第３章　関数

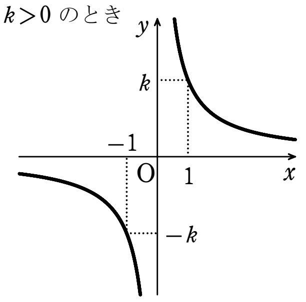
１　分数関数

[1]　分数関数 $y=\dfrac{k}{x}$ $(k \neq 0)$

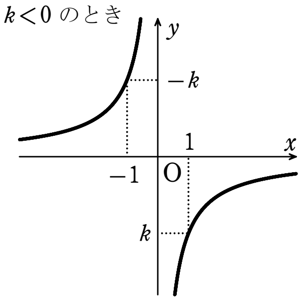
1　グラフは，x 軸と y 軸を漸近線とする直角双曲線で，原点に関して対称である。

2　定義域は $x \neq 0$，値域は $y \neq 0$ である。

$k>0$ のとき



$k<0$ のとき



[2]　分数関数 $y=\dfrac{k}{x-p}+q$ $(k \neq 0)$

1　グラフは，$y=\dfrac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した曲線で，漸近線は２直線 $x=p$，$y=q$ である。

2　定義域は $x \neq p$，値域は $y \neq q$ である。

２　無理関数

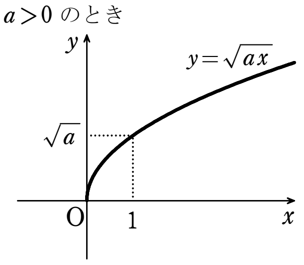
[1]　無理関数 $y=\sqrt{ax}$ $(a \neq 0)$

1　グラフは，軸が x 軸，頂点が原点である放物線 $y^2=ax$ の x 軸より上側の部分である。ただし，原点を含む。

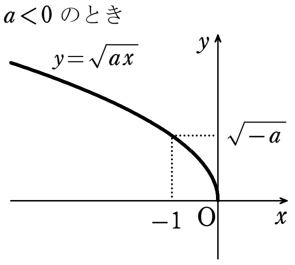
[注]　$y=-\sqrt{ax}$ のグラフは，軸が x 軸，頂点が原点である放物線 $y^2=ax$ の x 軸より下側の部分である。ただし，原点を含む。

2　$a>0$ のとき，定義域は $x \geqq 0$，値域は $y \geqq 0$ で，増加関数である。
$a<0$ のとき，定義域は $x \leqq 0$，値域は $y \geqq 0$ で，減少関数である。

$a>0$ のとき



$a<0$ のとき



[2]　無理関数 $y=\sqrt{a(x-p)}+q$ $(a \neq 0)$

1　グラフは，$y=\sqrt{ax}$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である。

2　定義域は $a(x-p) \geqq 0$ を満たす実数 x の値全体，値域は $y \geqq q$ である。

３　逆関数と合成関数

[1]　逆関数

$f(x)$ の 逆関数 $g(x)$ の求め方

1　$y=f(x)$ を x について解き，$x=g(y)$ の形にする。

2　x と y を入れかえて，$y=g(x)$ とする。
逆関数 $g(x)$ の定義域は，もとの関数 $f(x)$ の値域と同じ。

[2]　逆関数の性質　関数 $f(x)$ の逆関数を $f^{-1}(x)$ で表す。

1　$b=f(a) \iff a=f^{-1}(b)$

2　関数 $y=f(x)$ のグラフとその逆関数 $y=f^{-1}(x)$ のグラフは，直線 $y=x$ に関して対称である。

3　$y=f(x)$ と $y=f^{-1}(x)$ では，定義域と値域が入れかわる。

[3]　合成関数

関数 $g(f(x))$ を $f(x)$ と $g(x)$ の合成関数といい，$(g \circ f)(x)$ とも書く。

[注]　一般に，$(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ は同じ関数ではない。