準備　集合

1　集合

集合の表し方　①　{　}の中に要素を書き並べて表す。　$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

②　要素の満たす条件を書いて表す。　$A=\{x \mid x \text{は}8\text{の正の約数}\}$

$x\in A$（x は A に属する）　x が集合 A の要素である

$x\notin A$　x が集合 A の要素でない

$A\subset B$（A は B の部分集合）　集合 A のすべての要素が集合 B の要素でもある

$A=B$（A と B は等しい）　集合 A と B の要素がすべて一致している

$\varnothing$（空集合）　要素が1つもない集合

2　共通部分と和集合

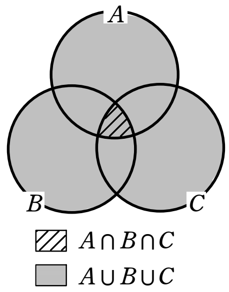
1　$A\cap B$（A と B の共通部分）　集合 A，B のどちらにも属する要素全体の集合

$A\cup B$（A と B の和集合）　集合 A，B の少なくとも一方に属する要素全体の集合

2　3つの集合の共通部分と和集合

$A\cap B\cap C$（共通部分）　集合 A，B，C のすべてに属する要素全体の集合

$A\cup B\cup C$（和集合）　集合 A，B，C の少なくとも1つに属する要素全体の集合



3　補集合

$\overline{A}$（補集合）　全体集合 U の部分集合 A に対して U の要素で A には属さない要素全体の集合

ド・モルガンの法則　1　$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

2　$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

第1章　場合の数と確率

1　集合の要素の個数

1　集合の要素の個数

集合 A の要素の個数が有限であるとき，その個数を $\boldsymbol{n(A)}$ で表す。

1　和集合の要素の個数

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

とくに $A\cap B=\varnothing$ のとき

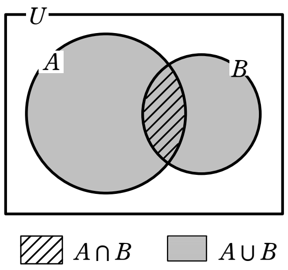
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$

2　補集合の要素の個数

$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$　ただし，U は全体集合

参考　$n(\overline{A}\cap\overline{B})=n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)$

$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})=n(U)-n(A\cap B)$

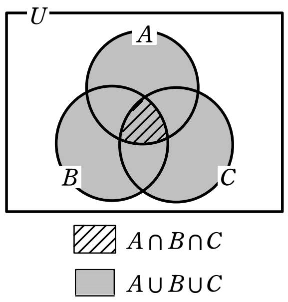


研究　3つの集合の和集合の要素の個数

1　3つの集合の和集合の要素の個数

全体集合 U の3つの部分集合 A，B，C について，次の等式が成り立つ。

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$$



2　場合の数

1　樹形図

各場合を枝分かれしていく図で表す方法。

2　和の法則

和の法則　2つの事柄A，Bは同時には起こらないとする。

Aの起こり方が a 通りあり，Bの起こり方が b 通りあれば，

AまたはBの起こる場合は，$a+b$ 通りある。

和の法則は，3つ以上の事柄についても，同じように成り立つ。

3　積の法則

積の法則　事柄Aの起こり方が a 通りあり，

そのどの場合に対しても事柄Bの起こり方が b 通りあれば，

Aが起こり，そしてBが起こる場合は，$a\times b$ 通りある。

積の法則は，3つ以上の事柄についても，同じように成り立つ。

3　順列

1　順列

n 個から r 個取る順列（異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して並べる順列）の総数は　${}_n\mathrm{P}_r=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$　（r 個の数の積）

とくに　${}_n\mathrm{P}_n=n!=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1$　（n の階乗）

また，${}_n\mathrm{P}_0=1$，$0!=1$ と定めると，${}_n\mathrm{P}_r=\dfrac{n!}{(n-r)!}$ とも表される。

異なる n 個のものすべてを並べる順列の総数は　$n!$

4　円順列，重複順列

1　円順列

いくつかのものを円形に並べる順列を **円順列** という。

円順列では，回転して並びが同じになるものは同じ並び方とみなす。

異なる n 個のものの円順列の総数は　$\dfrac{{}_n\mathrm{P}_n}{n}=(n-1)!$

2　重複順列

n 個から r 個取る重複順列（異なる n 種類のものから重複を許して r 個取って並べる順列）の総数は　n^r

5　組合せ

1　組合せ

n 個から r 個取る組合せ（異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して作る組合せ）の総数は　${}_n\mathrm{C}_r=\dfrac{{}_n\mathrm{P}_r}{r!}=\dfrac{n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$　（分母，分子ともに r 個の数の積）

とくに　${}_n\mathrm{C}_1=n$，${}_n\mathrm{C}_n=1$

また，$0!=1$，${}_n\mathrm{C}_0=1$ と定めると，${}_n\mathrm{C}_r=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ とも表される。

${}_n\mathrm{C}_r$ の性質　${}_n\mathrm{C}_r={}_n\mathrm{C}_{n-r}$

2　同じものを含む順列

aが p 個，bが q 個，cが r 個あるとき，それら全部を1列に並べる順列の総数は

$${}_n\mathrm{C}_p\times{}_{n-p}\mathrm{C}_q=\frac{n!}{p!q!r!}\qquad\text{ただし}\quad p+q+r=n$$

一般に，n 個のもののうち，p 個は同じもの，q 個は別の同じもの，r 個はまた別の同じもの，…… であるとき，これら n 個のもの全部を1列に並べる順列の総数は

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}\qquad\text{ただし}\quad p+q+r+\cdots\cdots=n$$

研究　重複を許して作る組合せ

1　重複を許して作る組合せ

異なる n 個のものから重複を許して r 個取って作る組合せ（**重複組合せ**）の総数は，

r 個の○と $(n-1)$ 個の｜を並べる順列の総数に等しい。

よって，その総数は　$\dfrac{\{r+(n-1)\}!}{r!(n-1)!}$　すなわち　${}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$

6　事象と確率

1　試行と事象

1　同じ条件のもとで繰り返すことができ，その結果が偶然によって決まる実験や観測を **試行** という。

また，試行の結果として起こる事柄を **事象** という。

2　1つの試行において，起こりうる結果全体を集合 U で表すとき，U 自身で表される事象を **全事象**，U のただ1つの要素からなる集合で表される事象を **根元事象** という。

2　確率

ある試行において，どの根元事象が起こることも同程度に期待できるとき，これらの根元事象は **同様に確からしい** という。このような試行において，事象 A の確率 $P(A)$ は　$P(A)=\dfrac{\text{事象}A\text{の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}=\dfrac{n(A)}{n(U)}$　ただし，U は全事象

7　確率の基本性質

1　確率の基本性質

1　どんな事象 A についても　$0 \leqq P(A) \leqq 1$
とくに，空事象 $\varnothing$ について　$P(\varnothing)=0$
全事象 U について　$P(U)=1$

2　2つの事象 A，B が決して同時に起こらないとき，A，B は互いに **排反** であるという。

3　**確率の加法定理**　事象 A，B が互いに排反であるとき
$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)$$

4　3つ以上の事象については，どの2つの事象も互いに排反であるとき，これらは互いに排反であるという。3つ以上の事象についても，2つの場合の加法定理と同様なことが成り立つ。たとえば，事象 A，B，C が互いに排反であるとき，3つの事象のいずれかが起こる確率 $P(A \cup B \cup C)$ は
$$P(A \cup B \cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$$

2　余事象と確率

$$P(A)+P(\overline{A})=1 \qquad \text{すなわち} \qquad P(\overline{A})=1-P(A)$$

3　一般の和事象の確率

2つの事象 A，B について　$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

8　独立な試行と確率

1　独立な試行の確率

1　いくつかの試行において，どの試行の結果も他の試行の結果に影響を与えないとき，これらの試行は **独立** であるという。

2　2つの試行 S と T が独立であるとき，S で事象 A が起こり，かつ T で事象 B が起こる確率 p は，$P(A)$ と $P(B)$ の積に等しい。すなわち　$p=P(A) \times P(B)$
独立な3つ以上の試行についても，同様なことが成り立つ。

2　反復試行の確率

1　同じ条件のもとでの試行の繰り返しを **反復試行** という。1つの試行を何回か繰り返すとき，これらの試行は独立である。

2　1回の試行で事象 A の起こる確率を p とする。この試行を n 回行う反復試行で，A がちょうど r 回起こる確率は　${}_n\mathrm{C}_r p^r(1-p)^{n-r}$
ただし，正の数 a に対して，$a^0=1$ と定める。

9　条件付き確率

1　条件付き確率

1つの試行における2つの事象 A，B について，事象 A が起こったとして，そのときに事象 B の起こる確率 $P_A(B)$ は
$$P_A(B)=\frac{n(A \cap B)}{n(A)}=\frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad \text{ただし} \quad n(A) \fallingdotseq 0,\ P(A) \fallingdotseq 0$$
（A が起こったときの B が起こる条件付き確率）

2　確率の乗法定理

2つの事象 A，B がともに起こる確率は
$$P(A \cap B)=P(A)P_A(B) \qquad \text{ただし} \quad P(A) \fallingdotseq 0$$

研究　原因の確率

1　原因の確率

事象 E が起こる原因として事象 A，B の2つが考えられるとき，事象 E が起こったことを知って，それが原因 A から起こったと考えられる確率 $P_E(A)$ を **原因の確率** という。

１０　期待値

1　期待値

ある試行の結果に応じて，x_1，x_2，x_3，……，x_n のどれか1つの値をとる数量 X があり，X のとる値と確率が右の表のようなとき，X の期待値は
$$x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+\cdots\cdots+x_np_n$$

X	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_n	計
確率	p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n	1