

プログラミング教材で回転移動の遷移状態を可視化する

う え よしのり
上 出 吉 則

1. 問題の所在

算数数学教育において、動的な考え方がしばしば登場する。例えば図形の合同を考える場合は平行移動や回転移動や対称移動によって図形の重なりを考える。その場合、図形の移動は前提条件で考えの中に含まれる。

ところが、図形の動きの状況は単純ではなく、動きの中で位置や向きが変化する。つまり、動きの中で対象物が遷移する状況をつかむことが必要になるが、それらを念頭操作だけで把握することには困難が伴う。動的な考え方や場面は数学そのものであり、避けて通ることができない。

しかし、この点については研究が進んでいると呼べる状況にない。その理由として、学校教育においては紙媒体の教科書を主たる教材としていることが考えられる。動的な考え方や動的な場面が扱いにくいのは事実である。

最近、デジタル教科書が登場し改善の兆しが見られるものの、学校現場の ICT 整備は、各市町村や都道府県の財政状況によって異なり、デジタル教科書をすべての学校で利用できる状況にはなっていない。さらに、デジタル教科書は紙の教科書に準拠するため、動的な場面の理解のために思い切った構成ができないのが現状である。

そこで、本稿では、図 1 のような動的な考え方や場面の理解のために、ICT でなければできないような授業の構築を考案する。算数数学教育上の課題に対して、ICT やプログラミング技術を用いることが有効な手段であることを示すのがねらいである。

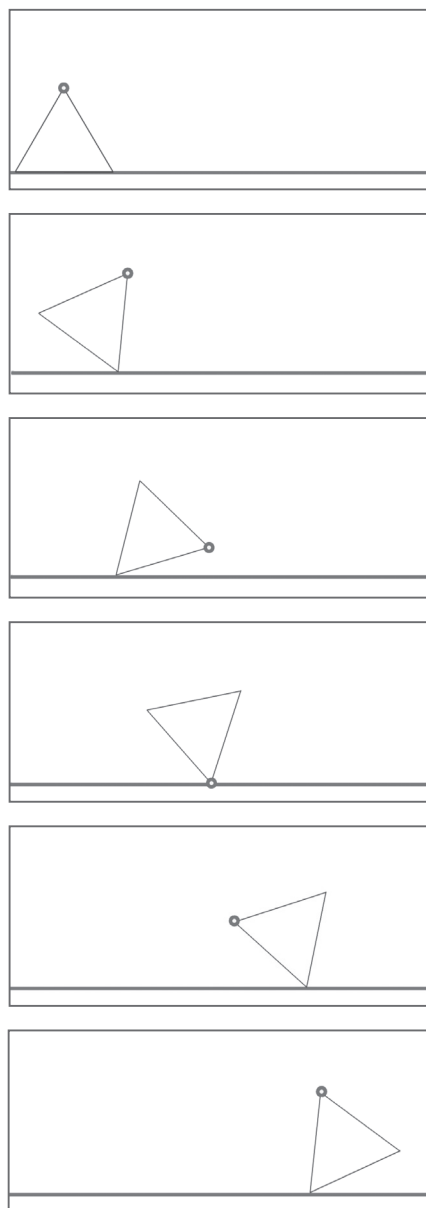


図 1 正三角形の回転移動

2. 教材研究

(1) Scratch とは

Scratch とは、MIT（米国マサチューセッツ工科大学）メディアラボが開発したコンピューター言語の一種である。ビジュアル系言語に分類され、従来のテキスト型言語よりも視覚的にわかりやすく、初心者でも抵抗なくプログラミングが可能なのが特徴である。筆者は Scratch を用いて算数や数学向けに創作プログラミング教材を作成した。

(2) 正三角形の頂点の軌跡を求める教材

図2のように、正三角形が平面上を回転移動するときの、特定の頂点の軌跡を考える問題を扱うこととした。コンパスや定規等を用いた操作活動を主体とした既存の方法で授業をおこなう。従来の方法では、正三角形が遷移する状況を念頭操作だけで把握する必要があり、理解に困難を伴う状況となっていた。

(3) Scratch を用いた創作プログラミング教材

そこで、通常の授業法に加えて、動的な表現が可能な Scratch 創作プログラミング教材を演示する。その「アニメーション」では正三角形の動きの初期状態から最終状態への遷移状況が可視化される。

図3は、プログラミング教材の連続スクリーンショットである。画面の左側から右方向に正三角形が回転するときの動きについてプログラミング技術を駆使して「アニメーション」で表現している。その遷移状況の「アニメーション」から、回転の中心の位置・半径の大きさ・回転角の大きさの3つの要素を生徒が発見し、回転移動の本質を見出すことが可能となる。

なお、中学校学習指導要領解説数学編での回転移動とは、「図形をある点を回転の中心として一定の角だけ回転する移動である。この移動は、回転の中心の位置及び回転角の大きさと回転の向きによって決まる。」となっている。

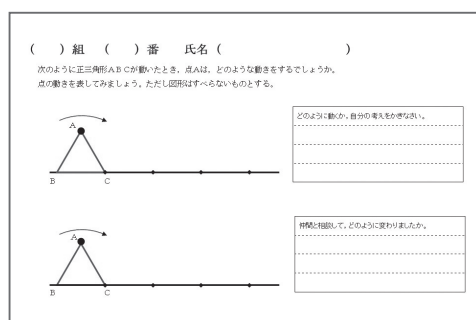


図2 正三角形の回転移動のワークシート

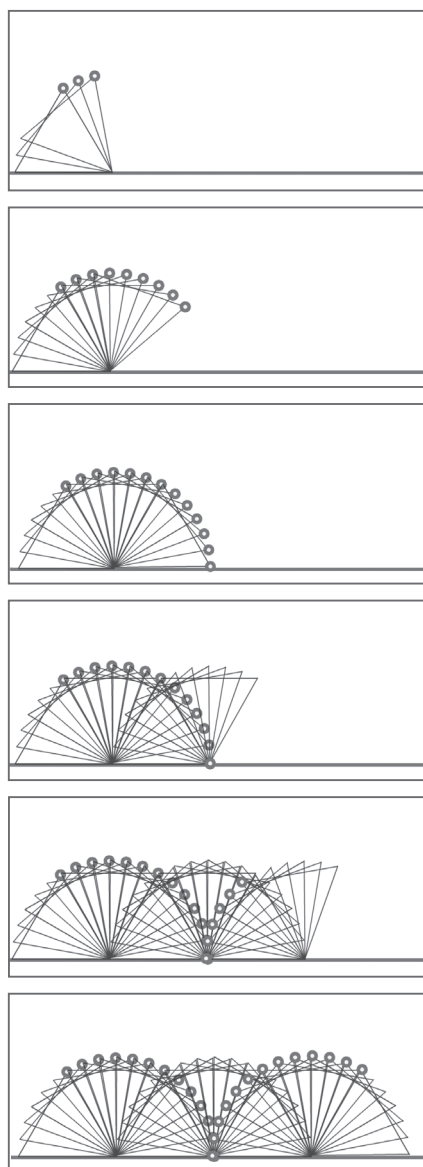


図3 連続スクリーンショット

3. 授業実践例

平成 29 年度に公立中学校で、前述の Scratch 創作プログラミング教材を用いて実践授業をおこなった。まず、通常の方法でコンパスと定規を用いた作図活動をさせたところ、時間の経過とともに、正答と誤答が入り混じる授業展開となった。その状況で、Scratch 創作プログラミング教材を用いて「アニメーション」による支援をおこなった。その後、グループ活動で回転移動の本質の議論を深める流れである。

授業の総括では、回転移動の軌跡を初期状態から最終状態への遷移状況を可視化することで、コンパスと定規を用いた作図活動の結果を確かめ、学習内容の定着と深化を図った。また、質問紙による自由記述回答として「半径と中心と頂点が大切。」「回転の中心が変わる。」「回転の角度が変わる。」「頭の中でしか考えられないことが映像でわかった。」などの意見が出され、従来の学習方法に比べ、回転移動のより深い学びにつながっていることが示された。

なお、実践授業の効果を検証するため、Scratch 創作プログラミング教材を使用したクラスと使用しなかったクラスでの授業理解度の自己評価の結果を F-検定および t-検定を用いた統計的手法で解析した。その結果、2つのクラスで授業理解度の自己評価に有意差が認められ、Scratch 創作プログラミング教材を数学の授業で用いる効果が認められた*。

さらに「プログラミングをしてみたいとおもった。」「とても素晴らしい。僕もやってみたい。」といった、プログラミングへの興味関心を示す生徒の意見も見られた。

4. まとめ

Scratch を用いた創作プログラミング教材は「アニメーション」のような動的表現を含む数学教材作成の自由度が高い点が挙げられる。ICT 教材の長所として、「動的な場面で、動きの初期状態から最終状態への遷移状況が可視化され思考が深まる教材。」と筆者は考えている。

実践授業の結果、従来のアナログ教材での授業方法に比べ、Scratch 創作プログラミング教材を使用した場合は、回転移動の見方や考え方についての分析的思考が可能となり、より深い学びにつながっていることが示された。また、その学びの過程で、数学の授業に対する情意的側面の改善も見られた。

一方、算数数学の教材という視点から見た場合、Scratch 創作プログラミング教材は従来の指導者から生徒への「一方通行型」の教材ではなく、開発段階で生徒も参加できる「双方向型」の教材であり、軌道修正も可能な「フィードバック型」の教材であるとも言える。この点が従来の「ビデオ教材」とは一線を画していると言える。

参考・引用文献

* 上出吉則, 辰己丈夫, 村上祐子『プログラミングの算数数学教育での効果と検証ー生徒の創作した Scratch プログラム教材を授業で活かすー』情報処理学会, コンピューターと教育学会 SSS2017(2017)

主体的・対話的な学びを通して

深い学びを実現するための授業展開の工夫

いしぐろ ゆういち
石黒 友一

1. はじめに

平成 29 年度改訂の中学校学習指導要領において、その基本方針の 1 つに「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の推進が挙げられており、中学校数学科学習指導要領解説においても、その実現に向けて数学的な見方・考え方を働かせることの重要性が述べられている。

本稿では、中学校第 1 学年正負の数「累乗」の学習に焦点をあて、「 2^0 はいくつなのだろうか？」という課題を取り上げ、生徒が数学的な見方・考え方を働かせながら対話的な学びを行い、深い学びへとつなげていく授業展開の在り方について提案したい。

2. 授業展開について

本時の授業は、累乗の学習を一通り終えた後の発展的な課題として、先に述べた、 2^0 について考える課題を扱う。

実際の授業では、まず、これまでの累乗の学習を振り返り、累乗 a^n の底は正の数、負の数、小数、分数をとることができたこと、また、 $(-3)^2$ や -3^2 などのように、かつこの有無によって計算方法がどのように異なっていたのかを確認した。その後、「累乗の指数については、これまでは正の数を扱ってきたが、正の数以外、例えば 2^0 はいくつになるのだろうか？」と生徒に問うた。この課題について、まずは白紙の用紙を生徒に一枚ずつ配付し、 2^0 はいくつになるのか、また、なぜそのように考えたのか、その理由について個人で考えさせ自分の考えを記述させた。

<u>課題</u> 2^0 を計算すると？ 0 ⇒ ① もともと 2 を 1 度もかけないのだから、0 になると思う。 1 ⇒ ② $2^1 = 2 \Rightarrow 2$ $2^2 = 2 \times 2 \Rightarrow 4$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow 8$ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow 16$ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow 32$ どんどん 2 でわられているから、2^0 は、$2 \div 2 = 1$ になると思う。	「私の考え」 A. 1 (理由) $2^0 \quad 2^1 \quad 2^2 \quad 2^3 \quad 2^4 \quad 2^5 \quad 2^6 \quad 2^7$ $\frac{1}{2} \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16 \quad 32 \quad 64 \quad 128$ $\div 2 \quad \div 2 \quad \div 2 \quad \div 2 \quad \div 2 \quad \div 2 \quad \div 2$ この表を参考にすると $x = 2^0$ は $2 \div 2 = 1$ になる。 また、 2^1 も 2 が 1 回かけられているだけでは $\times 2$ となり 2 とは別のものである。累乗は全部 $\times 1$ が入っていると思う。そう考えると $2^1 = 2 \times 1 = 2$ になる。したがって 2^0 は 1 に何もかけないから 1 になると思う。
--	---

生徒の記述

次に、 2^0 がいくつになったか、その結果を全体場で生徒に聞いていくと、0 と答えた生徒、1 と答えた生徒、2 と答えた生徒がそれぞれおり、その中でも 0 と答えた生徒がクラス全体の約半数いた。また、定義できないと考えた生徒も少数いた。そこで、そのように計算できる理由を発表させ、それぞれの考えをつないでいくことを通して、課題の核心に迫っていった。(以下にそのときのプロトコルの一部を示す。)

T : 他の考えの人はいますか？はい、S1 さん。

S1 : 0 だと思います。指数が表すのは、その数は何乗したかを表しているから 0 です。

T : S2 さんはどう？

S2 : 0 です。0 回かけるので何も残らないからです。

T : S3 さんはどう？

S3 : 0 です。 2^2 は 2×2 、 2^1 は 2 じゃないですか。だから、 2^0 は何もないから、0 だと思います。

T : S4 さんはどうですか？

S4 : 2^3 から考えると、 2^2 は 2^3 から指数が 1 減るごとに $\div 2$ されているから、 2^2 から 2^1 、 2^1 から 2^0 へも $\div 2$ されるので、法則にならって 1 だと思います。

(※多くの生徒が納得の表情を見せる。)

T : 反論のある人はいますか？S5 さん。

S5 : 法則っていうことは最後の数までそうなるってことだから、1 になるとは限らない。

S6 : $\div 2$ の法則をやれば、 2^0 は 1 になるはず。

T : 他に考えはありますか？S7 さん。

S7 : (指数が)1 ずれたら $\div 2$ って言っていたじゃないですか。ということは 2^{-1} の場合、それも $\div 2$ になるんですか？

S8 : 私は 1 か 0 か迷って 1 にしました。 2^0 に $\times 2$ をしたら 2 です。だから、そこに 1 が隠れているというか、だから、(2^1 から 2^0 では) 1×2 から 2 が消えるので 1 になるのではないかと思います。

S9 : 私も S8 さんと同じ 1 なんですけど、私も 1 が隠れていると思います。

授業のプロトコル (一部抜粋)

2^0 を 0 になると考えた生徒の理由を見てみると、「2 を 0 回かけるから 2^0 は 0 になる」とその理由を記述した生徒がほとんどであった。実際の授業においても、そのような理由をもとに 2^0 は 0 になるという考えを発表する生徒が多かった。しかし、生徒 S4 の発言により 2^0 を 2^3 、 2^2 、……と帰納的に考察する視点、また、生徒 S8、S9 の発言により式の中に「 $1 \times$ 」を加えて演繹的に考察する視点が新たにクラス全体で共有されたことにより、生徒は 2^0 が 1 となることを納得したようであった。このように課題に対してまず個人で考えさせ、それぞれ違う考えを伝えあい議論を重ねていく授業の展開によって、生徒の間に数学的な見方・考え方を働かせ、

学習指導要領が示す「事象を数学的な表現を用いて論理的に説明したり，よりよい考えや事柄の本質について話し合い，よりよい考えに高めたり事柄の本質を明らかにしたりするなど」の対話的な学びが実現され，この対話的な学びが深い学びへとつながっていったのではないかと考える。

また，本校では記録ノートというものがあり，生徒が交代で授業の記録を毎時間取ることとなっている。その記録ノートの感想では，担当生徒が本授業で扱った $2^0=1$ となる分かりやすい説明として，次の図のように，紙を折るときの回数と折り目によって分けられた空間の数に着目して考えることを調べてきた。この考えも次の授業で紹介し，授業中には出てこなかった新たな考え方を共有することもできた。

$2^0=1$ の分かりやすい説明

$2^0 = 2$ ← 紙を折る回数

折り目によって分けられた空間の数

α) $2^1 \rightarrow$ 1回折るので
空間は2つ

1

1

→ 2

$2^2 \rightarrow$ 2回折るので
空間は4つ

1

1

1

1

→ 4

$2^3 \rightarrow$ 3回折るので
空間は8つ

1

1

1

1

1

1

1

1

→ 8

ということは 2^0 は……

$2^0 \rightarrow$ 0回(つまり折らない)
空間は1つ

1

→ 1

a^m とすると

a^m とは，1に a を m 回掛けたもの

↳ 2 の 0 乗とは，1に 2 を 0 回掛けたもの

また

一乗について

x が負の整数 n のとき， $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

α)

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

生徒の記録ノートの記述

さらに，S5の発言「法則っていうことは最後の数までそうなるってことだから，1になるとは限らない。」は，帰納的な考え方だけではなく演繹的に考えていくことの必要性に迫るものであり，S7の発言「(指数が)1ずれたら $\div 2$ って言っていたじゃないですか。ということは， 2^{-1} の場合，それも $\div 2$ になるんですか？」は，「累乗の指数が負の数だったら？」という新たな発展的な問いであり，これらの発言や問いが生徒の中から生まれたことはとても価値のあることである。このような生徒の発言や問いに価値づけを行なっていくことを通して，生徒の主体的な学びや数学教育における統合的・発展的な考え方の視点も生徒に育んでいくことが大切であると考ええる。

参考・引用文献

中学校学習指導要領(平成29年告示)解説 数学編

藤原大樹(2018)『「単元を貫く数学的活動」でつくる中学校数学の新授業プラン』，明治図書

(筑波大学附属中学校)

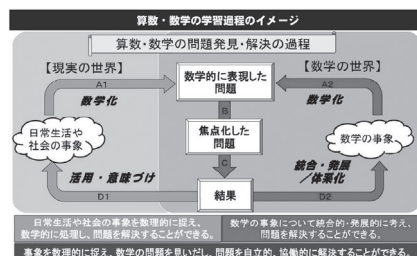
批判的思考と作図指導

～算数・数学の学習過程のイメージ図を意識して～

なかがわ たかゆき
中川 貴之

1. はじめに

作図指導はついつい知識の切り売り型の授業になってしまう单元である。作図の方法を教えて、いくつかの練習問題を解いて終了。このような悪循環に陥っている先生方は多いのではないだろうか。今回の学習指導要領改訂は、この悪循環を断ち切るための大きなチャンスでもある。そこで、新学習指導要領にある“算数・数学の学習過程のイメージ図”と“批判的思考”を活用した授業実践を紹介する。



中学校学習指導要領
(平成 29 年告示)
解説 数学編 p.23 より

2. 批判的思考 (クリティカル・シンキング) について

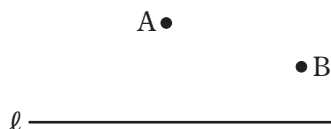
新学習指導要領解説数学編には【批判的に考察】という語句が 40 回以上も登場している。批判的思考を発動する場面は主に“データの活用”である。確かに、統計分野では批判的思考を発動しやすいため、【批判的に考察】することの導入段階としては適している。では、批判的思考は新しい思考方法なのか。答えは否。従来の教育にも使われてきた。実際、批判的思考とは意識せずに「なぜ?」「本当に?」「もし～なら」などの手法を使い数学を教えてきた事実がある。S.I. ブラウンと M.I. ワルターによって提唱された what if not の手法もその 1 つと言える。本稿では批判的思考を「自分の思い込みを批判する思考」、what if not の手法を「もし～でなければ」という問題設定の方法として、まとめて【批判的に考察】という意味で使用する。

3. 授業実践例

(1) 従来の作図指導 (垂直二等分線について)

- ① 垂直二等分線の作図方法を教える。
- ② 基本的な問題に取り組む。
- ③ 発展的な問題に取り組む。

<発展問題 1> 右の図のように、直線 ℓ と 2 点 A, B
が与えられたとき、 ℓ 上にあって、A, B からの距離
が等しい点 P を作図によって求めなさい。



③の発展的な問題を解き終えたら、また新たな問題を提示。生徒は問題間の繋がりをほとんど意識することなく機械的に解いていくという授業である。

(2) 新学習指導要領を意識した授業

従来の作図指導の中の③について重点的に述べる。

<発展問題 1>を解き終えた後、次のように生徒に問う。

T:「みんなは点 A, B は固定されたものと思っていない？」

その思い込みを捨てるのです。もし点 A, B の位置を動かすことができれば…。(上の図を板書)

T:「点 A, B の位置を自由に変えて問題を作って解いてごらん。」

できた人からノートを持ってこさせて○付けをした。点 A, B を動かせばいいだけなので生徒は迷わずに活動できる。たったこれだけの活動でも、生徒は自ら問題を発展させて、自ら解いていることになる。教師から問題を与えられて解くだけの従来の作図指導とは大きな違いである。点 A, B を動かすと当然、次のような問題を作り出す生徒が出てくる。

このように面白い問題は全体に紹介する。

どの生徒も《生徒①問題》は、直線 ℓ を延長することで容易に解くことができた。

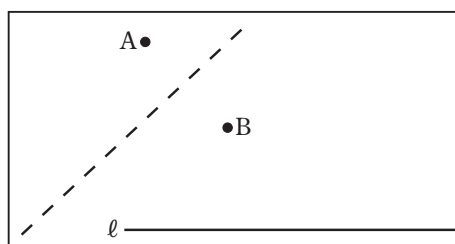
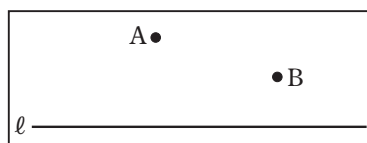
T:「なぜ ℓ は延長してもいいのですか？」

隣の人に言ってごらん。」

S:「 ℓ は直線だからどこまでものびるから。」

what if not の手法により「直線」が「線分」

「半直線」ならばと更に問題を発展させることはできるが、ここでは深入りしなかった。



《生徒①問題》

生徒②は直線 ℓ と点 A, B の垂直二等分線が“平行”になるようにしたそうだ。

この場合、「交点 P はない」が答えになる。

ひと通り作図を終えた後、批判的思考を発動する。

T:「この問題、本当に平行になるかな？」

《生徒②問題》の点 A, B に細かい設定はされて

いない。実際に作図をしてみると、何となく平行に見えるだけ。

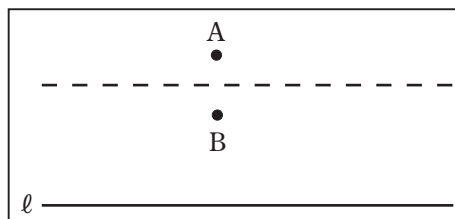
そこで、問題設定を正確にさせた。

T:「《生徒②問題》に、どのような条件を付け加えたら“平行”になりますか？」

S1:「2 点 A, B が一直線上にある。」 S2:「2 点 A, B が垂直になっている。」

T:「何に対して垂直なの？」

このようなやり取りを通して、次のような問題が完成。



《生徒②問題》

<問題>右上の図のように、直線 ℓ と 2 点 A, B が与えられたとき、 ℓ 上であって、A, B からの距離が等しい点 P を作図によって求めなさい。ただし、2 点 A, B は直線 ℓ と垂直に交わる直線上にあるとする。

* 下線部分が追加した条件

このままでは終わらない。更に、what if not の手法を使って問題を発展させていく。

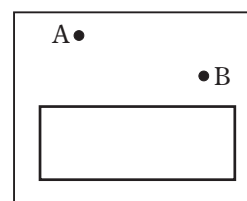
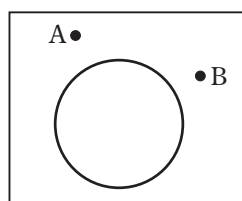
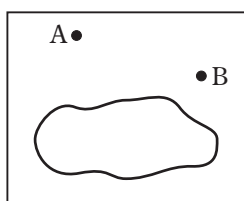
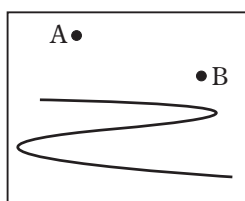
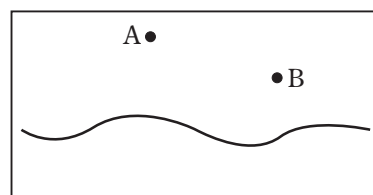
T:「点 A, B の位置は変化させましたね。視点を変えましょう。『もし～でなければ』です。点 A, B 以外にどこを変化させますか？」

S:「直線 l です。」 T:「もし直線でなければ？」

S:「曲線。」(右の図を板書)

T:「このように, どんどん変化させてください。」

生徒が作った問題は次の通りである。(一部のみ紹介)



通常なら交点 P は 1 つである。しかし, 生徒の作った問題では交点が複数個でてくる。このような自由な発想を全て認めて, お互いの作った問題を解きあった。

数学を得意としない男子生徒 M が次のような問題を作っていた。

T:「この曲線は一体なに？」 S:「うどんです !!!」

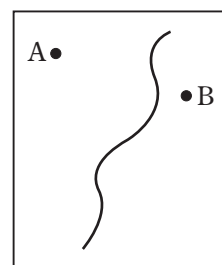
この“うどん問題”を全員で解いた。

実際に作図をしてみると…。「交点 P はない」となる。

数学を得意としない生徒 M の作った問題は「交点 P はない」という

特殊な答えとなる。この特殊な答えとなる問題を学級全体で共有で

きたことには大きな価値がある。なぜなら, このような問題は従来の作図指導では出てこない発想だからだ。私自身, 生徒にこのような問題を与えたことはなかった。「作図をしても答えが出てこない場合もある」ということを生徒は学ぶことができた。



授業の最後に, 交点の数別に表にまとめるなどの作業をさせてもよい。

4. おわりに

「あるものを別なものに改良するとき, 初めてそれを深く理解しはじめるものである。」
「いかにして問題をつくるか 問題設定の技術」S.I. ブラウン / M.I. ワルター著 p.19 9～10 行目
「算数・数学の学習過程のイメージ図」を意識して行った作図指導。批判的思考と what if not の手法を用いれば, 教師が与えた問題を解いて終わりではなく, 生徒自身が問題を変化・発展させていくことが可能になる。

参考・引用文献

文部科学省 (2017) 「中学校学習指導要領解説 数学編」

S.I. ブラウン他 (1990) 「いかにして問題をつくるか 問題設定の技術」 東洋館出版社

(高知県の町立伊野中学校)

正五角形になるための条件

きたじま
北島 かおる

1. きっかけ

事実 A：紙テープを結ぶと、正五角形ができる（図 1）。

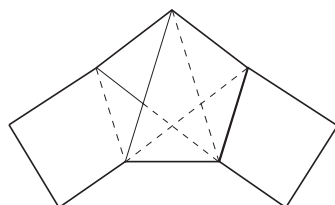


図 1

この事実は、中学校で学ぶ平行線の性質や三角形の合同、円周角の定理などを用いて何通りかの方法で証明できる。また、紙テープを数学的にどう表現するかといった問題は、「日常の事象」を「数学的に表現・処理し、問題を解決」する（「」内は中学校学習指導要領（平成 29 年告示）より）活動の素材としてもおもしろい。事実 A については、文献 [2] が詳しい。

さて、実際にこのことを授業で扱う際、まず確認すべきことは、何を言えれば正五角形であると示したことになるか、ということである。実際、生徒に問うてみると、「5 本の辺がすべて等しい」あるいは「5 つの角がすべて等しい」という答えがよく返ってくる。

そこで、本稿では、

課題：「凸五角形の m 本の辺と n 個の角がそれぞれ等しいことがわかれば、5 本の辺すべてが等しく 5 つの角すべてが等しいといえる」としたとき、できるだけ小さい m と n をみつける。

について考える。以下、凸五角形を「五角形」と表記する。

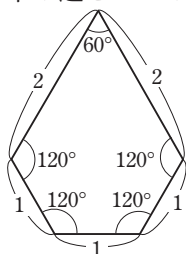
2. 正五角形になるための条件

結論から述べると、以下のうち 1 つを満たす五角形は正五角形である。

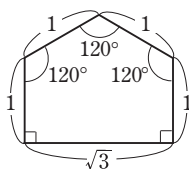
- (1) 3 本の辺と 5 つの角がそれぞれ等しい。
- (2) 4 本の辺と 4 つの角がそれぞれ等しい。
- (3) 5 本の辺と 3 つの角がそれぞれ等しい。

まず、これより少ない条件では、正五角形にならない例を示そう。（図 2）

〔3 本の辺と 4 つの角〕



〔4 本の辺と 3 つの角〕



〔5 本の辺と 2 つの角〕

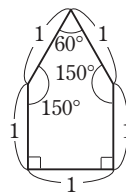


図 2

3. 証明のアウトライン

補題 1：円に内接している五角形について、5本の辺がすべて等しければ、正五角形である。

これは、五角形の5つの頂点を A, B, C, D, E とし、外接円の中心を O とおけば、O を頂角とする 5 つの二等辺三角形が三辺相等によりすべて合同であることから導ける。(図 3)

補題 2：円に内接している五角形について、5つの角がすべて等しければ、正五角形である。

図 4 で、 $\angle ABC = \angle BAE$ 、円周角の定理より $\angle ACB = \angle BEA$ 、AB 共通より、 $\triangle ABC \equiv \triangle BAE$ を示せる。よって、 $BC = AE$ 。同様にしてすべての辺が等しいことがいえる。

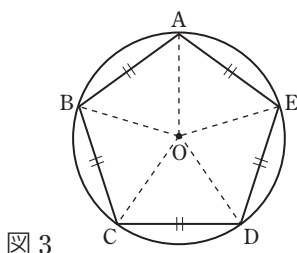


図 3

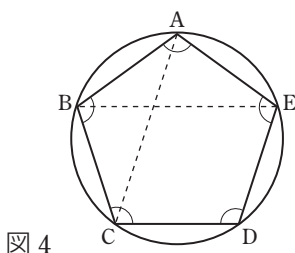


図 4

(1) 3本の辺と5つの角がそれぞれ等しい五角形は、正五角形である。

(ア) 等しい3本の辺が連続している場合 (図 5)

$\triangle ABE \equiv \triangle BAC$ より $BE = AC$ 。これと $BC = AE$ 、CE 共通より、 $\triangle BCE \equiv \triangle AEC$ 。

よって $\angle BCE = \angle AEC$ 。よって、 $\angle DCE = \angle DEC$ がいえるから、 $\triangle DCE$ は二等辺三角形である。頂角が等しいから、 $\triangle DCE \sim \triangle ABE$ …… ①。 $\angle DCE = \angle ABE$ になるから、 $\angle ECB = \angle EBC$ 。よって、 $\triangle EBC$ は二等辺三角形だから、 $EB = EC$ …… ②。

①、②より、 $\triangle DCE \equiv \triangle ABE$ となるから、すべての辺が等しいことがいえる。

(イ) 等しい辺のうち、連続していないものがある場合 (図 6)

$\triangle ABE$ は二等辺三角形であるから、 $\angle ABE = \angle AEB$ 、よって $\angle CBE = \angle DEB$ 。これと $\angle C = \angle D$ より、向かい合った内角の和は 180° になるから、四角形 BCDE は円に内接する。また、BC 共通、 $\angle ABC = \angle DCB$ 、 $AB = DC$ より $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ 。

よって、 $\angle BAC = \angle CDB$ であるから、円周角の定理の逆より 4 点 A, B, C, D は同一円周上にある。5 つの頂点は同一円周上にあるから、補題 2 より正五角形といえる。

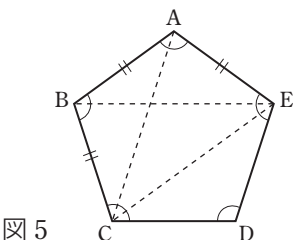


図 5

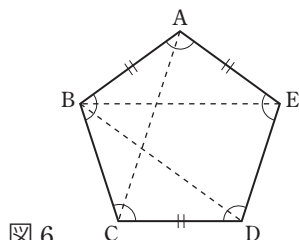


図 6

(2) 4本の辺と4つの角がそれぞれ等しい五角形は、正五角形である。

(ア) 等しいという情報のない角が長さの等しい辺にはさまれている場合 (図 7)

$\triangle ABE \equiv \triangle BAC$ より、 $\angle AEB = \angle BCA$ 。円周角の定理の逆より、4 点 A, B, C, E は同一円周上にある。また、 $\triangle BCD \equiv \triangle EDC$ より、 $\angle CBD = \angle DEC$ 。4 点 B, C, D, E は同一円周上にある。よって、5 つの頂点は同一円周上にある。

円周角の定理より、 $\angle BAC = \angle BDC$ 。これを使って $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ がいえるから、 $AB = DC$ 。5本の辺が等しいから、補題1より正五角形。

(イ) 等しいという情報のない角と等しいという情報がない辺が接している場合 (図8)

$\triangle ABC \equiv \triangle AED$ より $\angle BCA = \angle EDA$ …… ①, $AC = AD$ 。

よって、 $\triangle ACD$ は二等辺三角形だから $\angle ACD = \angle ADC$ …… ②。

①, ②より、 $\angle EDC = \angle EDA + \angle ADC = \angle BCA + \angle ACD = \angle BCD$ 。

よって、5つの角が等しい。(1)より、正五角形になる。

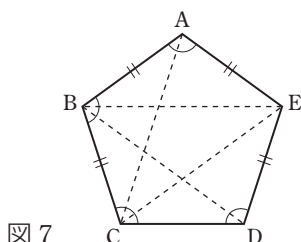


図7

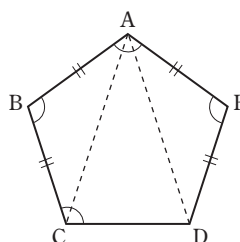


図8

(3) 5本の辺と3つの角がそれぞれ等しい五角形は、正五角形である。

(ア) 等しい3つの角が連続している場合 (図9)

$\triangle ABC \equiv \triangle BAE$, よって $\angle BCA = \angle AEB$ 。円周角の定理の逆より4点A, B, C, Eは同一円周上にある。また、 $\triangle ABE \equiv \triangle EDA$ より、 $\angle ABE = \angle EDA$, よって4点A, B, D, Eは同一円周上にある。補題1より、正五角形であることが示される。

(イ) 等しい角のうち、連続していないものがある場合 (図10)

$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ より、 $BE = CE$ …… ①, $\angle ABE = \angle DCE$ …… ②。

①より、 $\triangle EBC$ は二等辺三角形であるから、 $\angle EBC = \angle ECB$ …… ③。

②, ③より、 $\angle DCB = \angle DCE + \angle ECB = \angle ABE + \angle EBC = \angle ABC$ 。

同様に、 $\angle DEA = \angle BAE$ 。よって、5つの角がすべて等しい。これは正五角形である。

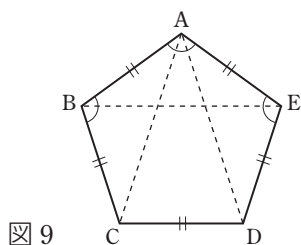


図9

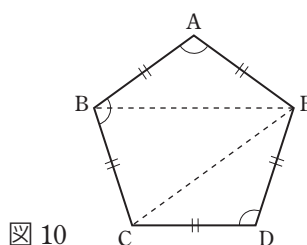


図10

4. 授業での活用

図2のように、少ない条件では成り立たない例を考えさせるところから始めるとよい。手を動かして、具体的に考える過程で対話や発見が生まれ、アクティブな授業になる。時間が許せば、グループごとに手分けをして各パターンを証明させるのもよいであろう。

引用・参考文献

[1] 文部科学省 『中学校学習指導要領 (平成29年告示)』

[2] 坂口果一 (1982) 『紙テープを結んで出来る多角形について』 奈良教育大学教育研究所紀要

(ノートルダム女学院中学校)

Studyaid D.B. 徹底活用術

授業に役立つ新しいツールのご紹介

Studyaid D.B. で新しいツールを使ってみよう！

新課程では、多くの教科書に QR コードが掲載される見込みで、これまでよりさらに ICT の活用にも目を向けていく必要があります。学習指導要領解説にも、指導の具体例をまじえていろいろな内容が記述されています。

そこで、Studyaid D.B. のプレゼンテーションシステムに、授業に役立つ 3 種類のツールを追加いたしました。

今秋発売の『中学数学 2019 データベース』でこれらの新しいツールをお使いいただけますので、ぜひご活用ください。

また、システムアップデート (Ver18.38 以降) を行うことで、以下の商品でもお使いいただけるようになります。

- ・指導者用デジタル教科書 改訂版 中学校数学 1 / 2 / 3
- ・中学数学 2017 / 2018 データベース
- ・中学数学 基本問題データベース Light



システムアップデートについて

数研出版ウェブサイトより、最新のアップデート版システムをダウンロードし、アップデートを適用してください。



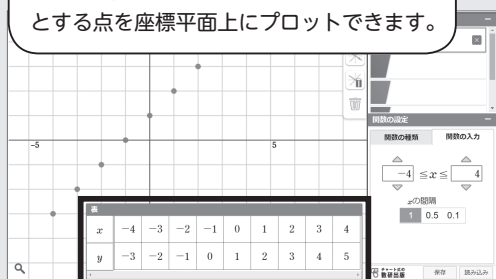
<https://www.chart.co.jp/stdb/download/>

ツール ①

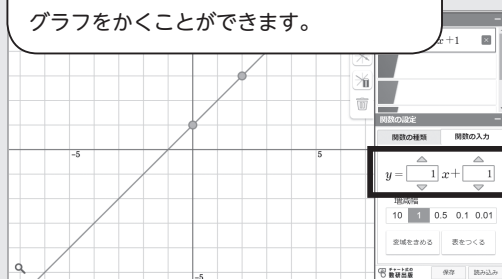
関数ツール

グラフの x の値を細かくとって、その形状をより正確に表示したり、条件設定を状況に応じて変えることで、グラフの変化の様子を考察したりすることができる。

表に x , y の値を入力し、その値の組を座標とする点を座標平面上にプロットできます。



式の形を選び、定数部分を設定することでグラフをかくことができます。

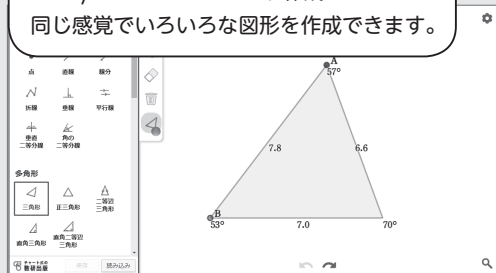


ツール ②

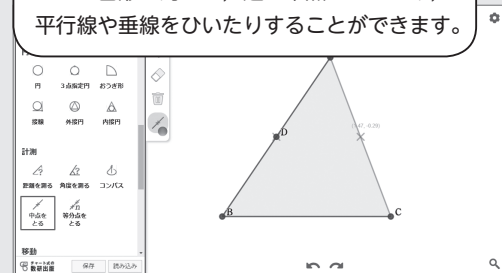
図形ツール

ディスプレイ上でいろいろな形に変形することにより、その中に含まれる図形の性質を見つけ、問題を設定することができる。

Studyaid D.B. のプリント作成システムと同じ感覚でいろいろな図形を作成できます。



かいた図形に対して、辺の中点をとったり、平行線や垂線をひいたりすることができます。

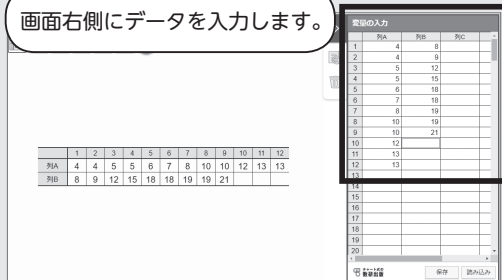


ツール ③

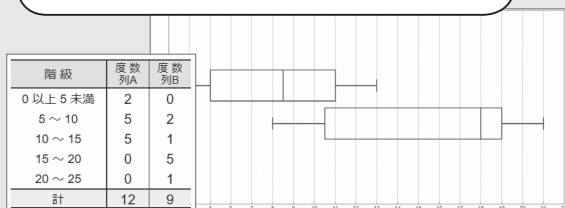
統計ツール

コンピューターなどを利用して作業の効率化を図り、処理した結果を基にデータの傾向を読みとったり、考察したりすることに重点を置いて指導をすることができる。

画面右側にデータを入力します。

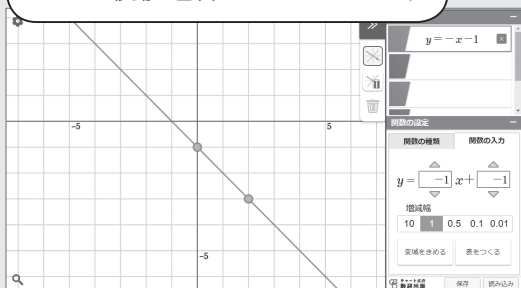


入力したデータから、度数分布表、ヒストグラム、箱ひげ図などがつくれます。

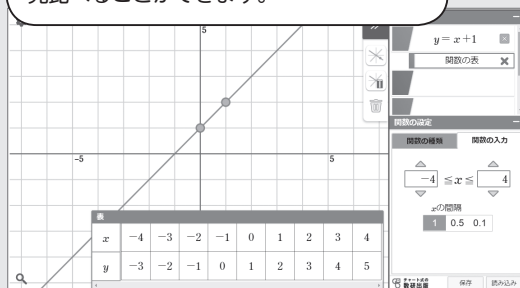


ここがポイント！

定数部分を変えるだけでなく、グラフをつかんで移動・回転させることもできます。

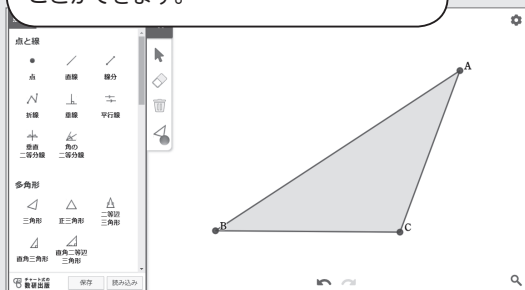


関数の表を表示すると、表・式・グラフを見比べることができます。

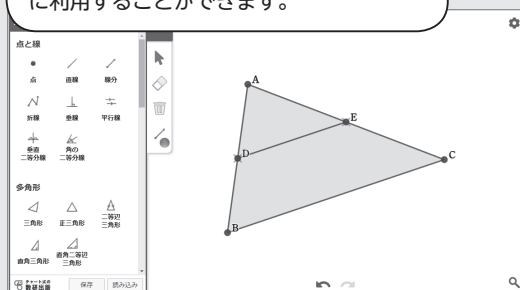


ここがポイント！

かいた図形は、頂点をつまんで変形させることができます。

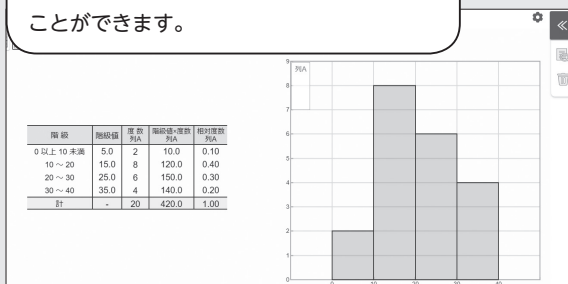


図形を変形させても、かいたときの条件を保ちます。新たな図形の性質を見出す活動に利用することができます。

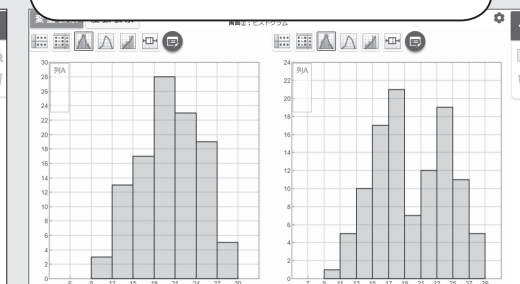


ここがポイント！

画面を縦横に分割することができます。度数分布表とヒストグラムを並べて表示することができます。



階級のとり方を変えた度数分布表やヒストグラムに、簡単に作り直すことができます。



「主体的・対話的で深い学び」に繋がる授業プリント例集

「主体的・対話的で深い学び」の実現を目指した授業をサポートするためのプリントをご用意しております。プリントは、

- ① 小課題とワークシートがセットになった「課題プリント」
- ② 課題プリントに解答例や指導用の情報を加えた「指導者用解説プリント」
- ③ 生徒の反応例や先生の支援例を含めた授業の展開例を対話形式で示した「授業例プリント」

の3種類で構成されています。これらは、数研出版ウェブサイトからダウンロードすることができます。(Studyaid D.B. 形式、PDF)

□ 授業プリントのダウンロード手順

<https://www.chart.co.jp/stdb/20th/jp>

[数研出版ウェブサイト トップページ] → ① [中学校の先生へ]

→ ② [画面左のバナー「授業プリント例集はこちら」]

① 中学校の先生へ



② 画面左のバナー

「授業プリント例集はこちら」



下記の Studyaid D.B. 商品にも、同じ内容のプリントが収録されています。
※一部の商品には、データアップデートを適用することでプリントが追加されます。

- ◎ 指導者用デジタル教科書 改訂版 中学校数学 1 / 2 / 3
- ◎ 中学数学 2017 / 2018 / 2019 データベース
- ◎ 中学数学 基本問題データベース Light