなくした場合であるから、(1) の方法

の総数を 3! で割ればよい。



**解** (1) A に入る 2人を選ぶ方法は  ${}_7C_2$  通り

B に入る 2人を、残りの 5人から選ぶ方法は  ${}_5C_2$  通り

C に入る 2人を、残りの 3人から選ぶ方法は  ${}_3C_2$  通り

A, B, C の人が決まれば、残りの部屋 D の 1人は決まる。

よって、求める方法の総数は、積の法則により

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \times \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 630 \quad \text{図 } 630 \text{ 通り}$$

(2) (1) で A, B, C の区別をなくすと、同じものが 3! 通り

ずつできるから、求める方法の総数は

$$\frac{630}{3!} = 105 \quad \text{図 } 105 \text{ 通り}$$

**練習** 30 9人を次のようにする方法は、何通りあるか。

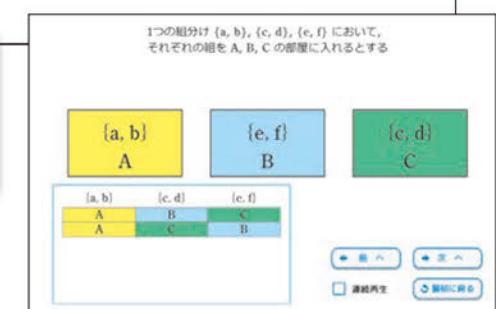
(1) 部屋 A, B, C に 3人ずつ入れる。

(2) 3人ずつの 3組に分ける。

(3) 2人, 2人, 5人の3組に分ける。

36 第1節 場合の数

3! で割る理由が理解しやすくなるアニメーションコンテンツも用意しています。



「同じものを含む順列」について、例 9 では組合せで考える解き方を掲載しました。また、例 9 を順列で考える解き方を「深める」で扱いました。見方を変えて考えてみることで、理解が深まります。

…③

**C 同じものを含む順列**

**Link  
考案**  
**例  
9**

a, a, a, b, b, c の 6 個の文字全部を 1列に並べる順列の総数

a, a, a, b, b, c を、右の

(a) (b) (c) (a) (a) (b)

図のように 6 個の場所におく

と考える。

6 個の場所から a をおく 3 個を選ぶ方法は  ${}_6C_3$  通り

残りの 3 個の場所から b をおく 2 個を選ぶ方法は  ${}_3C_2$  通り

c は残りの 1 個の場所におけるべきよいから、その方法は 1 通り

したがって、このような順列の総数は、積の法則により

$${}_6C_3 \times {}_3C_2 \times 1 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} \times 1 = 20 \times 3 \times 1 = 60 \quad \text{図}$$

例 9 の順列の総数は、次のようにも表される。

$${}_6C_3 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 = \frac{6!}{3!3!} \times \frac{3!}{2!2!} \times \frac{1!}{1!0!} = \frac{6!}{3!2!1!}$$

一般に、n 個のもののうち、p 個は同じもの、q 個は別の同じもの、

r 個はまた別の同じもの、……であるとき、これら n 個のもの全部を 1

列に並べる順列の総数は、次のようにになる。

$${}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_{n-p-q}C_r \times \dots$$

この式は、33 ページの公式 2 を用いて、次のように変形される。

$$\frac{n!}{p!q!r! \dots} \quad \text{ただし} \quad p+q+r+\dots=n$$

**Link  
イメージ**  
**深める**

例 9 を次のように考えて求めてみよう。

(1) a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>, b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, c の 6 個の文字の順列の総数を求める。

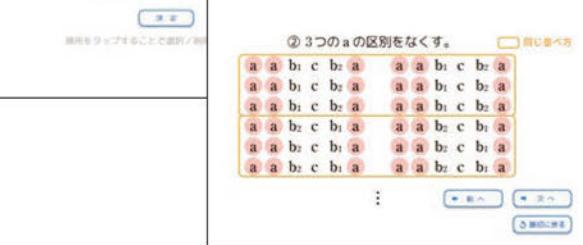
(2) (1) で a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub> の区別をなくし、b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub> の区別をなくした場合の並べ方の総数を求める。



**NEW!**

「同じものを含む順列」の総数を求める 2通りの解き方について、理解を促すデジタルコンテンツを用意しました。

…④



チェバの定理において、点Oが△ABCの外部にある場合について扱いました。教科書 p.91  
(点Oが△ABCの内部にある場合)と同じように証明できることが理解できます。…③

チェバの定理の逆、メネラウスの定理の逆について「研究」で扱いました。前のページの定理とのつながりを意識しています。…③

### 研究 チェバの定理の逆、メネラウスの定理の逆

91 ページで学んだチェバの定理は、点Oが△ABC の外部にある場合にも成り立つ。

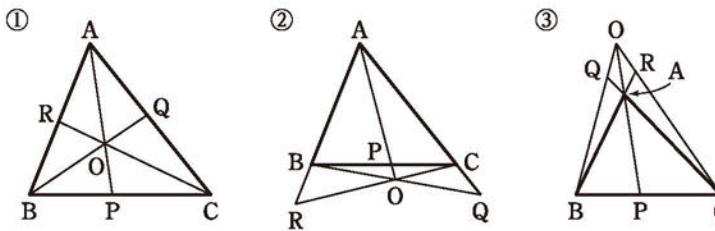
#### チェバの定理

5 定理 6' △ABC の辺上にもその延長上にもない点Oがある。

頂点 A, B, C と O を結ぶ直線 AO, BO, CO が、向かい合う辺 BC, CA, AB またはその延長と、それぞれ点 P, Q, R で交わるとき、次の等式が成り立つ。

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

Link  
考察

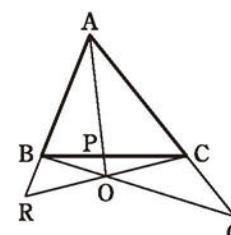


10 91 ページでは、上の図①の場合について証明した。その証明において利用した三角形の面積と線分の比の関係

$$\frac{BP}{PC} = \frac{\triangle OAB}{\triangle OCA}, \quad \frac{CQ}{QA} = \frac{\triangle OBC}{\triangle OAB}, \quad \frac{AR}{RB} = \frac{\triangle OCA}{\triangle OBC}$$

が上の②, ③のような場合にも成り立つことから、定理 6' は 91 ページと同じように証明することができる。

15 練習 1 右の図の△ABCにおいて、  
AR : RB = 4 : 1, BP : PC = 3 : 4  
である。  
CQ : QA を求めよ。



チェバの定理、メネラウスの定理については、その逆も成り立つことが知られている。

#### チェバの定理の逆

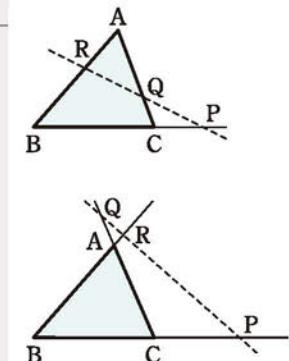
5 △ABC の辺 BC, CA, AB またはその延長上に、それぞれ点 P, Q, R があり、この 3 点のうち、1 個または 3 個が辺上にあるとする。

このとき、BQ と CR が交わり、かつ  $\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$  が成り立てば、3 直線 AP, BQ, CR は 1 点で交わる。

【注意】 上の「チェバの定理の逆」は、前ページの定理 6' の逆である。

#### メネラウスの定理の逆

10 △ABC の辺 BC, CA, AB またはその延長上に、それぞれ点 P, Q, R があり、この 3 点のうち、1 個または 3 個が辺の延長上にあるとする。このとき、 $\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$  が成り立てば、3 点 P, Q, R は一直線上にある。



15 チェバの定理の逆、メネラウスの定理の逆は、それぞれ 3 直線が 1 点で交わる、3 点が一直線上にあることの証明に利用できる。特に、チェバの定理の逆を利用して、重心や内心の存在を証明することができる。

20 練習 2 チェバの定理の逆を用いて、次のことを証明せよ。  
(1) 三角形の 3 本の中線は 1 点で交わる。  
(2) 三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。

Link  
»



NEW!

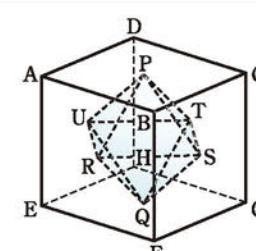
改訂版では、巻末に新構成要素「数学の考え方」を入れました。数学の問題を解くときに有効な考え方について、異なる種類の問題を取り上げて、そこに共通する考え方を紹介しています。  
(本書 p.80, 81 参照)

このページのように、本文の関連する箇所に参照を載せています。

…②

### B 多面体から切り取った立体

- Link 考察** 立方体 ABCD-EFGH の各面の正方形の対角線の交点を、右の図のように、P, Q, R, S, T, U とする。この立方体を平面 PRS, 平面 PST, 平面 PTU, 平面 PUR, 平面 QRS, 平面 QST, 平面 QTU, 平面 QUR で切ると、新しくできた立体 PRSTUQ は正八面体である。このことを示そう。

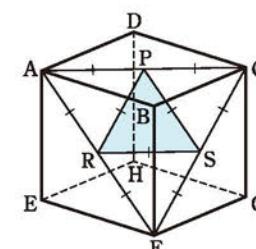


- 5 [1] 立体 PRSTUQ の面 PRS は平面 AFC 上にあって、点 P, R, S はそれぞれ線分 CA, AF, FC の中点である。CA=AF=FC より  $\triangle AFC$  は正三角形である。
- 10 よって、PR=RS=SP であるから、 $\triangle PRS$  も正三角形である。

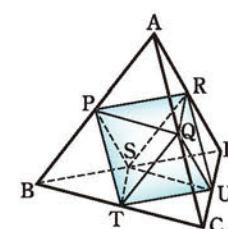
同様に考えると、立体 PRSTUQ のすべての面が合同な正三角形である。

- 15 [2] 6つの頂点に集まる面の数はすべて 4 で等しい。

[1], [2] から、立体 PRSTUQ は正八面体である。



- 20 **Link 考察** 正四面体 ABCD の各辺の中点を、右の図のように、P, Q, R, S, T, U とする。この正四面体を平面 PQR, 平面 RSU, 平面 PST, 平面 QTU で切る。新しくできた立体 PQRSTU が正八面体であることを示せ。



各正多面体について、頂点から内部に向かって平面で少しづつ切っていったときに、立体がどのように変化するかを視覚的に確かめるデジタルコンテンツ。



…④

各正多面体について、頂点から内部に向かって平面で少しづつ切っていったときに、立体がどのように変化するかを視覚的に確かめるデジタルコンテンツ。

QRコード

正四面体  
正六面体  
正八面体  
正十二面体  
正二十面体

元の立体を表示

◀ ▶ ⌂ 最初に戻る

前ページのように、立方体 ABCD-EFGH から切り取った正八面体 PRSTUQ を利用して、正八面体の体積を求めてみよう。

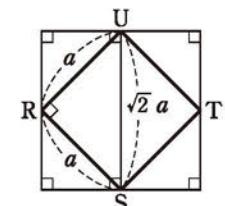
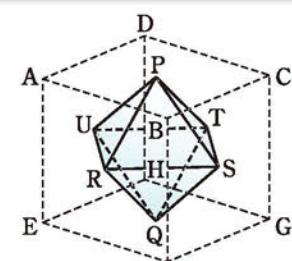
- 5 正八面体 PRSTUQ の 1 辺の長さを  $a$  とする。

平面 RSTU で立方体を切ったときの断面は、右の図のようになる。四角形 RSTU は 1 辺の長さが  $a$  の正方形であるから、立方体の 1 辺の長さは  $\sqrt{2}a$  である。

- 10 正四角錐 P-RSTU, Q-RSTU の高さは立方体の 1 辺の長さの半分であるから、求め正八面体の体積  $V$  は

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}a}{2} \times 2 = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$$

→ p.187 数学の考え方 全体から引く



- 15 **Link 考察** 立方体 ABCD-EFGH を

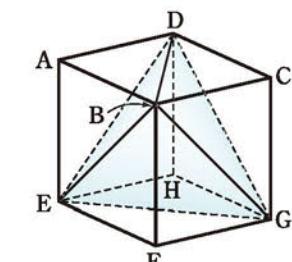
平面 BDE, 平面 BEG,

平面 BGD, 平面 DEG

で切ると、正四面体 BDEG ができる。

このことを利用して、1 辺の長さ  $a$  の

正四面体の体積を求めよ。



前ページの練習 41 のように、正四面体 ABCD を 4 つの平面で切る。このとき、次のことを考えてみよう。

(1) 切り取った立体 APQR は正四面体であることを示そう。

(2) 正四面体 ABCD から切り取った正八面体 PQRSTU は、もとの正四面体の半分の体積をもつことを示そう。

Link >>



NEW!

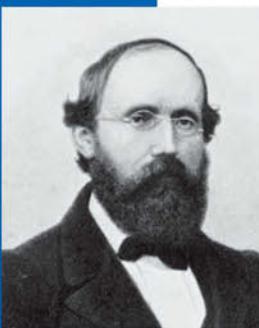
初版の「数学と人間の活動」は、身の回りの題材を交えながら、整数の本格的な内容を扱っていました。

改訂版では、純粋な整数の内容を第1節に、身の回りの題材については第2節に、分けて扱いました。第1節だけを扱うと、整数の内容も他の章と同じように扱うことができます。…①

## 第3章 数学と人間の活動

### 第1節 整数の性質

### 第2節 数学と人間の活動



リーマン

*history*

我々が普段から何気なく使っている自然数や整数は、一見とても簡単に見えながら、その背後には思いもよらない神秘的な世界が広がっている。なかでも素数にまつわる問題には、多くの人々が魅せられてきた。古代ギリシャの數学者達は、素数が無限に多く存在することを知っていた。近代以降も、自然数全体の中で素数が「どのような割合で存在しているか?」とか「どのように分布しているのか?」といった問題は、多くの數学者によって研究されてきたが、現在でも解明されていないことが多い。19世紀の數学者リーマン(1826-1866)も、この問題について深く考察し、現在「リーマン予想」と呼ばれている問題を提出了。この予想は自然数や整数についての究極の問題と考えられ、多くの數学者が証明しようしてきたが、現在に至ってもまだ解決されていない難問である。

この章で学ぶこと  
イメージ



専用HPから関連情報に  
アクセスすることができる目印です。

NEW!

第1節「整数の性質」では、整数の内容を更に充実させました。第1節を重点的に扱うことで、大学入試を見据えて整数の内容をしっかり扱うことができます。…①

- 1 約数と倍数
- 2 素数と素因数分解
- 3 最大公約数と最小公倍数
- 4 整数の割り算
- 5 ユークリッドの互除法
- 6 1次不定方程式
- 7  $n$ 進法

- 8 整数の性質と人間の活動
- 9 座標の考え方
- 10 ゲーム・パズルの中の数学

この章では、第1節で整数に関するさまざまな性質を学び、第2節で整数の性質が身の回りで活用されている例や、数学の歴史の話題、数学と文化とのかかわりなどを取り上げる。

目標

この章で習得できることを目標としてまとめた。  
見通しをもって学習に取り組もう。

目標のチェック問題  
チェック

### 第1節 整数の性質

- 1 整数の範囲での約数・倍数について理解できる。
- 2 素因数分解を利用して、整数の約数やその個数を求めることができる。
- 3 最大公約数・最小公倍数の求め方について理解できる。また、「互いに素」について理解できる。
- 4 整数の範囲での割り算の考え方を理解し、割り算の余りによる整数の分類について考察することができる。
- 5 「ユークリッドの互除法」について理解し、活用することができる。
- 6 「1次不定方程式」の解き方を理解できる。
- 7 数の表し方として「 $n$ 進法」について理解できる。

### 第2節 数学と人間の活動

- 8 整数の性質が身の回りで利用されている例や、整数と数学の歴史との関連などについて、考察することができる。
- 9 平面と空間における座標の考え方について理解できる。
- 10 ゲームやパズルの中に数学を見つけ、考察することができる。

## 第1節 整数の性質

### 1 約数と倍数

自然数 1, 2, 3, …… に、0 と -1, -2, -3, …… とを合わせて 整数 という。整数は日常のいたるところで目にすることができる、身の回りで整数の性質が利用されているものもある。また、数学の歴史の中で、整数に関するさまざまな数学的事実が発見されている。

第1節では、整数に関するさまざまな性質について学ぼう。

ここでは、整数の約数と倍数**A**について基本的なことを確認し、いろいろな数の倍数の判定法**B**について調べてみよう。

#### 10 A 約数と倍数

2つの整数  $a$ ,  $b$  について、ある整数  $k$  を用いて、

$$a=bk$$

と表されるとき、 $b$  は  $a$  の 約数 であるといい、 $a$  は  $b$  の 倍数 であるといい。 $a=bk$  のとき  $a=(-b)\cdot(-k)$  であるから、 $b$  が  $a$  の約数ならば  $-b$  も  $a$  の約数である。

【注意】  $(-b)\cdot(-k)$  における  $\cdot$  は、積を表す記号であり、 $\times$  と同じ意味である。

例 1 (1) 10の約数は、次の8個の整数である。

$$1, 2, 5, 10, -1, -2, -5, -10$$

(2) 2の倍数は、次のような整数であり、無数にある。

$$\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots$$

終

【補足】 例1の約数、倍数は、次のように書いてもよい。

$$(1) \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$$

$$(2) 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots$$

2の倍数を 偶数、2の倍数でない整数を 奇数 という。

練習 1 (1) 18の約数をすべて求めよ。

(2) 6の正の倍数を小さいものから5個求めよ。

例題 1  $a, b$  は整数とする。次のことを証明せよ。

$a$  と  $a+b$  がともに5の倍数ならば、 $b$  は5の倍数である。

証明  $a, a+b$  は5の倍数であるから、整数  $k, l$  を用いて

$$a=5k, a+b=5l$$

と表される。

よって  $5k+b=5l$  ゆえに  $b=5l-5k=5(l-k)$   
 $l-k$  は整数であるから、 $b$  は5の倍数である。

終

練習 2  $a, b$  は整数とする。次のことを証明せよ。

(1)  $a$  と  $b$  がともに3の倍数ならば、 $a+b$  は3の倍数である。

(2)  $a$  と  $a-b$  がともに10の倍数ならば、 $b$  は10の倍数である。

### B 倍数の判定法

自然数が、ある自然数の倍数であるかを判定する方法を考えよう。

まず、2の倍数、5の倍数の判定法を考えよう。

自然数  $N$  は、一の位を  $a$  とすると、負でない整数  $k$  を用いて、次のように表される。

$$N=10k+a$$

$10k=2\cdot5k=5\cdot2k$  より、 $10k$  は2の倍数であり、5の倍数でもあるから、次のこと�이える。

$N$  が2の倍数であるのは、 $a$  が2の倍数のときである。

$N$  が5の倍数であるのは、 $a$  が5の倍数のときである。

したがって、2の倍数、5の倍数の判定法は、次のようになる。

2の倍数の判定法 一の位が0, 2, 4, 6, 8のいずれかである

5の倍数の判定法 一の位が0, 5のいずれかである

次に、4の倍数の判定法を考えよう。

自然数 $N$ は、その下2桁が表す数を $a$ とすると、負でない整数 $k$ を用いて、次のように表される。

$$N=100k+a$$

5  $100k=4 \cdot 25k$ より、 $100k$ は4の倍数であるから、次のことがいえる。

$N$ が4の倍数であるのは、 $a$ が4の倍数のときである。

4の倍数の判定法 下2桁が4の倍数である

練習 3 自然数が8の倍数であるかどうかを判定する方法を述べよ。

3の倍数、9の倍数の判定法を考えよう。

10 簡単のため、4桁の自然数で考える。4桁の自然数 $N$ は、千の位を $a$ 、百の位を $b$ 、十の位を $c$ 、一の位を $d$ とすると、次のように表される。

$$N=1000a+100b+10c+d$$

$$\begin{aligned} &= (99+1)a + (99+1)b + (9+1)c + d \\ &= 9(111a+11b+c) + a+b+c+d \end{aligned}$$

15  $9(111a+11b+c)$ は9の倍数であり、3の倍数でもあるから、次のことがいえる。

$N$ が3の倍数であるのは、 $a+b+c+d$ が3の倍数のときである。

$N$ が9の倍数であるのは、 $a+b+c+d$ が9の倍数のときである。

4桁以外の自然数についても、同様のことがいえる。

20 3の倍数の判定法 各位の数の和が3の倍数である

9の倍数の判定法 各位の数の和が9の倍数である

練習 4 5桁の自然数4168□が9の倍数であるとき、□に入る数を求めよ。

▶ 約数や倍数が身近で利用されている例を、166ページで紹介している。

## 研究 等式を満たす整数 $x, y$ の組

整数 $x, y$ が等式 $xy=3$ を満たすとき、 $x, y$ はそれぞれ3の約数である。よって、この等式を満たす整数 $x, y$ の組をすべて求めると、次のようにになる。

5  $(x, y)=(1, 3), (3, 1), (-1, -3), (-3, -1)$

この考え方を利用すると、次のような等式を満たす整数 $x, y$ の組がすべて求められる。

$$(x+a)(y+b)=c \quad (a, b, c \text{ は整数})$$

例 1 10 等式 $(x-3)(y+2)=3$ を満たす整数 $x, y$ の組をすべて求める。

$x, y$ は整数であるから、 $x-3, y+2$ も整数である。

よって  $(x-3, y+2)=(1, 3), (3, 1), (-1, -3), (-3, -1)$

ゆえに  $(x, y)=(4, 1), (6, -1), (2, -5), (0, -3)$  終

練習 1 10 等式 $(x+2)(y-2)=-5$ を満たす整数 $x, y$ の組をすべて求めよ。

例 2 15 等式 $xy+4x-y=6$ を満たす整数 $x, y$ の組をすべて求める。

$$xy+4x-y=x(y+4)-(y+4)+4=(x-1)(y+4)+4$$

より、等式は  $(x-1)(y+4)+4=6$

すなわち  $(x-1)(y+4)=2$

$x, y$ は整数であるから、 $x-1, y+4$ も整数である。

よって  $(x-1, y+4)=(1, 2), (2, 1), (-1, -2), (-2, -1)$

ゆえに  $(x, y)=(2, -2), (3, -3), (0, -6), (-1, -5)$  終

練習 2 20 次の等式を満たす整数 $x, y$ の組をすべて求めよ。

(1)  $xy-3x+y=2$  (2)  $xy-x-4y=0$

余りで分類して証明する問題は大学入試でも頻出です。例題や本文できちんと扱うようにしました。

…②

## B 余りによる整数の分類

整数を2で割ると余りは0か1であるから、すべての整数  $n$  は

$$2k, 2k+1 \quad (k \text{ は整数})$$

のいずれかの形で表される。 $2k$  は偶数、 $2k+1$  は奇数である。

- 5 例題 6 奇数の2乗から1を引いた数は、8の倍数であることを証明せよ。

**証明** 奇数  $n$  は、 $k$  を整数として、 $n=2k+1$  と表される。

$$\begin{aligned} n^2 - 1 &= (2k+1)^2 - 1 = 4k^2 + 4k \\ &= 4k(k+1) \end{aligned}$$

10 連続する2つの整数  $k, k+1$  のいずれかは2の倍数であるから、 $k(k+1)$  は2の倍数である。

よって、 $4k(k+1)$  は8の倍数である。

ゆえに、奇数の2乗から1を引いた数は、8の倍数である。

図

- 15 練習 14 連続する2つの偶数の2乗の差は、4の倍数であるが、8の倍数ではないことを証明せよ。

整数を3で割ると余りは0か1か2であるから、すべての整数  $n$  は  
 $3k, 3k+1, 3k+2 \quad (k \text{ は整数})$

のいずれかの形で表される。

- 20 一般に、正の整数  $m$  が与えられると、すべての整数  $n$  は

$$mk, mk+1, mk+2, \dots, mk+(m-1) \quad (k \text{ は整数})$$

のいずれかの形で表される。

整数についての事柄を証明するとき、整数がある正の整数で割った余りで分類して考えるとよいことがある。

「連続する3つの自然数のいずれかは3の倍数」という性質を確認する問を入れています。…②

## 応用 例題 1

$n$  は整数とする。次のことを証明せよ。

$n^2$  を3で割ったときの余りは、0か1である。

**解説** 3で割ったときの余りの問題であるから、整数を3で割ったときの余りで場合分けして証明する。

- 5 証明 すべての整数  $n$  は

$$n=3k, n=3k+1, n=3k+2 \quad (k \text{ は整数})$$

のいずれかの形で表される。

- [1]  $n=3k$  のとき

$$n^2=(3k)^2=9k^2=3\cdot 3k^2$$

- [2]  $n=3k+1$  のとき

$$n^2=(3k+1)^2=9k^2+6k+1=3(3k^2+2k)+1$$

- [3]  $n=3k+2$  のとき

$$\begin{aligned} n^2 &= (3k+2)^2=9k^2+12k+4 \\ &= 3(3k^2+4k+1)+1 \end{aligned}$$

よって、 $n^2$  を3で割ったときの余りは、0か1である。 終

→ p.189 数学の考え方 場合分けをする

## 練習 15

$n$  は整数とする。次のことを証明せよ。

$n^2$  を5で割ったときの余りは、0か1か4である。

## 問1

$n$  は整数とする。次のことを証明せよ。

- (1)  $n, n+1, n+2$  のいずれかは3の倍数である。

- (2)  $n(n+1)(n+2)$  は6の倍数である。

## 練習 16

$n$  は整数とする。次のことを証明せよ。

$n(n+1)(2n+1)$  は6の倍数である。

江戸時代の数学書『塵劫記』に記されている割り算に関する問題を、  
25 169～170ページで紹介している。

## 研究 割り算の余りの性質

- 145 ページの例題 5 では、2つの整数  $a, b$  を 5 で割ったときの余りが、  
それぞれ 2, 4 であるとき、 $a+b, a-b, ab$  を 5 で割ったときの余りは、  
それぞれ  $2+4, 2-4, 2 \cdot 4$  を 5 で割ったときの余りに等しかった。
- 5 一般に、 $m$  を正の整数とし、2つの整数  $a, b$  を  $m$  で割ったときの  
余りを、それぞれ  $r, r'$  とすると、次のことが成り立つ。

- 1  $a+b$  を  $m$  で割った余りは、 $r+r'$  を  $m$  で割った余りに等しい。
  - 2  $a-b$  を  $m$  で割った余りは、 $r-r'$  を  $m$  で割った余りに等しい。
  - 3  $ab$  を  $m$  で割った余りは、 $rr'$  を  $m$  で割った余りに等しい。
- 10 3 の証明  $q, q'$  を整数として、 $a=mq+r, b=mq'+r'$  とおける。  
$$ab=(mq+r)(mq'+r')=m(mqq'+qr'+q'r)+rr'$$
 よって、 $ab$  を  $m$  で割った余りは、 $rr'$  を  $m$  で割った余りに等しい。

終

- 1, 2 も同様に証明することができる。
- 15 更に 3 から、 $k$  を正の整数とするとき、次のことが成り立つ。
- 4  $a^k$  を  $m$  で割った余りは、 $r^k$  を  $m$  で割った余りに等しい。

- 例 1 15<sup>100</sup> を 7 で割った余りを求める。  
15 を 7 で割った余りは 1 である。  
よって、15<sup>100</sup> を 7 で割った余りは、1<sup>100</sup> を 7 で割った余りに等しい。したがって、15<sup>100</sup> を 7 で割った余りは 1 である。 終

- 練習 1 次のものを求めよ。  
(1) 49<sup>100</sup> を 6 で割った余り      (2) 3<sup>80</sup> を 10 で割った余り

## 発展 合同式

$m$  は正の整数とする。2つの整数  $a, b$  について  $a-b$  が  $m$  の倍数であるとき、 $a$  と  $b$  は  $m$  を法として合同であるといい、式で

$$a \equiv b \pmod{m}$$

- と表す。このような式を合同式という。 $a$  と  $b$  が  $m$  を法として合同であるとは、 $a$  を  $m$  で割った余りと、 $b$  を  $m$  で割った余りが等しいということと同じである。

- 以下では、 $a, b, c, d$  は整数、 $m, k$  は正の整数とする。
- 合同式について、次のことが成り立つ。
- 10 [1]  $a \equiv a \pmod{m}$
- [2]  $a \equiv b \pmod{m}$  のとき  $b \equiv a \pmod{m}$
- [3]  $a \equiv b \pmod{m}, b \equiv c \pmod{m}$  のとき  $a \equiv c \pmod{m}$
- 【注意】  $a \equiv b \pmod{m}, b \equiv c \pmod{m}$  を  $a \equiv b \equiv c \pmod{m}$  と書いててもよい。
- 15  $a \equiv c \pmod{m}, b \equiv d \pmod{m}$  のとき
- 1    $a+b \equiv c+d \pmod{m}$       2    $a-b \equiv c-d \pmod{m}$
- 3    $ab \equiv cd \pmod{m}$       4    $a^k \equiv c^k \pmod{m}$

- 1 の証明  $a \equiv c \pmod{m}, b \equiv d \pmod{m}$  のとき、整数  $l, l'$  を用いて  
 $a-c=ml \dots \textcircled{1}, b-d=ml' \dots \textcircled{2}$   
と表される。 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  から
- 20  $(a+b)-(c+d)=(a-c)+(b-d)=ml+ml'=m(l+l')$   
したがって  $a+b \equiv c+d \pmod{m}$  終

- 3 の証明  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  から
- $$ab-cd=a(b-d)+d(a-c)=aml'+dml=m(al'+dl)$$
- したがって  $ab \equiv cd \pmod{m}$  終

3で  $b=a$ ,  $d=c$  とすると、 $a^2 \equiv c^2 \pmod{m}$ ,  $a^3 \equiv c^3 \pmod{m}$ ,  
 $a^4 \equiv c^4 \pmod{m}$ , …… が成り立ち、4が成り立つことがわかる。

**練習**  
1 2を証明せよ。

**例**  
1 (1)  $15^{100}$ を7で割った余りを求める。

5  $15 \equiv 1 \pmod{7}$  であるから  $15^{100} \equiv 1^{100} \equiv 1 \pmod{7}$

よって、 $15^{100}$ を7で割った余りは1である。

(2)  $3^{2222}$ を5で割った余りを求める。

$3^4 = 81$  であるから  $3^4 \equiv 1 \pmod{5}$

よって  $3^{2222} \equiv (3^4)^{555} \cdot 3^2 \equiv 1^{555} \cdot 9 \equiv 4 \pmod{5}$

10 したがって、 $3^{2222}$ を5で割った余りは4である。 終

**練習**  
2 合同式を用いて、次のものを求めよ。

(1)  $19^{200}$ を6で割った余り (2)  $2^{1000}$ を7で割った余り

(3)  $3^{102}$ の一の位の数

**例**  
2 整数  $n$ を9で割った余りが4であるとき、 $n^2+n+1$ を9で  
15 割った余りを求める。

$n \equiv 4 \pmod{9}$  のとき

$n^2+n+1 \equiv 4^2+4+1 \equiv 21 \equiv 3 \pmod{9}$

よって、 $n^2+n+1$ を9で割った余りは3である。 終

**練習**  
3  $n$ は整数とする。 $n$ を11で割った余りが5であるとき、 $2n^2-5n+4$   
20 を11で割った余りを求めよ。

**練習**  
4  $n$ は整数とする。合同式を用いて、次のことを証明せよ。

$n^4$ を3で割ったときの余りは、0か1である。

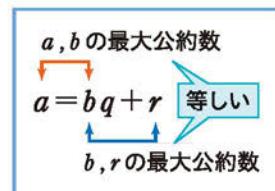
## 5 ユークリッドの互除法

素因数分解を用いて、2つの数の最大公約数を求める方法を学んだが、素因数分解が簡単にできない場合に最大公約数を求めるにはどうすればよいだろうか。ここでは、ユークリッドの互除法Aという方法について学ぼう。また、5 その方法を用いて最大公約数を表す式Bを導くことを考えよう。

### A ユークリッドの互除法

2つの自然数の最大公約数について、次のことが成り立つ。

10 2つの自然数  $a$ ,  $b$ について、 $a$ を  $b$ で割ったときの商を  $q$ , 余りを  $r$  とすると、  
 $a$ と  $b$ の最大公約数は、  
 $b$ と  $r$ の最大公約数に等しい。(\*)



証明 条件から、次の等式が成り立つ。

$a = bq + r \quad \dots \dots \textcircled{1}$

移項すると  $r = a - bq \quad \dots \dots \textcircled{2}$

15  $a$ と  $b$ の最大公約数を  $m$ ,  $b$ と  $r$ の最大公約数を  $n$  とする。

$m$ は  $a$ と  $b$ の公約数であるから、②により、 $m$ は  $r$ の約数である。  
 よって、 $m$ は  $b$ と  $r$ の公約数である。

$b$ と  $r$ の最大公約数は  $n$  であるから

$m \leq n \quad \dots \dots \textcircled{3}$

20 一方、 $n$ は  $b$ と  $r$ の公約数であるから、①により、 $n$ は  $a$ の約数である。よって、 $n$ は  $b$ と  $a$ の公約数である。

$a$ と  $b$ の最大公約数は  $m$  であるから

$n \leq m \quad \dots \dots \textcircled{4}$

③, ④により  $m = n$

本書 p.62 で述べた通り、身の回りの題材については、第 2 節でまとめて取り上げています。第 1 節の項目ごとにまとまっていますので、取捨選択がしやすくなっています。ここでは、本書 p.64 ~ 66 の「約数と倍数」に対応した内容として、バーコードの仕組みについて扱っています。

…①

## 第 2 節 数学と人間の活動

### 8 整数の性質と人間の活動

ここでは、第 1 節で学んだ整数の性質について、身の回りで利用されている例や、数学の歴史との関連などを見てみよう。

#### 5 A バーコードの仕組み

132~134 ページで学んだ約数や倍数が身近で利用されている例を見てみよう。身近にある商品を見てみると、13 桁の数字が並んだバーコードがあるだろう。バーコードにはこの数字の情報が入っているのだが、この数字には読み取りのミスを判定する仕組みも備わっている。



- 練習** 26 身近にある商品のバーコードの数字について、次の問いに答えよ。
- (1) (左から奇数桁目の数の和)+(左から偶数桁目の数の和)×3 を求めよ。
  - 15 (2) 他の人が求めた(1)の値とも比較して、気づいたことをいえ。

#### バーコードの 13 桁の数字について

(左から奇数桁目の数の和)+(左から偶数桁目の数の和)×3 を計算すると、必ず 10 の倍数になる。左から 12 桁目までの数字は商品ごとに振られたものであるが、最後の 13 桁目の数字は上の計算で求めた値が 10 の倍数になるように振られている。機械で読み取ったときに 10 の倍数にならなかったら、読み取りミスがあったと判定するのである。

バーコードの最後の数字のように、誤りを検出するための数字をチェックディジットという。チェックディジットはバーコードだけではなく、運転免許証や銀行の口座番号などにも見つけることができる。

教科書 p.136 ~ 138 の「素数と素因数分解」に対応した内容として、素数に関する話題を扱っています。

…①

#### B 素数と人間の活動

ここでは、136 ページで学んだ素数に関連する話題を紹介しよう。

##### ● 素数と暗号

111468433 は 2 つの素数の積で表されるが、それをすぐにいえる人は少ないだろう。答えは 2 つの素数 9941, 11213 である。逆に、2 つの素数 9941, 11213 の積を計算して 111468433 を得ることは難しくない。

**Link** イメージ インターネットなどで情報を安全に扱うには暗号技術が欠かせない。その暗号の 1 つに RSA 暗号というものがある。<sup>(\*)</sup> RSA 暗号では、巨大な数を素数の積に分解することが暗号を解く鍵になっており、その難しさが安全性につながっている。

##### ● エラトステネスのふるい

**Link** イメージ 素数を探す方法として、古代ギリシャのエラトステネスが考案したとされる「エラトステネスのふるい」という方法がある。

15 右のような表を用いて、次のように探す。  
[1] 1 は素数ではないから、斜線で消す。  
[2] 2 に○を付けて残す。2 以外の 2 の倍数を斜線で消す。

[3] ○も斜線も付いていない最小の数 3 に○を付けて残す。3 以外の 3 の倍数を斜線で消す。

このような作業を続け、○を付けて残した数が素数である。

**練習** 27 上の方法を用いて、100 以下の素数をすべて求めよ。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100		

(\*) RSA 暗号については、195 ページの「数学と暗号」でも取り上げている。



学習指導要領には「数理的なゲームやパズルなどを通して、数学と文化との関わりについての理解を深める」と示されています。ゲームやパズルに数学的な要素を見出し、数学を活用して考察できるようにしました。

…①

## 10 ゲーム・パズルの中の数学

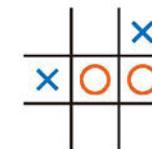
**Link 考察** 私たちの身近にあるゲームの中には、論理的に戦略を考え進めていくゲームも多い。また、パズルの中にも論理的に考えて解いていくものがある。ここでは、ゲームの中の数学A、パズルの中の数学Bについて調べてみよう。

### 5 A ゲームの中の数学

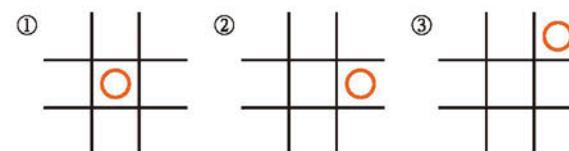
さまざまなゲームについて、ゲームを実際に行ってみて、どのようにすれば勝てるか、必ず勝てる方法はないか、ということを考察しよう。<sup>(\*)</sup>

**Link 考察** ● 三目並べ

右の図のように、縦2本、横2本の線を引き、線で分けられた9個の場所に順に○、×を書いて、縦・横・斜めのいずれか1列に3個そろえた方の勝ちというゲームについて考えよう。



先に書く人を「先手」、後に書く人を「後手」と呼ぶことにする。先手が○を書き、後手が×を書く。先手の○の書く場所は、回転して同じ15になるような場所を除くと次の3通りである。



**練習 39** このゲームは先手、後手とも最善を尽くせば必ず引き分けになることが知られている。しかし、上の①の状態から、後手が次に書く場所によっては、その後、後手がどのようにしても先手が勝つ方法がある。そのような手順になるのは、後手が次に×をどこに書いたときか。

20 (\* ) 196ページの「ゲームと数学」でも、別のゲームについて取り上げている。

178 第2節 数学と人間の活動

デジタルコンテンツで、いくつかのゲームを用意しました。

…④



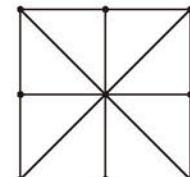
記号やコマを縦・横・斜めに1列並べるというゲームは世界各国にある。例えば、フィリピンのタバタンやケニアのシシマなどである。

ここではフィリピンのタバタンについて考えてみよう。

**Link 考察**

5 ゲームのルールは次のようになる。

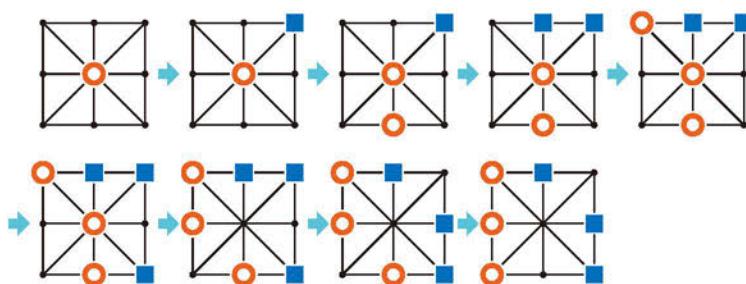
- ・先手、後手のそれぞれが3個のコマを持つ。
- ・右の図のようなゲーム盤を用意し、順に格子点(図の黒点の箇所)にコマを置く。
- ・3個のコマを置き終えたら、順に、自分のコマを、線で結ばれた隣の格子点に動かす。ただし、コマのある格子点には動かせない。
- ・自分のコマを縦・横・斜めのいずれか1列に3個並べた方が勝ち。



第3章

数学と人間の活動

例えば、先手を○、後手を■として、次のようにゲームが進められる。



この場合は、先手の勝ちとなる。

**練習 40**

タバタンについて、先手、後手の必ず勝つ方法はあるだろうか。いろいろなコマの打ち方や動かし方を調べて、考えてみよう。

三目並べは世界各国にある。ゲームの設定やゲーム盤、コマのデザイン等に文化的な差異が見られるが、ルールには共通性が見られる。

**Link >>**



179



デジタルコンテンツで実際に操作することで、各ゲームの戦略を論理的に考えやすくなります。

…④

第3章「数学と人間の活動」の章末の演習問題は、1ページ増やして整数の内容を充実させました。

…②

節末問題、章末問題で、「研究」の内容に関連する問題には、問題番号の前にマークを付けました。  
必要に応じて扱うことができます。

…①

## 演習問題A

1. 5桁の自然数  $5\square2\square7$  の□に、それぞれ適当な数を入れると、3の倍数になる。このような自然数で最大のものを求めよ。
2. 1から100までの100個の自然数の積  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots \cdots \cdot 100$  を  $N$  とする。
  - (1) 1から100までの自然数のうち、5の倍数の個数を求めよ。また、 $5^2$ の倍数の個数を求めよ。
  - (2)  $N$ を素因数分解したとき、素因数5の個数を求めよ。
  - (3)  $N$ を計算すると、末尾に0が何個連續して並ぶか。
3. 494, 2243, 3197のいずれを割っても、余りが17となる自然数のうち、最大のものを求めよ。
4.  $n$ は整数とする。次のことを証明せよ。  
 $n^2+n+1$ は5で割り切れない。
5. 20687と10001の最大公約数を求めよ。
6. 9で割ると4余り、5で割ると3余る自然数  $n$ を、45で割ったときの余りを求めよ。
7. 所持金610円で1個50円のみかんと1個80円のりんごを買う。所持金をちょうど使い切るとき、みかんとりんごをそれぞれ何個買えばよいか。
8. ある自然数  $n$ を8進法で表すと  $2525_{(8)}$  になる。このとき、 $n$ の2倍を8進法で表せ。
9. 4種類の数字0, 1, 2, 3を用いて表される自然数を、次のように小さい方から順に並べる。  
 $1, 2, 3, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, \dots$ 
  - (1) 210番目の数をいえ。
  - (2) 210は何番目の数か。

## 演習問題B

10. 18の倍数で、正の約数の個数が14個である自然数  $n$ を求めるよ。
11.  $n$ は自然数とする。 $\sqrt{n^2+45}$ が自然数となるような  $n$ をすべて求めよ。  
研究
12. 次の問いに答えよ。
  - (1)  $2x^2+7xy+3y^2+11x+13y+12$ を因数分解せよ。
  - (2) 等式  $2x^2+7xy+3y^2+11x+13y=60$ を満たす自然数  $x, y$ の組をすべて求めよ。
13. 次の(A), (B), (C)を満たす3つの自然数  $a, b, c$ の組  $(a, b, c)$ をすべて求めよ。ただし、 $a < b < c$ とする。
  - (A)  $a, b, c$ の最大公約数は6である。
  - (B)  $b, c$ の最大公約数は30、最小公倍数は420である。
  - (C)  $a, b$ の最小公倍数は180である。
14.  $a, b$ は自然数で、 $a > b$ とする。次の問いに答えよ。
  - (1)  $a$ と  $a-b$ の公約数を  $k$ とする。  $k$ は  $b$ の約数であることを示せ。
  - (2)  $a$ と  $b$ が互いに素であるとき、 $a$ と  $a-b$ は互いに素であることを示せ。
15. 3で割ると1余り、5で割ると2余り、7で割ると3余るような自然数  $n$ で最小のものを求めよ。
16. 次の問いに答えよ。
  - (1)  $n$ は整数とする。 $n^2$ を4で割ったときの余りは0か1であることを証明せよ。
  - (2)  $a, b$ はともに奇数とする。 $a^2+b^2=c^2$ を満たす整数  $c$ は存在しないことを証明せよ。

改訂版では、巻末に新構成要素「数学の考え方」を入れました。「図をかく」「場合分けをする」など、数学の問題を解くときに有効な考え方について、異なる種類の問題を取り上げて、そこに共通する考え方を紹介しました。入試問題など初めて見るような問題に挑戦するための応用力の養成につながります。

…②



## 数学の考え方

これまで、数学のいろいろな問題について、それぞれの「考え方」を学んできた。実は、異なる種類の問題においても、共通する「考え方」が活用できる場面が多くある。そのような「考え方」について理解することで、初めて見るような問題に挑戦するときにも応用ができるようになる。

ここでは、そのような「数学の考え方」について取り上げる。

### 全体から引く

問題を解くとき、全体から引くと考えることで計算しやすくなることがある。例えば、16ページの例題2では、「7の倍数でない数」の代わりに「7の倍数である数」を考えて、全体の個数100から「7の倍数である数」の個数14を引いて答えを導いた。

他に、全体から引くことが有用である例として、次のようなものがある。

### 場合の数 [→p.35 応用例題4(2)]

35ページの応用例題4(2)は、大人10人、子ども6人の中から5人を選ぶとき、大人が少なくとも1人含まれるような選び方の総数を求める問題である。5人の選び方は次の①～⑥の場合が考えられる。

- |  |                    |
|--|--------------------|
| ①大人が1人も含まれない (子どもは5人)<br>②大人が1人だけ含まれる (子どもは4人)<br>③大人が2人だけ含まれる (子どもは3人)<br>④大人が3人だけ含まれる (子どもは2人)<br>⑤大人が4人だけ含まれる (子どもは1人)<br>⑥大人が5人含まれる (子どもは0人) | 大人が少なくとも<br>1人含まれる |
|--|--------------------|

大人が少なくとも1人含まれるような選び方を直接求める場合、②～⑥の場合をそれぞれ考える必要がある。しかし、35ページの〔解説〕のように、求める総数を「(総数)-(大人が1人も含まれない選び方の総数)」と見ると、5人の選び方の総数と①の場合だけを考えればよいことになる。

「数学の考え方」では、本文の内容と関連付けて説明し、本文への参照を入れています。また、本文の方にも「数学の考え方」への参照を入れています。(本書 p.61 参照)

…②

### 余事象の確率 [→p.54 例題14, p.60 例題17(2)]

確率でも同じ考え方を利用できる。54ページの例題14、60ページの例題17(2)は、それぞれ次のような確率を求める問題である。

例題14：2本のくじを同時に引くとき、少なくとも1本が当たる。

例題17(2)：白玉と赤玉が入っている袋から玉を取り出す試行を3回続けて行うとき、少なくとも1回は白玉が出る。

例題14では全事象の確率1から「2本ともはずれる確率」を引くことで、例題17(2)では全事象の確率1から「3回とも赤玉が出る確率」を引くことで、求めたい確率を計算している。「少なくとも……」の確率を求めるとき、全体から引くという考え方方が役立つことは多い。

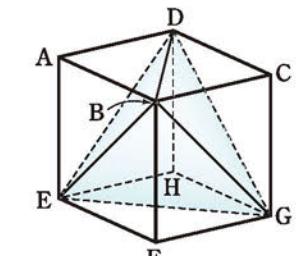
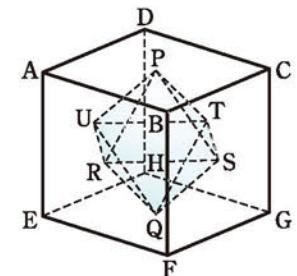
### 多面体から切り取った立体 [→p.124, 125]

図形や立体について考察するときも、全体から引くという考え方方が活用できることがある。

125ページでは、1辺の長さ  $a$  の正八面体の体積を求めている。ここでは、正八面体を立方体から切り取った立体と見ることによって、正四角錐 P-RSTU, Q-RSTU の高さを  $a$  で表すことができ、正八面体の体積を求めることができた。

また、125ページの練習42は正四面体の体積を求める問題である。右の図のように、正四面体を立方体から切り取った立体と見ることで、1辺の長さ  $a$  の正四面体の体積を求めることができる。

これらのように、立体について考察するときにも、それを含むような大きな立体を全体と見て、全体から引くという考え方方が活用できることがある。



巻末には、思考力等を問う総合的な問題を取り上げています。章ごとに問題を用意しており、各章の学習を終えた段階で取り組むこともできます。

…②

## 総合問題

1, 2 は第 1 章、3 は第 2 章、4 は第 3 章の内容と対応している。また、5 は第 1 章、第 3 章の内容と対応している。

1. 1, 2, 3, …,  $n$  を並べ替えた順列において、各数の並ぶ順番がその数とすべて違う順列を  $n$  個の「完全順列」という。ここでは、 $n$  個の完全順列の総数を記号  $D(n)$  で表す。例えば、3 個の完全順列は、(2 3 1), (3 1 2) の 2 通りあり、 $D(3)=2$  である。

(1)  $D(4)$  を求めよ。

(2) 次のア～ウに適する数を求めよ。また、 $D(5)$  を求めよ。

10 5 個の完全順列を、1, 2, 3, 4, 5 の順列で考える。

まず、1 番目には [ア] 通りの数がおける。

次に、例えば、1 番目が 2 である場合、

[1] 2 番目が 1 である並べ方は  $D(\boxed{イ})$  通り

[2] 2 番目が 1 でない並べ方は  $D(\boxed{ウ})$  通り

ある。よって、次の等式が成り立つ。

$$D(5) = \boxed{ア} \{ D(\boxed{イ}) + D(\boxed{ウ}) \}$$

(3) 6人の宛名を書いた 6通の手紙と 6枚の封筒が別々に用意されている。手紙は宛名がわからないように折られている。封筒に無作為に手紙を入れるとき、手紙と封筒の宛名がすべて違う確率を求めよ。

20 2. ある地点 A では、当日の天気によって、翌日の天気が右の表のような確率であるとする。地点 A の今日の天気が晴れであるとき、次の問い合わせ答えよ。

(1) 明後日が晴れる確率を求めよ。

25 (2) 明日、明後日の少なくとも一方は雨でない確率を求めよ。

(3) 明日、明後日の 2 日間がいずれも雨でない確率を求めよ。

		翌日の天気の確率		
		晴	曇	雨
当日の天気	晴	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$
	曇	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$
	雨	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$

長文の問題で読解力を鍛えたり、日常や社会の事象を題材にした問題で数学を応用する力を養ったりすることなどをねらっています。

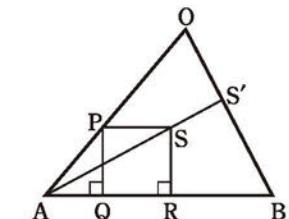
3.  $\triangle OAB$  の辺 AB 上に 1 辺があり、残りの 2 頂点がそれぞれ辺 OA, OB 上にあるような正方形（これを  $\triangle OAB$  に内接する正方形という）を作図する方法を考えよう。ただし、 $\angle A$ ,  $\angle B$  は鋭角とする。

5 (1) ①  $\triangle OAB$  の辺 OA 上に点 P をとり、

P から辺 AB に垂線 PQ を下ろす。

②  $PQ=QR$  となる点 R を線分 QB 上にとる。

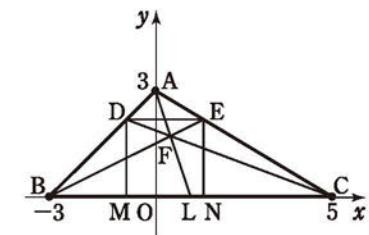
この後の手順を、右の図を参考にして考え、その方法で、 $\triangle OAB$  に内接する正方形が作図できることを説明せよ。



以下、座標平面上の点 A(0, 3), B(-3, 0), C(5, 0) を頂点とする  $\triangle ABC$  について考察する。

10 (2)  $\triangle ABC$  に内接する正方形をかくと、右の図のようになった。

15 正方形の辺 AB 上の頂点を D, 辺 CA 上の頂点を E とする。線分 CD と BE の交点を F とし、直線 AF と辺 BC の交点を L とすると、BL : LC を求めよ。



20 (3) (2) でかいた正方形の辺 BC 上の頂点を図のように、M, N とする。DM=x とするとき、正方形 DMNE,  $\triangle BDM$ ,  $\triangle ADE$ ,  $\triangle CEN$  の面積を、それぞれ x で表せ。

(4) x の値を求めよ。

(5) LF : FA を求めよ。

## 4. 次の問い合わせよ。

(1)  $p, q, r$  を異なる素数とする。正の約数の個数が 12 個である自然数は、どのような形で表されるか。次の①～⑩から、適するものをすべて選べ。

- 5 ①  $p^{11}$     ②  $p^{12}$     ③  $pq^5$     ④  $pq^{10}$     ⑤  $p^2q^3$   
 ⑥  $p^2q^6$     ⑦  $p^3q^4$     ⑧  $pqr^2$     ⑨  $pq^2r^3$     ⑩  $p^2q^2r^3$

- (2) 正の約数の個数が 12 個である 100 以下の自然数をすべて求めよ。  
 (3) (2)で求めた自然数の中で最大なものについて、12 個の正の約数の総和を求めよ。

10 5.  $n$  は自然数とする。1 から  $n$  までの  $n$  個の自然数のうち、 $n$  と互いに素である自然数の個数を  $\phi(n)$  と表す。

例えば、1 から 6 までの自然数のうち、6 と互いに素である自然数は 1 と 5 の 2 個であり、 $\phi(6)=2$  である。

15 (1)  $\phi(8), \phi(25), \phi(200)$  の値を求め、 $\phi(200)=\phi(8)\cdot\phi(25)$  が成り立つことを確かめよ。

(2)  $p$  は素数、 $a$  は自然数とする。 $\phi(p^a)$  を  $p$  と  $a$  の式で表せ。

(3) 2 つの自然数  $m, n$  が互いに素であるとき、次の等式が成り立つ。

$$\phi(mn)=\phi(m)\cdot\phi(n)$$

このことを利用して、 $\phi(10000)$  の値を求めよ。

巻末には「数学と○○」として、数学とさまざまな教科・分野を関連させた読み物を掲載しました。

## 数学と○○

数学という学問は、日常生活の中にも職業の中に  
も活きている。ここでは、その一例を紹介しよう。  
194 ページは第 1 章、193, 195, 196 ページは第  
5 3 章の内容に関連している。

数学と  
通信

離れた相手とのコミュニケーションの手段は昔から考えられ使われてきた。  
のろし 狼煙をあげ、煙の色や煙の断続の仕方でニュース、危険、集合要請などの情報が伝えられた。

言葉を送るコミュニケーションの手段としては、19 世紀前半の電気の研究の  
10 中で、電信の方法が開発され、モールス符号による文章の伝達が行われた。  
モールス符号は、短点（・）と長点（—）の 4 個以下の長さの符号で、A から Z までの 26 文字のアルファベットを区別している。

また、離れた相手とのコミュニケーション  
ではないが、触覚で文字を伝える手段とし  
て、ヨーロッパで点字が考案されたのも  
19 世紀前半である。



点字は、縦 3 点 2 列の 6 個の点のうちのいくつかを盛り上げることにより、アルファベットや日本語の 50 音を表すことができる。

20 現代の通信は情報を 0 と 1 の列で記述し、光ケーブルや無線通信でやりとりしている。そこで文章のやりとりは、ASCII 符号により行われてきた。  
ASCII 符号は 2 進法で表された 7 衔の数で、大文字、小文字のアルファベット、0 から 9 までの数字、英文タイプライターにあるその他の記号を表すことができる。

25 ▶ 短点（・）と長点（—）の 4 個以下の長さの符号で、A から Z までの 26 文字のアルファベットを表すことができる理由を考えよう。また、ASCII 符号の 7 衔の数で、大文字、小文字のアルファベット、0 から 9 までの数字など 94 文字以上を表すことができる理由を考えよう。

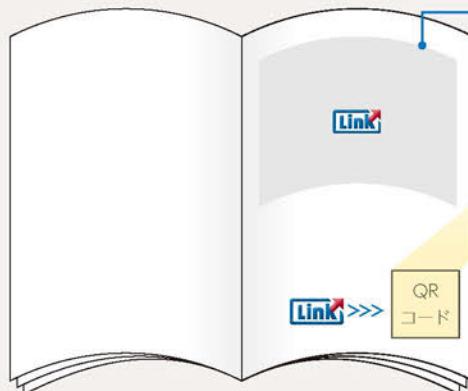
# 学びをもっと！深める！広げる 数研のQRコンテンツ

詳細はこちら！



QRコンテンツでも、「学びやすい」「教えやすい」を追求！

紙面のQRコードからご利用いただけます



QRコンテンツの場所には  
Linkアイコンを配置



紙面の  
QRコードから  
タブレットや  
スマートフォンで  
手軽にアクセス！

NEW!

改訂版の教科書では、見開き  
ページの右下にQRコードを  
入れています。  
(本書15ページ参照)



上のようなアイコンでコンテンツ  
へのリンクが示されます

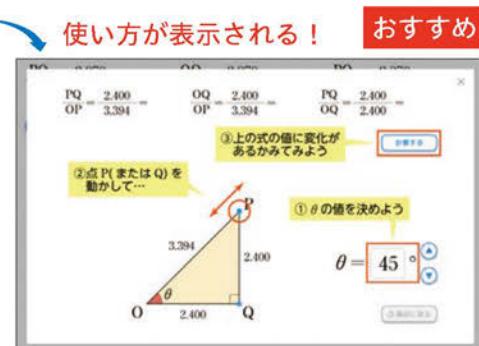
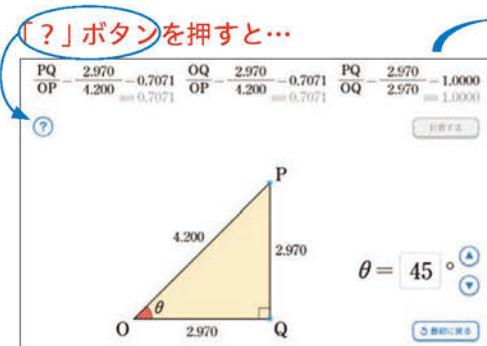
※ネットワーク接続に際し発生する通信料は使用される方のご負担となります。

改訂版教科書のQRコンテンツが、新たな機能を搭載し、より利用しやすくなりました！

## 考察コンテンツ

生徒が一人でコンテンツを活用できるよう、改訂版では「？」ボタンから使い方を  
確認できるようになりました

NEW!



使い方が表示される！

おすすめ

## 既習事項の確認問題

NEW!

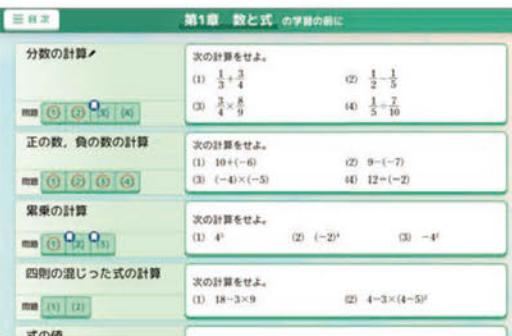
各章の学習を始める前に、既習事項を確認する問題を取り組むことができます（全章に用意）。

自動正誤機能（一部の問題）、豊富な類題、要点を解説する動画を用意しているため、生徒が一人で既習事項を確認できます。

自動正誤機能



豊富な類題



## 計算カード

教科書の練習の反復問題を数多く用意しています。

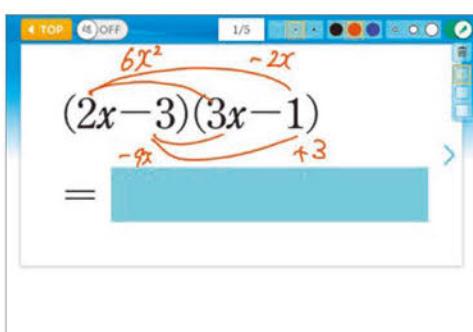
>>先生 「ふせんモード」で生徒に答えさせながら演習を進めます。

ペン機能も搭載しているため、問題に書き込みながら解説ができます。

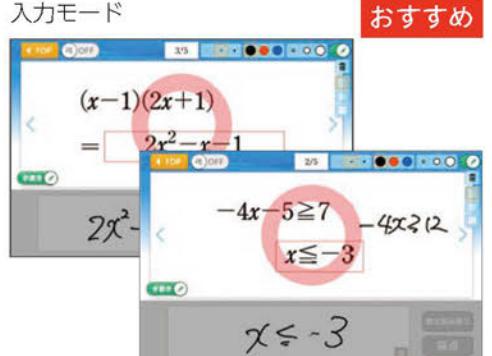
>>生徒 「入力モード」で手書きやキーボードで解答しながら進めます。

スキマ時間を使って楽しく反復演習をすることができます。

ふせんモード



入力モード



おすすめ

## QRコンテンツ数

数学 I	数学 A
1605	1692

(注) QRコンテンツ数は、すべてのコンテンツのデータ数（例えば計算カードでは問題数）をあわせたものです。

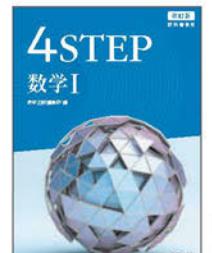
## 副教材

### 教科書傍用問題集

改訂版の教科書傍用問題集では

- 別冊解答編の記述や体裁をブラッシュアップ
- 解説動画をさらに充実
- Studyguide、デジタル版傍用問題集などデジタル教材も充実

数学シリーズ対応



4STEP  
シリーズ

基本から発展まで4段階で  
STEP UP

A5判／1色  
詳解 別売



サクシード  
シリーズ

重要例題で解法  
のポイントをマスター

A5判／1色  
詳解 別売



スタンダード  
シリーズ

別冊詳解なしの  
数研伝統の  
傍用問題集

A5判／1色



※チャート×ラボ：解説動画のご案内

※サクシードシリーズ、スタンダードシリーズの表紙は初版のものです。

### 補助教材

※以下の補助教材の内容については検討中であり、変更になる場合があります。

また、表紙画像は改訂前の書籍の表紙画像を掲載しています。

手厚い補助教材でスムーズな学びをサポートします。

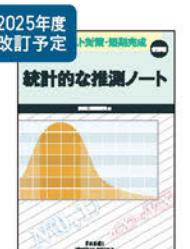
#### ◆短期完成ノート



※数研コンテンツ：「公式・用語集」コンテンツ  
※チャート×ラボ：授業用スライド

教科書レベルの内容を短期間でスムーズに学習することができる書き込み式問題集（別冊解答付）

データの分析ノート 図形の性質ノート 整数の性質ノート 統計的な推測ノート



●要点を押さえ、短期間で学習を完成できます。

●板書の手間や生徒がノートをとる時間を短縮でき、効率的に授業を進めることができます。

●4書籍すべてに解説動画（要項、例）、授業用スライドデータ（パワーポイントファイル）をご用意しています。

#### ◆新入生課題ノート

2025年度  
改訂予定

高校数学をスムーズにスタートできる書き込み式問題集（いずれも別冊解答、テスト付）

#### ○数学I入門ノート（高校数学の先取り）

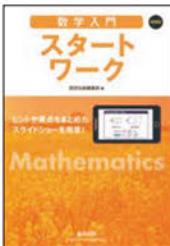
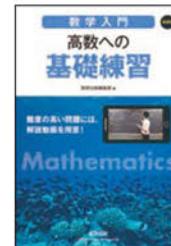
- 教科書の第1章「数と式」の第1節、  
第2節の内容を先取りで自習でき、その分授業時間を短縮できます。
- 教科書の例・例題に対応した問題の解説動画をご用意しています。  
書籍に掲載するQRコードからアクセスでき、自学で活用いただけます。



#### ○数学入門シリーズ（中学の復習）



※数研コンテンツ：解説動画など



高数への準備演習 高数への基礎練習 高校数学へのブリッジ スタートワーク

- 中学数学の総復習ができ、高校数学を学ぶための万全の準備が可能です。
- レベルや用途に応じて選べるテストペーパーのデータ（StudyguideのPrintファイル）や本冊の答のみのデータを、「チャート×ラボ」からダウンロードできます。
- 4書籍すべてにデジタルコンテンツをご用意しています。書籍に掲載するQRコードからアクセスでき、自学で活用いただけます。

高数への準備演習	難度の高い問題の解説動画
高数への基礎練習	例題の解説スライドショー
高校数学へのブリッジ	要項の解説スライドショー
スタートワーク	

#### ◆項目別学習ノート

2025年度  
改訂予定

※数研コンテンツ：教科書のデジタルコンテンツ

※チャート×ラボ：教科書の解説動画など

高校数学を項目ごとに学習できる授業用テキスト

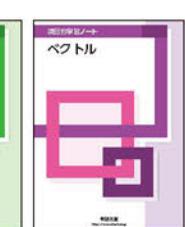
『式と証明、複素数と方程式』『三角関数』『ベクトル』

●学習内容について丁寧に解説し、基本的な問題から代表的な問題までが解答例とともに示してあります。

●設問（問、練習、問題、演習問題）の解答を「チャート×ラボ」からダウンロードできます。

※旧課程用の次の巻も引き続き発行しております。

「関数、極限」（No.22917）、「複素数平面」（No.22947）



式と証明、  
複素数と方程式

三角関数

ベクトル

# 教授資料

改訂版の教授資料でも、豊富な資料と付属データで授業をサポートします。

POINT

1 授業で役立つ付属データが充実

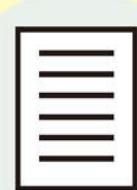
POINT

2 学習評価やQRコンテンツの利用に役立つ情報を掲載

POINT

3 教科書の解説動画で自学自習をサポート

## 教授資料の構成



教授資料本冊



学習評価  
サポートブック

→ 92 ページ

NEW!



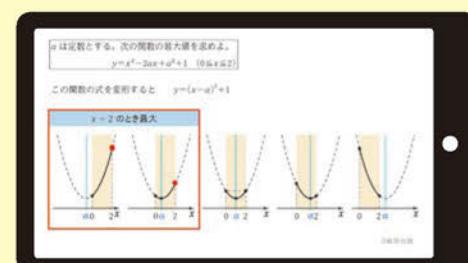
デジタルコンテンツ  
サポートブック

→ 94, 95 ページ



指導用教科書  
(1セットに  
1冊同梱,  
別売冊子有)

→ 95 ページ



解説動画(Web配信)

→ 91 ページ

NEW!

チャート×ラボ



または

付属データ

→ 97 ページ

※教授資料付属のDVD-ROMに収録しているすべてのデータは「チャート×ラボ」からダウンロードすることができるようになります。  
また、DVD-ROM収録外のデータや、追加・修正が生じた場合の最新データを「チャート×ラボ」にてご用意する場合がございます。  
「チャート×ラボ」については裏表紙をご参照ください。

※教授資料の発行予定や内容は予告なく変更される可能性があります。

※解説動画の画像は初版のものです。

## 教科書の解説動画をご用意しています！

教科書の解説動画は、「教授資料」「指導者用デジタル教科書（教材）」「学習者用デジタル教科書・教材」のいずれかをご購入いただいた場合に、追加費用なしでご視聴いただけます。

●自学自習をサポートします。

●反転学習にも活用できます。

●対面授業が難しい状況下でも学習が進められます。

サンプルは  
こちら！→



### ご利用のイメージ（教授資料のご購入の場合）



※「指導者用デジタル教科書（教材）」では、授業中に解説動画を拡大提示することができます。また、「学習者用デジタル教科書・教材」では、画面より解説動画にダイレクトにアクセスして視聴することができます（ただし、商品ライセンスを所持している生徒に限ります）。

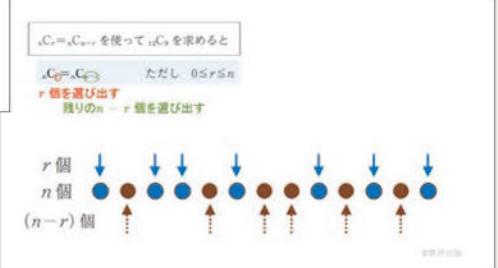
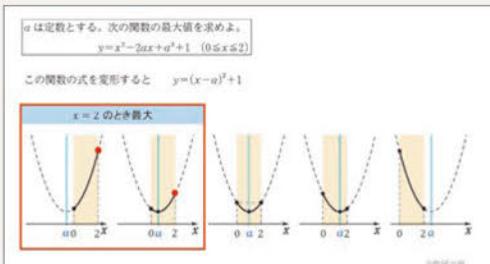
※解説動画の画像は初版のものです。

### 解説動画数（予定）

- 教科書のすべての例・例題・応用例題・問の解説動画をご用意しています。
- さらに、教科書のすべての問題（節末）・演習問題の解説動画もご用意します。 NEW!

数学 I	数学 A
272 本	184 本

### 解説動画のイメージ画像





# 学習評価に関する参考資料



付属

データ

現行の学習指導要領のもとで、先生方が観点別学習状況の評価をする際にヒントとしてお使いいただけたための冊子「学習評価サポートブック」をご用意しています。

現行の学習指導要領では、観点別学習状況の評価の観点が「知識・技能」、「思考・判断・表現」、「主体的に学習に取り組む態度」の3観点に整理されました。

●観点別学習状況の評価について、その考え方や評価例に関する参考資料です。

## 1. 学習指導要領と観点別学習状況の評価

## 2. ループリックとは何か

## 3. ループリックの事例

●「観点別評価集計ファイル(Excel)」をご用意しています。

ペーパーテストの素点やレポート等の評価を入力いただくと、各生徒の観点別評価を自動算出(A, B, Cで算出)します。

●紙面のPDFデータもご用意します。 NEW!

## 観点別評価集計ファイル(教授資料付属データ)

※画像は初版のものです。

指導者用デジタル教科書(教材)(別売)では、問題を観点ごとに検索することができます。

●「主体的に学習に取り組む態度」などの評価にも役立つ課題例を収録します。課題への取り組みを評価するための「ループリック」、教科書との対応や指導方法を記した「指導用資料」をご用意します。

NEW!

## 課題

※体裁画像はすべてイメージです。

## ループリック

## 指導用資料



付属  
データ

## NEW! デジタルコンテンツに関する参考資料

●改訂版の教科書では、各ページの に該当するデジタルコンテンツに対して、その見開きページの右下にあるQRコードから直接アクセスできるようにします(本書15ページ参照)。

コンテンツを利用した授業をよりスムーズに行えることになったことから、コンテンツを利用した授業のために

「デジタルコンテンツサポートブック」をご用意します。

●コンテンツの利用方法はもちろんのこと、コンテンツを利用した授業展開のヒント、生徒さんへの発問例など豊富な資料を収録します。

●紙面のPDFデータもご用意します。

## 「デジタルコンテンツサポートブック」紙面

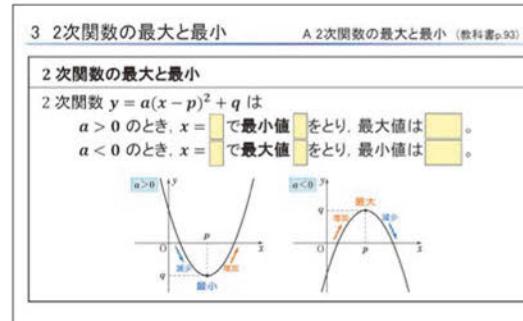
※体裁画像はイメージです。

# 授業用スライド、授業用プリント

付属  
データ

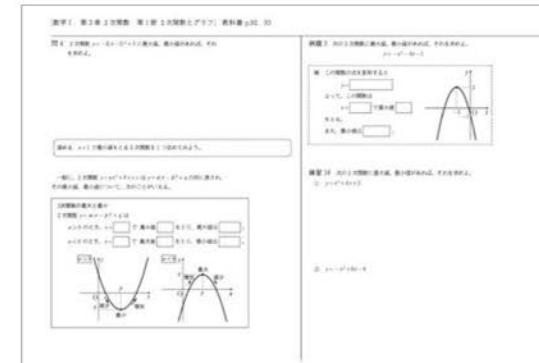
- 授業用スライドをパワーポイントデータでご用意しています。
- 授業用スライド(パワーポイントデータ)に音声を挿入するなど、先生が解説動画などを制作する際の素材にもなります。
- 授業用スライドと合わせてお使いいただける授業用プリントもご用意しています。

## 授業用スライド



※画像はすべて初版のものです。

## 授業用プリント

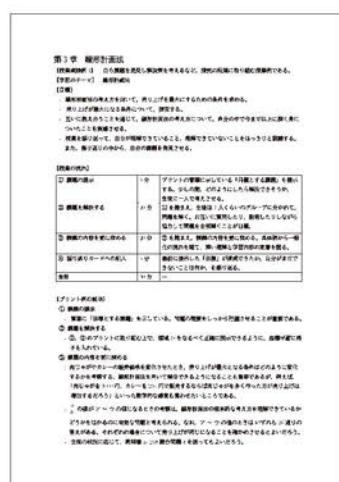


## 主体的・対話的で深い学びへの参考資料

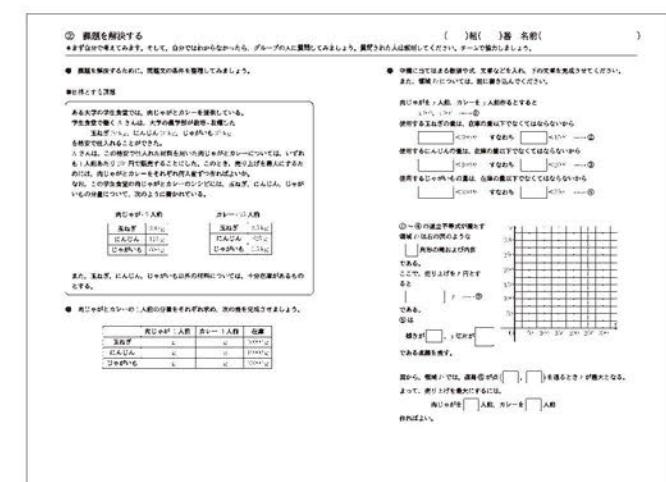
付属  
データ

- アクティブ・ラーニングの視点を取り入れた授業実践を検討されている先生方に、そのヒントとしていただくため、アクティブ・ラーニング型授業の授業実践例をデータにてご用意しています。
- 各授業実践例は「授業の流れ(解説)」+「プリント例」で構成されています。

### 授業の流れ(解説)



### プリント例



※画像はすべて初版のものです。

★「大学入学共通テスト」への対応を意識した授業例、デジタルコンテンツや「深める」などと関連させた授業例も収録しています。

# 教授資料付属データ一覧

チャート×ラボ



または



サンプルは  
こちら! →

- 教授資料付属データは教授資料本冊のDVD-ROMと「チャート×ラボ」からご利用いただけます。「チャート×ラボ」については裏表紙をご参照ください。

- 「チャート×ラボ」からはすべてのデータをダウンロードできるようにします。 NEW!

NEW!

教授資料紙面(※1)	PDF
授業用スライド	PowerPoint
授業用プリント	PDF
アクティブ・ラーニング型授業例	PDF
学習評価課題例(※2)	PDF
単元テスト	PDF
教科書紙面(※3)	PDF
シラバス・観点別評価規準	Word
観点別評価集計ファイル	Excel
時間配当表	Excel
解答一覧	PDF
統計データ(数学I)	Excel

- (※1) 教授資料本冊、学習評価に関する参考資料、デジタルコンテンツに関する参考資料の紙面のPDFデータをご用意します。  
 (※2) 「課題」のほかに取り組みを評価するための「ループリック」、教科書との対応や指導方法を示した「指導用資料」をご用意します。  
 (※3) 「写真なども含まれたデータ」(閲覧のみ)と、「写真など第三者が著作権をもつものを除いたデータ」の2種類をご用意しています。  
 (※注) 各科目のDVD-ROMには、弊社発行の全シリーズ(同科目)のデータを収録しています。

## Google フォーム

付属  
データ

- 教授資料付属データのテストに対応した「自己評価アンケート」、アクティブ・ラーニング型授業に対応した「振り返りカード」のGoogle フォームデータをご用意しています。
- ご採用の教授資料の付属データとして、「チャート×ラボ」からのダウンロードによってご利用いただけます。

### 振り返りカード

本時の目標は達成できましたか。自己評価(3, 2, 1)してみよう。

3. 本時の目標を達成し、さらに理解を深めることができた。

2. 本時の目標を達成できたが、さらに理解を深めにはいたらなかった。

1. 本時の目標が達成できていない。

※画像は初版のものです。

サンプルは  
こちら! ↓



# Studyaid 数学シリーズラインアップ

令和8年度発行の数学I、数学Aに対応した商品のラインアップについては、検討中です。

商品名	収録内容	問題数 <sup>†1</sup>	No.	税込価格【教育機関向け】		購入方法	Studyaid オンライン	Studyaid (DVD-ROM 版)
				1ライセンス版	構内フリーライセンス版			
中学数学	中学数学 1996~2020 データベース	約 60,500 問	99325	66,000 円 優待価格* <sup>†2</sup> 33,000 円	99,000 円	取扱店様へ	Studyaid オンライン	Studyaid (DVD-ROM 版)
	中学数学 2024 データベース ～日常学習から高校入試へ～	約 3,200 問	99144	15,950 円	29,700 円			
	令和7年改訂版 中学数学 基本問題データベース Light <span style="color: orange;">NEW</span>	約 1,100 問	99319	9,900 円	22,000 円			
	令和7年改訂版 中学数学 問題集データベース 1・2・3 年 <span style="color: orange;">NEW</span>	約 6,800 問	99356	15,950 円	29,700 円			
体系数学	改訂版 体系数学 1 データベース <span style="color: orange;">NEW</span>	約 3,450 問	99781	19,250 円	35,200 円	直接数研出版へ	Studyaid オンライン	Studyaid (DVD-ROM 版)
	改訂版 体系数学 2 データベース <span style="color: orange;">NEW</span>	約 3,200 問	99784	19,250 円	35,200 円			
	新課程 体系数学 3, 4, 5 データベース	約 4,800 問	99787	13,200 円	27,500 円			
受験用	数学入試 1996~2020 データベース	約 32,000 問	99324	66,000 円 優待価格* <sup>†2</sup> 33,000 円	99,000 円	数研出版ホームページへ	Studyaid オンライン	Studyaid (DVD-ROM 版)
	数学入試 2024 データベース	約 2,200 問	99224	11,000 円	25,300 円			
	数学受験編 2025 データベース <span style="color: orange;">NEW</span>	約 10,500 問	99521	11,000 円	25,300 円			
	新課程 チャート式データベース	約 3,700 問	99559	15,950 円	29,700 円			
参考書	新課程 チャート式データベース 数学 I + A 統合版	約 3,800 問	99565	15,950 円	29,700 円	直接数研出版へ	Studyaid オンライン	Studyaid (DVD-ROM 版)
	新課程 チャート式データベース 数学 II + B 統合版	約 4,000 問	99575	15,950 円	29,700 円			
	新課程 チャート式データベース 数学 III + C 統合版	約 10,670 問	99689	15,950 円	29,700 円			
問題集	新課程 問題集データベース 数学 I + A 統合版	約 10,150 問	99589	15,950 円	29,700 円	直接数研出版へ	Studyaid オンライン	Studyaid (DVD-ROM 版)
	新課程 問題集データベース 数学 II + B 統合版	約 8,500 問	99595	15,950 円	29,700 円			
	新課程 問題集データベース 数学 III + C 統合版	約 10,850 問	99133	15,950 円	29,700 円			
	算数・数学基本問題データベース ～小学校・中学校・高校の基本問題～ <span style="color: orange;">NEW</span>	約 510 問	99978	16,500 円	フリーライセンス版の販売はございません。			
大学数学	大学微分積分	約 460 問	99979	16,500 円	フリーライセンス版の販売はございません。	数研出版ホームページへ	Studyaid オンライン	Studyaid (DVD-ROM 版)
	大学線形代数	約 970 問	99980	29,700 円	フリーライセンス版の販売はございません。			
	大学微分積分 + 線形代数							

\*上表にない DVD-ROM 版商品もございます。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。 \* 1 記載されている問題数はオンライン版の問題数です。DVD-ROM 版は問題数が異なることがあります。 \* 2 中学数学 20 年 (1996~2015) データベース (No.99624/DVD-ROM 版) をお持ちの方は「中学数学 1996~2020 データベース (No.99325)」を 1 ライセンス : 税込価格 33,000 円でご購入いただけます。

\* 3 「数学入試 20 年 (1996~2015) データベース (No.99623/DVD-ROM 版)」をお持ちの方は「数学入試 1996~2020 データベース (No.99324)」を 1 ライセンス : 税込価格 33,000 円でご購入いただけます。 \* 4 DVD-ROM 版、オンライン版ともにエクスポートのインストール用ディスクは付属しておりません。ご利用については、弊社ホームページをご覧ください。 <https://www.chart.co.jp/software/sviewer/use/>

## Studyaid オンライン

動作環境		デスクトップアプリ版	ブラウザ版
OS	Windows10, 11 ※各 OS とも日本語版のみに対応。 ※Windows10, 11 の S モードには非対応。	Windows10, 11 iPadOS 16 以降 macOS 13 以降 ChromeOS 最新バージョン	OS Windows : Google Chrome, Microsoft Edge iPadOS, macOS : Safari ChromeOS : Google Chrome
メモリ	4GB 以上	メモリ	4GB 以上
ストレージ	システムドライブに 2GB 以上の空き容量	メモリ	4GB 以上
その他	.NET Framework 4.6.2 以降	メモリ	4GB 以上

※最新の動作環境については、弊社ホームページをご覧ください。

Studyaid オンライン ブラウザ版に問題編集機能（一部）と印刷機能を追加しました！

[https://www.chart.co.jp/stdb/online/function/browser\\_renewal.html](https://www.chart.co.jp/stdb/online/function/browser_renewal.html)

## Studyaid オンライン

### Studyaid オンライン

購入方法	税込価格【教育機関向け】		Studyaid オンライン	Studyaid (DVD-ROM 版)
	標準価格	アップグレード価格		
DVD-ROM 版の販売はございません。	34,100 円	17,050 円		
アッグレード価格はございません。本商品から他商品へのアップグレード価格の適用もございません。	11,000 円			
取扱店様へ	34,100 円	17,050 円		
直接数研出版へ	38,500 円	19,250 円		
	38,500 円	19,250 円		
	31,900 円	13,530 円		
DVD-ROM 版の販売はございません。	23,100 円	11,000 円		
	23,100 円	11,000 円		
	31,900 円	15,950 円		
	31,900 円	15,950 円		
	31,900 円	15,950 円		
	31,900 円	15,950 円		
	31,900 円	15,950 円		
	31,900 円	15,950 円		
	31,900 円	15,950 円		
DVD-ROM 版の販売はございません。	23,100 円			

## Studyaid (DVD-ROM 版)

### アップグレード価格

Studyaid 数学シリーズ商品をお持ちの場合は、標準価格の商品と同一のものをアップグレード価格でご購入いただけます。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。

► <https://www.chart.co.jp/stdb/upgrade/>

※ アップグレード価格でのご注文の際には、お持ちの商品のシリアルナンバーが必要です。

### 動作環境

弊社ホームページをご覧ください。

► <https://www.chart.co.jp/stdb/setting.html>

### ライセンス

Studyaid は 1 台のパソコンにのみインストールし、使用することができます。1 つの商品を同一構内の複数台のパソコンで使用する場合は、商品の他にサイトライセンスが必要です。

ライセンス数	税込価格
1~3本	4,180円×ライセンス数
4本以上 (フリーライセンス)	16,500円

## 誰でも簡単に

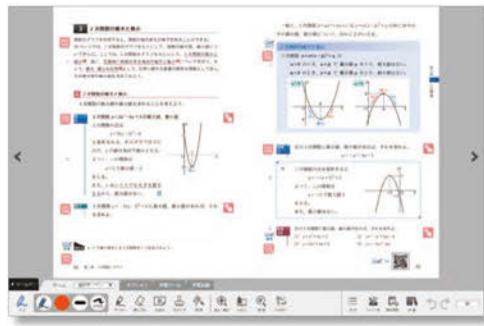
1つのライセンスで、アプリ版(Windows, iPad)と  
ブラウザ版の両方をご利用いただけます。

## 基本機能



ペン、マーカー、消しゴム、ふせん、スタンプ、教具などの基本的な機能は、ツールバーから選択して利用できます。ツールバーの位置は、下部だけでなく左右にも変更できます。

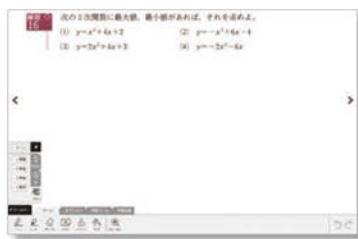
**NEW 詳しくは p.102 へ**



## スライドビュー

紙面を大きく表示することができます。「投影用」と「学習用」の2種類のスライドビューがあります。

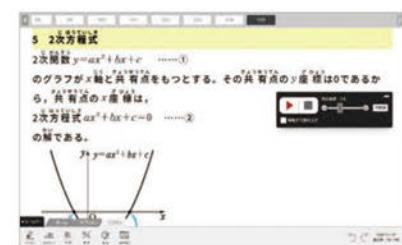
**NEW 詳しくは p.102 へ**



## 特別支援機能

音声読み上げ、配色設定、総ルビ表示、文字サイズ・書体変更などができます。

※一部教材では、特別支援機能はご利用いただけません。

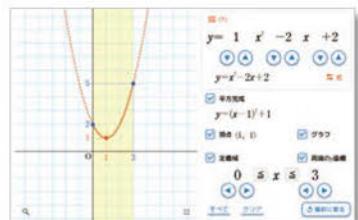


## 深く学べる

授業や自宅学習に役立つデジタルコンテンツや  
内容解説動画を豊富に用意しています。

## デジタルコンテンツ

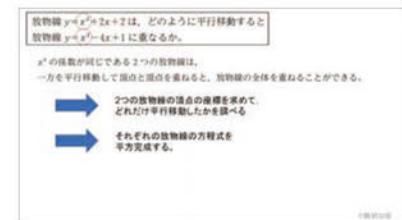
授業や自宅学習で活用できるさまざまなアニメーション・動画コンテンツがあります。



**QR コンテンツについて 詳しくは p.86 へ**

## 内容解説動画

自宅学習での予習・復習をサポートするための解説動画を用意しています。



※利用時はインターネット接続が必要です。

## 授業でも！自宅学習でも！充実の機能で学びを支援

## 充実の機能

エスピュアならではの充実した機能で、  
生徒一人一人の学びを支援します。

## 教材連携

購入済のデジタル教科書／デジタル副教材の間で、  
スムーズな連携ができます。別教材の該当ページ  
や類問などをすぐに表示できます。



## 学習の記録

生徒は、問題を解いて得た気づきを、ノートの写真やコメントと合わせて学習の記録として残すこ  
とができます。



## 宿題管理

先生は、生徒のエスピュアへ宿題を配信するこ  
とができます。宿題の進捗状況や、生徒が提出し  
た宿題の結果・ノートの写真をいつでも確認する  
ことができます。

**NEW 詳しくは p.103 へ**



## 表示制御

先生は、生徒の学習用デジタル教科書・教材／  
デジタル副教材に収録されている「答」「詳解」  
「コンテンツ」について、要素ごとに[見せる／見  
せない]を設定できます。



## 演習モード

問題演習に特化した機能です。条件を指定して問題  
を検索し、学習することができます。間違えた問題  
や苦手な問題を効率的に復習することもできます。



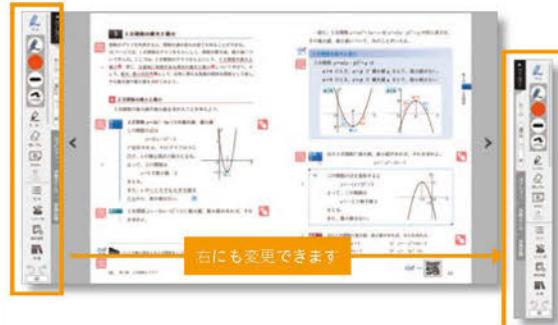
**NEW 詳しくは p.103 へ**



# 【エスピュア】は進化しています！

## 機能向上 基本機能

指 学+ 副



### スムーズな動作

全般的な処理の見直しを行ったことにより、『スライドビューを開く時間』や『コンテンツを開く時間』が短縮されました。

### ツールバーの位置

従来のツールバーは下部に固定されていましたが、位置を左右にも変更できるようになりました。左右に変更することで、これまで以上に紙面を大きく投影できるようになります。

#### ツールバーの位置の変更方法

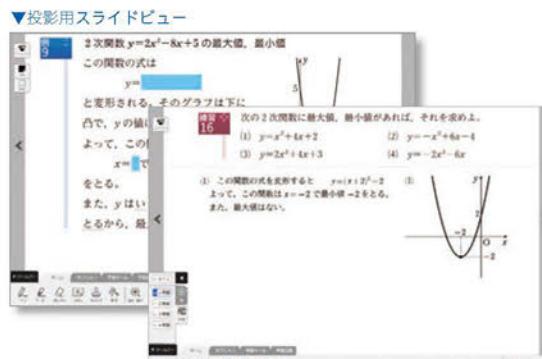
オプションタブ > 設定 > ツールバーの位置



### ツールバーのレイアウト

「目次」「コンテンツ集」「教材連携」「本棚」ボタンは、アクセスしやすいようにツールバーに配置しました。

## 機能向上 スライドビュー



### 投影用スライドビュー

指 学+ 副

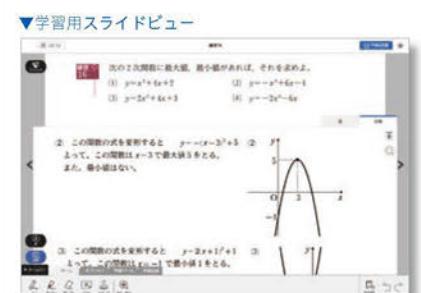
新たに搭載したスライドビューです。紙面を大きく投影することができます。

ふせんをめくりながら段階的に解説したり、小問ごとに答・詳解を表示したりできます。

※2026年3月以降に発売される教材で利用できます。

#### 投影用/学習用スライドビューの変更方法

スライドビュー画面を表示中に  
オプションタブ > 設定 > 表示モード



### 学習用スライドビュー

指 学+ 副

紙面を問題ごとに表示できる、従来のスライドビューです。問題と答・詳解を同時に表示できます。また、「学習の記録」を保存することもできます。

## 機能向上 宿題管理

指 学+ 副

生徒のエスピュアへ宿題を配信することができます。

配信できるデータは、「教材の問題」、「Studyaid®プリント」、「PDF」の3種類です。

生徒が提出した宿題の結果を確認し、コメントを書き込んで返却することもできます。

※生徒が利用しているデジタル教科書・教材／デジタル副教材に収録されている問題です。

### 先生が宿題を配信

→ 生徒が宿題を受信・提出 → 先生が宿題の結果を確認



### グループの共有

校内の先生が共通で利用できる「共有グループ」にも宿題の配信ができるようになりました。これにより、先生どうしで宿題を共有できるようになります。



## 新機能 演習モード

指 学+ 副

### ①検索



### 特長 1

複数の書籍を横断して問題を検索できる点は「演習モード」の特長です。複数の書籍を検索対象として、定期テストの範囲内で『できていない問題』を中心に解き直すことで、万全の状態で定期テストにのぞむことができます。

### 特長 2

難易度別で問題を検索でき、問題の並び替えも可能なため、一人一人の学習状況に合わせた進め方ができます。問題や「学習の記録」、マークを一目で確認し、効率的に日常学習を進めることができます。

### ②問題を確認



### ③徹底的に演習！



※2026年3月以降に発売される教材で利用できます。

体験版はこちら！



【補足：利用期間（教科書使用期間・書籍使用期間）について】

「デジタル教科書／デジタル副教材」は販売終了後、一定の利用期間の後に配信を停止いたします。

配信停止後はオンラインでの利用が不可となりますのでご留意ください。

各商品の利用期間（配信期限）の最新情報は、弊社ホームページ（<https://www.chart.co.jp/software/lineup/expiry/>）をご覧ください。

## 改訂版 デジタル教科書（令和8年度用）／改訂版 デジタル副教材

### 指導者用デジタル教科書（教材）

プリント作成システムが付属しています！データはオンラインでもご利用可能です。

電子黒板などで教科書紙面やコンテンツを拡大して提示する、先生用の教材です。

2026年3月発売予定

教科書収録問題のデータ（+プリント作成機能）を搭載。

商品名	収録書籍	No.	価格(税込)	データサイズ
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学 I	「数学」シリーズ、「NEXT」シリーズ、「高等学校」シリーズ、「新編」シリーズ、「最新」シリーズ、「新高校の数学」シリーズ	54266	未定	未定
指導者用デジタル教科書（教材）改訂版 数学 A	「数学」シリーズ、「NEXT」シリーズ、「高等学校」シリーズ、「新編」シリーズ、「最新」シリーズ、「新高校の数学」シリーズ	54270	未定	未定

■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：校内フリーライセンス ■購入方法：教科書取扱書店様へ ■納品物：アプリ版インストール用DVD-ROM ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制御
○	○※1	○	○	○	○	—※2	—※2

※1「投影用スライドビュー」「学習用スライドビュー」を自由に切り替えてご利用いただけます。

※2「学習者用デジタル教科書・教材」または「指導者用デジタル副教材」ご採用時に利用可能な機能です。

## デジタル版 指導用教科書

2026年3月発売予定

「指導用教科書」の内容をデジタル化したものです。指導用教科書の紙面を、エスピーアにてご利用いただけます。

シリーズ	No.	価格(税込)
数学シリーズ	(数学 I) 54401 (数学 A) 54402	未定
NEXTシリーズ	(数学 I) 54407 (数学 A) 54408	
高等学校シリーズ	(数学 I) 54413 (数学 A) 54414	
新編シリーズ	(数学 I) 54419 (数学 A) 54420	
最新シリーズ	(数学 I) 54425 (数学 A) 54426	

■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：先生1人につき1ライセンス必要 ■購入方法：教科書取扱書店様へ ■納品物：ライセンス証明書 ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制御
○	—	—※	—	—	—	—	—

※教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。

## 学習者用デジタル教科書・教材

2026年3月発売予定

生徒一人一人の端末で使用する、生徒用の教材です。

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)	データサイズ
数学シリーズ	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学 I	4380332D01	未定	未定
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 数学 A	4380337D01		
NEXTシリーズ	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学 I	4380482D01		
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 NEXT 数学 A	4380487D01		
高等学校シリーズ	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学 I	4380362D01		
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 高等学校 数学 A	4380367D01		
新編シリーズ	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学 I	4380392D01		
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新編 数学 A	4380397D01		
最新シリーズ	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学 I	4380422D01		
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 最新 数学 A	4380427D01		
新高校の数学シリーズ	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新高校の数学 I	4380452D01		
	学習者用デジタル教科書・教材 改訂版 新高校の数学 A	4380457D01		

■利用期間：教科書使用期間 ■ライセンス：生徒1人につき1ライセンス必要 ■購入方法：直接数研出版へ ■納品物：ライセンス証明書 ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制御
○	○※1	—※2	○	○	○	○※3	○※3

※1「学習用スライドビュー」のみご利用いただけます。

※2教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。

※3先生は「エスピーア先生用サイト」より設定する必要があります。

## 学習者用デジタル副教材

生徒一人一人または先生用の端末で使用する、デジタル副教材です。

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)		データサイズ
			書籍購入なし	書籍購入あり	
チャート式 基礎からの（青チャート）	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 基礎からの数学 I + A	4310379D01			
チャート式 解法と演習（黄チャート）	学習者用デジタル版 改訂版 チャート式 解法と演習数学 I + A	4310648D01			
4STEP	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4STEP 数学 I + A	4320106D01			
サクシード	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 サクシード 数学 I + A	4320776D01			
CONNECT	学習者用デジタル版 改訂版 NEXT数学シリーズ対応 CONNECT 数学 I + A	4324540D01			
4プロセス	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 4プロセス 数学 I + A	4320276D01			
クリア一	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 クリアー 数学 I + A	4321108D01			
3TRIAL	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3TRIAL 数学 I + A	4320358D01			
3ROUND	学習者用デジタル版 改訂版 教科書傍用 3ROUND 数学 I + A	4360084D01			

■利用期間：書籍使用期間 ■ライセンス：生徒1人につき1ライセンス必要 ■購入方法：直接数研出版へ ■納品物：ライセンス証明書 ■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	演習モード	先生向け機能	
						宿題管理	表示制御
○※1	○※2	—※3	○	○	○	○※4	○※4

※1 特別支援機能は含まれません。※2「学習用スライドビュー」のみご利用いただけます。

※3 書籍のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。

※4 先生は「エスピーア先生用サイト」より設定する必要があります。

(注)学校採用にて書籍をご購入の場合、「書籍購入あり」価格で販売いたします（学習者用デジタル副教材のみ）。

・該当書籍の単科目書籍をご購入の場合でも、「書籍購入あり」価格で販売いたします。

・該当書籍の単科目書籍をご購入の場合でも、「書籍購入あり」価格で販売いたします。

例：改訂版教科書傍用4STEP数学 I + A 改訂版教科書傍用4STEP数学 I + Aを「書籍購入あり」価格で販売いたします。

・問題冊子のみご採用の場合でも「書籍購入あり」価格で販売いたします。

# 指導書 改訂版 数学シリーズ ラインアップ

## 教授資料 (→ p.90 ~ 97)

### ▶ 教授資料の構成 (予定) (本書 p.90 参照)

教授資料本冊	学習評価サポートブック
デジタルコンテンツサポートブック <b>NEW!</b>	指導用教科書
解説動画 (Web 配信)	付属データ (「チャート×ラボ」または DVD-ROM)

### ▶ 教授資料付属データ一覧 (予定) (本書 p.97 参照)

教授資料紙面 <b>NEW!</b>	解答一覧	
授業用スライド	授業用プリント	
アクティブ・ラーニング型授業例	学習評価課題例 <b>NEW!</b>	
単元テスト	教科書紙面	シラバス・観点別評価規準
観点別評価集計ファイル	時間配当表	統計データ (数学 I)

指導用教科書 (別売) (→ p.93)

デジタル版指導用教科書 (→ p.93)

教授資料・指導者用デジタル教科書 (教材) セット

指導者用デジタル教科書 (教材) (→ p.104)

＼指導に役立つ情報や教材データをお届け／

## 先生のための会員制サイト **チャート×ラボ**

### 「チャート×ラボ」で何ができるの?

- ご採用の教材に関連したデータのダウンロードや、数研出版が作成したプリントデータを生徒のタブレットやスマートフォンに配信することができます。
- 指導者用デジタル教科書(教材)、学習者用デジタル副教材の体験版をお試しいただけます。
- 数研出版主催のセミナーにお申込みいただけます。

会員限定の情報もお届けするよ

くわしくはこちら <https://lab.chart.co.jp/>



\*「チャート×ラボ」のご利用は、教育機関関係者（小学校・中学校・高等学校・大学などの学校に勤務されている方、教育委員会・教育センターなど教育関係職員の方）に限定しております。

数研出版コールセンター TEL: 075-231-0162 FAX: 075-256-2936



東京本社 〒101-0052  
東京都千代田区神田小川町 2-3-3

関西本社 〒604-0861  
京都市中京区烏丸通竹屋町上る大倉町 205

関東支社 〒120-0042  
東京都足立区千住龍田町 4-17

支店…札幌・仙台・横浜・名古屋・広島・福岡

本カタログに記載されている会社名、製品名はそれぞれ各社の登録商標または商標です。  
QRコードは株式会社デンソーウエーブの登録商標です。  
本カタログで使用されている商品の写真は出荷時のものと一部異なる場合があります。  
本カタログに掲載されている仕様及び価格等は予告なしに変更することがあります。  
返品に関する特約：商品に欠陥のある場合は除き、お客様のご都合による商品の返品・交換はお受けできません。