

## 高等学校新学習指導要領「数学」について（第2回）

数研出版 編集部

2018年3月30日に告示された「高等学校学習指導要領」について、その概要を『数研通信 No.91』で特集として取り扱いました。その後、7月に「高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編」（以下、学習指導要領解説という）が公表され<sup>(\*)</sup>、学習指導要領の趣旨や指導例など、より具体的な内容も示されました。そこで、これまでの文部科学省による説明も踏まえて、改めて、高等学校新学習指導要領「数学」の着目点について、特集としてまとめました。

### §1. 科目編成

高等学校新学習指導要領「数学」の科目編成・科目の内容(大項目)は次のようになります。

科目	標準単位数	内容(大項目)
数学Ⅰ	3	(1) 数と式 (2) 図形と計量 (3) 二次関数 (4) データの分析 [課題学習]
数学Ⅱ	4	(1) いろいろな式 (2) 図形と方程式 (3) 指数関数・対数関数 (4) 三角関数 (5) 微分・積分の考え [課題学習]
数学Ⅲ	3	(1) 極限 (2) 微分法 (3) 積分法 [課題学習]
数学A	2(選択履修)	(1) 図形の性質 (2) 場合の数と確率 (3) 数学と人間の活動
数学B	2(選択履修)	(1) 数列 (2) 統計的な推測 (3) 数学と社会生活
数学C	2(選択履修)	(1) ベクトル (2) 平面上の曲線と複素数平面 (3) 数学的な表現の工夫

科目編成・科目の内容(大項目)について、現行からの変更点の概要は次の通りです。

- ・科目「数学活用」は廃止、「数学C」を新設。「数学活用」の内容は、「数学A」「数学B」「数学C」に分割して移行。
- ・「ベクトル」(現行は数学B)、「平面上の曲線と複素数平面」(現行は数学Ⅲ)は「数学C」に移行。
- ・「数学Ⅲ」の標準単位数は3単位(現行は5単位)、「数学C」は選択履修で標準単位数は2単位。
- ・「整数の性質」が大項目としては無くなり、内容の一部が「数学Ⅰ」の(1)、「数学A」の(3)に移行。
- ・「課題学習」を「数学Ⅰ」「数学Ⅱ」「数学Ⅲ」に設定。(現行は「数学Ⅰ」「数学A」)

科目編成の変更に関して、学習指導要領解説では、次のように解説されています。

【学習指導要領解説 p.11, 12】「数学活用」は、生徒の数学的活動を一層重視し、具体的な事象の考察を通して数学への興味や関心を高め、数学をいろいろな場面で積極的に活用できるようにすることをねらいとして設けられた科目であった。しかし、実際に履修した生徒があまり多くなかったことに加え、今回「数学活用」のねらい含む「理数探究基礎」及び「理数探究」が新設されることになったことから、「数学活用」を廃止して「数学C」を新たに設け、「数学活用」の内容を「数学A」、「数学B」、「数学C」の各科目の性格を踏まえて、それらの科目に移行することとした。

(\*) 高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編：学習指導要領の趣旨等について詳しく解説したもの。

文部科学省ホームページにて閲覧可能(2018年10月現在)：トップ>教育>小学校、中学校、高等学校>学習指導要領「生きる力」>新学習指導要領(本文、解説、資料等)>学習指導要領等>高等学校学習指導要領解説  
[http://www.mext.go.jp/a\\_menu/shotou/new-cs/1407074.htm](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1407074.htm)

# 新課程と現行課程の新旧対応表（高等学校）

## [ 現行課程 ]

**数学Ⅰ（3単位）**  
 (1) 数と式  
 (2) 図形と計量  
 (3) 二次関数  
 (4) データの分析  
 [課題学習]

**数学Ⅱ（4単位）**  
 (1) いろいろな式  
 (2) 図形と方程式  
 (3) 指数関数・対数関数  
 (4) 三角関数  
 (5) 微分・積分の考え

**数学Ⅲ（5単位）**  
 (1) 平面上の曲線と複素数平面  
 (2) 極限  
 (3) 微分法  
 (4) 積分法

**数学A（2単位選択）**  
 (1) 場合の数と確率  
 (2) 整数の性質  
 (3) 図形の性質  
 [課題学習]

**数学B（2単位選択）**  
 (1) 確率分布と統計的な推測  
     ※期待値 → 数学A  
 (2) 数列  
 (3) ベクトル

**数学活用（2単位）**  
 (1) 数学と人間の活動  
     ア 数や図形と人間の活動  
     イ 遊びの中の数学  
 (2) 社会生活における数理的な考察  
     ア 社会生活と数学  
     イ 数学的な表現の工夫  
     ウ データの分析

## [ 新課程 ] 太字 は新課程で追加されるもの

**数学Ⅰ（3単位）**  
 (1) 数と式  
     → ※**分数が有限小数や循環小数で表される仕組み**を扱う。  
 (2) 図形と計量  
 (3) 二次関数  
 (4) データの分析  
     ※**四分位範囲**, **箱ひげ図**は中学校へ移行。  
     ※**仮説検定の考え方**, 用語「**外れ値**」を扱う。  
 [課題学習]

**数学Ⅱ（4単位）**  
 (1) いろいろな式  
 (2) 図形と方程式  
 (3) 指数関数・対数関数  
 (4) 三角関数  
 (5) 微分・積分の考え  
 [課題学習]

**数学Ⅲ（3単位）**  
 (1) 極限  
 (2) 微分法  
 (3) 積分法  
 [課題学習]

**数学A（2単位選択）**  
 (1) 図形の性質  
 (2) 場合の数と確率  
     ※**期待値**を扱う。← 数学B  
     ※**頻度確率**を扱う。  
 (3) **数学と人間の活動**  
     → ※**整数の約数や倍数**, **ユークリッドの互除法**や**二進法**を扱う。

**数学B（2単位選択）**  
 (1) 数列  
 (2) 統計的な推測  
     ※**正規分布を用いた区間推定及び仮説検定の方法**を扱う。用語「**有意水準**」を扱う。  
 (3) **数学と社会生活**

**数学C（2単位選択）**  
 (1) ベクトル  
 (2) 平面上の曲線と複素数平面  
 (3) 数学的な表現の工夫

注 ●項目名, 配列は学習指導要領に合わせました。  
 ●単位数は標準単位数です。

## §2. 「数学科」の改訂のポイント

数学科における改訂の趣旨について、学習指導要領解説では「**数学的活動の一層の充実**」「**統計的な内容等の改善・充実**」があげられています。

【学習指導要領解説 p.7】平成28年12月の中央教育審議会答申では、各教科の目標や内容等に関する主な改善事項が示されており、このたびの高等学校数学科の改訂は、これを踏まえて行われたものである。

高等学校数学科においては、数学的に考える資質・能力の育成を目指す観点から、現実の世界と数学の世界における問題発見・解決の過程を学習過程に反映させることを意図して**数学的活動の一層の充実**を図った。また、社会生活などの様々な場面において、必要なデータを収集して分析し、その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりすることが求められており、そのような資質・能力を育成するため、**統計的な内容等の改善・充実**を図った。  
(※太字は数研出版編集部による)

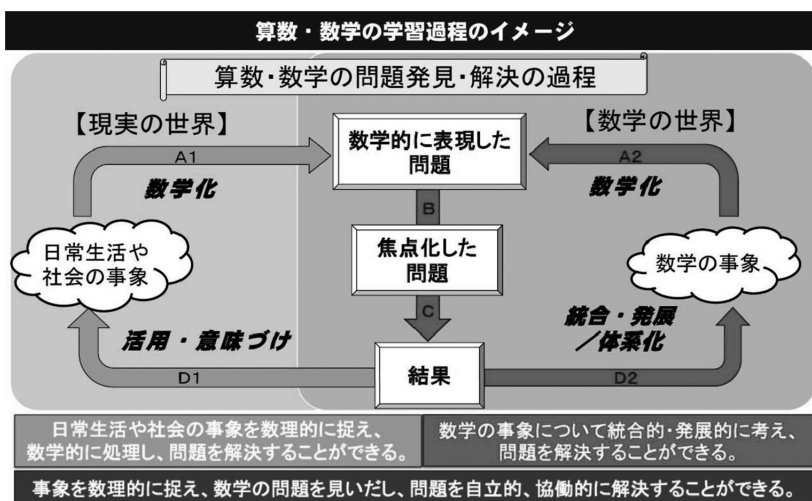
### ■ (§2-1) 数学的活動の一層の充実

§1にまとめた科目編成にも、「数学的活動の一層の充実」という方針が見て取れます。

- ・ 現行の「数学活用」(＝数学的活動を重視した科目)の内容を、より多くの生徒が履修できるよう数学A、数学B、数学Cの各科目に移行したこと。
- ・ 課題学習を設定する科目を数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Ⅲに増やしたこと。(【学習指導要領解説 p.50(数学Ⅰの【課題学習】についての解説)】通常の授業においても生徒の「主体的・対話的で深い学び」として数学的活動を充実させていくことが求められており、課題学習ではその実現を一層図ることにねらいがある。)

「数学的活動」について、学習指導要領解説では、次のように解説されています。

【学習指導要領解説 p.26, 27】数学的活動として捉える問題発見・解決の過程には、主として二つの過程を考慮することができる。一つは、日常生活や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程であり、もう一つは、数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的、体系的に考察する過程である。これら二つの過程は相互に関わり合って展開される。数学の学習過程においては、これらの二つの過程を意識しつつ、生徒が目的意識をもって遂行できるようにすること、各場面での言語活動を充実し、それぞれの過程や結果を振り返り、評価・改善することができるようにすることが大切である。これらの過程については、平成28年12月の中央教育審議会答申で示された次のようなイメージ図で考えることができる。



## ■ (§2-2) 統計的な内容等の改善・充実

今回の学習指導要領の改訂においても、引き続き「統計教育の充実」が改訂のポイントとしてあげられています。なお、「統計教育の充実」については、小学校算数・中学校数学においても、改訂の主な改善事項としてあげられているものです。

高等学校数学で、確率及び統計の内容は、数学Ⅰ「データの分析」、数学A「場合の数と確率」、数学B「統計的な推測」で扱われます。現行からの内容の追加や移行は次の通りです。

科目	大項目	＋：追加されたもの， －：中学，他科目へ移行したのもの
数学Ⅰ	データの分析	＋(新規)仮説検定の考え方 ＋(新規)[用語・記号] 外れ値 －(中2へ)四分位範囲，箱ひげ図
数学A	場合の数と確率	＋(数Bから)期待値
数学B	統計的な推測	＋(新規)仮説検定の方法 ＋(新規)[用語・記号] 区間推定，有意水準 －(数Aへ)期待値

### ○ 「四分位範囲」「箱ひげ図」について

新課程では、中学2年で「四分位範囲」，「箱ひげ図」が扱われるようになります。

一方、数学Ⅰ「データの分析」の学習指導要領解説では、箱ひげ図を活用した分析の例が多数掲載されています。また、データに「外れ値」がある場合の箱ひげ図のかき方なども図解されています(本冊子 p.8 参照)。新課程の数学Ⅰでは、中学で学んだ箱ひげ図を道具として活用することとなります。

### ○ 「仮説検定」について

新課程では、数学Ⅰ「データの分析」、数学B「統計的な推測」で、「仮説検定」について扱うこととなります。これらについては、学習指導要領解説でも具体例とともに詳しく解説しています(本冊子 p.8～参照)。

「仮説検定」には確率分布が必要となりますが、数学Ⅰで「仮説検定の考え方」を扱うことについて、文部科学省は次のように説明しています。

「数学Ⅰ」だけで高等学校数学の履修を終える生徒もいる。また、理数科の「理数探究」では「検定」をいきなり扱わなければならない。そのため、「仮説検定の考え方」を「数学Ⅰ」に入れている。ここ(数学Ⅰ)では、あくまで「具体的な事象を通して批判的に考察する仕方を学ぶ」ということである。

なお、「仮説検定」について、学習指導要領解説では、次のように解説されています。

【学習指導要領解説(数学B) p.111】 一般的に、仮説検定は次のような手順で行われる。

- 1) ある事象Eが起こった状況や原因を推測し、仮説を立てる。
- 2) その仮説を数学的に記述することで、統計的に実証した仮説  $H_1$  (対立仮説) を立て、その否定命題としての帰無仮説  $H_0$  を考える。
- 3) 帰無仮説  $H_0$  が真であると仮定した場合に事象Eが起こる確率  $p$  を求める。
- 4) 実験などを行う前に決めておいた「滅多に起こらないと判断する基準(確率の値)」(有意水準)と  $p$  とを比較して、帰無仮説  $H_0$  が真であると考えられることを否定できるかどうかを判断し、仮説の妥当性を判断する。

## ■ (§2-3) 学習指導要領，学習指導要領解説の書きぶり

新学習指導要領では、扱われる内容の変化以外に、「学習指導要領」や「学習指導要領解説」の書きぶりにも変化があります。

### ○学習指導要領：目標及び内容の示し方

今回の学習指導要領では、目標及び内容の示し方に特徴があります。目標については、教科・各科目で育成を目指す資質・能力を「知識及び技能」、「思考力，判断力，表現力等」「学びに向かう力，人間性等」の三つの柱に沿って明確にし、整理しています。また、科目内の各内容(大項目)については、育成を目指す資質・能力のうち「知識及び技能」をアとして、「思考力，判断力，表現力等」をイとして示し、両者を相互に関連させながら育成できるよう整理しています。なお、これらの方針は全教科共通です。

#### 学習指導要領「数学Ⅰ」の目標

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを旨とする。

- (1) 数と式，図形と計量，二次関数及びデータの分析についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 命題の条件や結論に着目し，数や式を多面的にみたり目的に応じて適切に変形したりする力，図形の構成要素間の関係に着目し，図形の性質や計量について論理的に考察し表現する力，関数関係に着目し，事象を的確に表現してその特徴を表，式，グラフを相互に関連付けて考察する力，社会の事象などから設定した問題について，データの散らばりや変量間の関係などに着目し，適切な手法を選択して分析を行い，問題を解決したり，解決の過程や結果を批判的に考察し判断したりする力を養う。
- (3) 数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度，粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度，問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

※(1)が「知識及び技能」，(2)が「思考力・判断力・表現力等」，(3)が「学びに向かう力，人間力等」に該当。

#### 学習指導要領「数学Ⅰ」の内容「(3)二次関数」

##### (3) 二次関数

二次関数について，数学的活動を通して，その有用性を認識するとともに，次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 二次関数の値の変化やグラフの特徴について理解すること。

(イ) 二次関数の最大値や最小値を求めること。

(ウ) 二次方程式の解と二次関数のグラフとの関係について理解すること。また，二次不等式の解と二次関数のグラフとの関係について理解し，二次関数のグラフを用いて二次不等式の解を求めること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ア) 二次関数の式とグラフとの関係について，コンピュータなどの情報機器を用いてグラフをかくなどして多面的に考察すること。

(イ) 二つの数量の関係に着目し，日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え，問題を解決したり，解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること。

## ○「日常の事象や社会の事象」「コンピュータなどの情報機器」

今回の学習指導要領では、「日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え～」という文言が随所に現れます。「コンピュータなどの情報機器を用いて～」という文言も同様です。例えば、前ページに掲載した学習指導要領の「(3)二次関数」においても、イの(ア)、(イ)にこれらの文言が見られます。

また、学習指導要領解説においては、いくつかの具体例も示されています。例えば、「(3)二次関数」の(ア)、(イ)の解説として、次のように書かれています。

【学習指導要領解説 p.42, 43】 中学校では、関数  $y=ax^2$  を取り扱っているが、ここでは、一般の二次関数について考察する。二次関数のグラフについては、関数  $y=ax^2$  のグラフの平行移動を取り扱った後で、 $y=a(x-p)^2+q$  の形に変形し、グラフの対称軸(直線  $x=p$ )や頂点( $p, q$ )に着目して、関数  $y=ax^2$  のグラフとの位置関係を調べたり、コンピュータなどを活用して様々なグラフをかき、その特徴を帰納的に見いだしたりする活動が考えられる。指導に当たっては、表、式、グラフを相互に関連付けて多面的に考察できるようにすることが大切である。例えば、コンピュータなどの情報機器を用いるなどして、 $y=ax^2+bx+c$  の  $a, b, c$  の変化に伴う、グラフの変化を考察することが考えられる。

## ○指導例、題材例

今回の学習指導要領解説は、頁数が現行のもののおよそ2倍になっており、解説内容が大幅に増加しました。もちろん、学習指導要領の趣旨等に関する記述もありますが、個々の学習内容についての具体的な指導例や題材例が豊富になりました。例えば、数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Ⅲに設定された課題学習についても、その具体例が大項目ごとに示されています。

なお、文部科学省からは、「これらの例示(学習指導要領解説に掲載した指導例、題材例)はあくまでも例であり、必ず扱わなければならないということではない。」との説明もありました。

### 【学習指導要領解説 p.51】 課題学習の例 <二次関数>

二次関数のグラフの平行移動について、コンピュータなどの情報機器を用いて、統一的・発展的に探究する学習が考えられる。例えば、 $y=ax^2+bx+c$  の  $a, b, c$  の値を連続的に変化させ、そのときのグラフの様子を観察したり、方程式や不等式の解との関係について考察したりする。その際、右のような表をもとに、 $y=x^2+bx$  と、 $y=x^2$  と  $y=bx$  の関係を探し、 $b$  の値の変化に伴う、グラフの変化の理由を説明したりすることも考えられる。

$x$	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=2x$	-4	-2	0	2	4
$y=x^2+2x$	0	-1	0	3	8

また、二次関数  $y=a(x-p)^2+q$  のグラフが  $y=ax^2$  を  $x$  軸方向に  $p$ 、 $y$  軸方向に  $q$  だけ平行移動したグラフであることと関連付けて、 $y=ax+b$  が  $y=ax$  を  $x$  軸方向にどれだけ平行移動したグラフであるかを考えたり、「(1)数と式」の学習を発展させ、 $y=|x|$  のグラフとその平行移動について探究したりすることが考えられる。

日常の事象や社会の事象を、二次関数を用いて考察する学習も考えられる。例えば、身近な事象として、文化祭で模擬店を開設して食品を販売し、利益を寄付するためにその利益を最大にすることを上げる。食品の値段を上げると売れる食品の数は一定の割合で減少すると仮定して、純利益と食品の値段の関係を二次関数で表し、純利益が最大になるように食品の値段と売れる数を決定する活動が考えられる。

他に、自転車や自動車の速度と制動距離に関するデータから、速度と制動距離や停止距離の関係を二次関数に表し、速度の出し過ぎによる危険性や車間距離の重要性について探究することも考えられる。

### §3. 着目点についての学習指導要領解説による解説

以下では、学習指導要領解説について、新課程で追加される内容を中心に、その一部を抜粋しました。適宜、補足説明も付記しました。

**注意：**文部科学省のホームページに公開されている「高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編」については、誤記・誤植の修正、または記述内容の改善（わかりやすくするための改善）など、今後、内容が更新される場合もあります。既に文部科学省より報告を受けている修正等については、本稿での引用部分に反映させています。

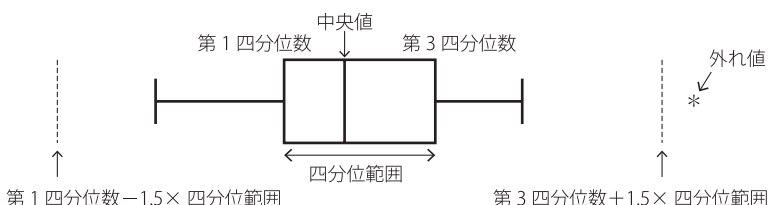
#### 学習指導要領解説

##### ■数学 I

##### ○データの分析「外れ値」

【学習指導要領解説 p. 48】

量的データには、他の値から極端にかけ離れたデータがあることがある。そのような値を「外れ値」と呼ぶ。外れ値は除外すべき値と捉えがちだが、その背景を探ることが大切である。測定ミスや入力ミスでなければ、そこに問題発見や問題解決の手がかりがあることもあるからである。例えば、販売実績が極めてよい販売員がいたとすれば、その販売員の工夫を探ることで対策が見いだせる。ここでは、このように、データの分析において外れ値を見いだす意義を理解できるようにする。



なお、外れ値は、通常四分位範囲の1.5倍以上離れた値とされる（標準偏差 $\sigma$ を用いて、平均値より $\pm 2\sigma$ （事象によっては $\pm 3\sigma$ ）以上離れた値とされることもある）。外れ値がある場合、上図のような箱ひげ図が用いられることもあり、この場合、「第1四分位数 - 1.5 × 四分位範囲」までの最小値から第1四分位数まで と、第3四分位数から「第3四分位数 + 1.5 × 四分位範囲」までの最大値まで 箱から線分が引かれる。

測定ミス・入力ミスなど原因が分かっているものは「異常値」とよび、区別することもある。

##### ○データの分析「仮説検定の考え方」

【学習指導要領解説 p. 48, 49】

不確実な事象において、読み取った傾向をもとに合理的な判断や意思決定をしようとする際には、同様の傾向が繰り返される（確率的事象）とみなし、データやそれに基づく確率や確率分布等を用いることによって、不確実性の度合いを評価することがある。中学校第1学年では、多数の観察や多数回の試行によって得られる結果を基にして、不確実な事象の

#### 補足

- ・ 現行の学習指導要領では、「外れ値」に関する記述はなかったため、その扱いは教科書によって異なっている。
- ・ 「外れ値」は「なぜその値が出てきたのかを考察すること」が大切であるとされている。

- ・ 新課程では、「箱ひげ図」を中学2年で学習する。中学の新学習指導要領には「外れ値」に関する記述はない。

- ・ 新課程では、数学Iで「仮説検定の考え方」、数学Bで「仮説検定の方法」を学習する。

起こりやすさの傾向を読み取り表現する力を養っている。これを踏まえ、「数学 I」では、不確実な事象の起こりやすさに着目し、実験などを通して、問題の結論について判断したり、その妥当性について批判的に考察したりできるようにする。

例えば、「ある新素材の枕を使用した 30 人のうち 80% にあたる 24 人が以前よりよく眠れたと回答した」という結果に対して、新素材の枕を使用するとよく眠ることができると判断できるか、という問題に取り組ませることを考える。この問題を解決するために、この結果が偶然に起こりえた可能性はどのくらいあるのかを、コイン等を使った実験を多数回繰り返して考察する。つまり、以前よりよく眠れた場合とそうでない場合が起こる可能性が半々だとしたとき、24 人以上がよく眠れたと回答することがどの程度起こるかを考える。実験として、コインが表になった場合を「以前よりよく眠れた場合」とし、コインを 30 回投げるという試行を繰り返す。実験結果を表やグラフなどに整理し、24 枚以上表になった回数の相対度数  $p$  を「起こりえないこと」の尺度として用いることで、「30 人中 24 人以上がよく眠れたと回答することが、無作為性(ランダムネス)だけで説明できる可能性は  $p$  しかないように思われる。」という、判断の根拠が得られたことになる。この「起こりえないこと」かどうかの基準として、平均から  $2\sigma$  ( $\sigma$  は標準偏差)あるいは  $3\sigma$  離れた値を用いることが考えられる。この考え方を数学的に精緻化していくと、「帰無仮説：新素材の枕はよく眠れる効果がなかった」を確率分布を用いて検定する「数学 B」の内容につながる。

指導に当たっては、生徒が意欲をもって学習を進めることができるように、テーマを適切に選び、具体的な事象に基づいた取扱いをすることとともに、多くのデータを取り扱う場合や実験においては、コンピュータなどの情報機器を積極的に用いるようにすることが大切である。また、 $\Sigma$  は「数学 B」で取り扱うことに留意する。

## ■数学 A

○数学と人間の活動「整数(約数・倍数, ユークリッドの互除法, 二進法)」「座標(平面・空間)」

【学習指導要領解説 p. 98, 99】

数学の起源に関わる人間の活動には、数える、測る、位置を示す、設計する、遊ぶ、説明するなどがあると言われる。これらの活動には、一方で文化的、社会的、歴史的な背景が存在し、他方では社会や文化を越えた共通性が見られる。数学がこのような人間の活動との関わりの中でつくられ発展してきたことや、数学を文化との関連から捉えることは、それ自身重要であるが、数学をより身近なものとして感じとらせ、数学に対する興味や関心を高めるための有効な方法の一つでもある。ここでは、数量や図形に関する概念などと人間の活動の関わりについて理解するとともに、それらに関心に基づいて発展的に考察できるようにする。

例えば、「数える」という活動に焦点を当て、記数法に関する話題を取り扱うことが考えられる。現在私たちが用いている 10 進位取り記数法

・確率分布を学ぶ前であり、数学 I では、「実験などを通して分布を表やグラフで整理して考察する」ということのようなのである。

・数学 I で「帰無仮説」という言葉を指導することは想定していないようである。

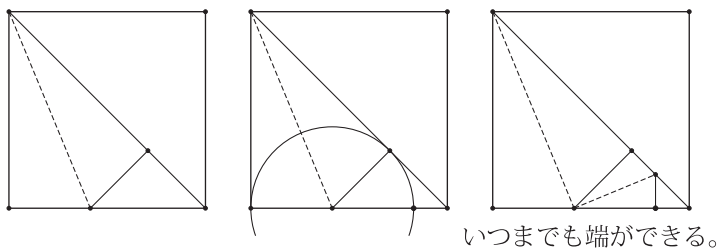
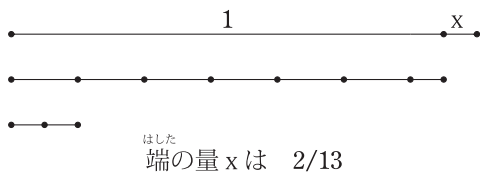
・整数、座標に関して、以下の内容は、数学 A(3) で必ず扱うものとされている。

整数の約数や倍数  
ユークリッドの互除法  
二進法  
座標(平面、空間)



が普及するまでには、長い年月をかけた様々な変遷があった。このようなことから、例えば、古代のエジプトやローマにおける記数法、中国における漢数字などを題材として、「0」の果たす役割の大きさについて理解できるようにする。また、バビロニアでは60進法の考えが用いられていたことなどを取り扱ったり、これらに関連して、循環小数や、コンピュータと2進法との関係などを取り扱ったりすることも考えられる。

また、「測る」という活動に焦点を当て、測量に関する話題を取り扱うことが考えられる。測量は、領土の確定や建造物の建築、航海の進路推定、暦の作成を目的に、それぞれの対象に応じて発展してきた。このようなことから、例えば、古代のエジプトの測量、大航海時代の測量、日本の江戸時代の測量などを題材として、図形の性質や三角比を用いた測量の方法について理解を深めることが考えられる。他に、ユークリッドの互除法を、下の図のように端の量を測る方法や、1辺が1の正方形の対角線の長さが分数で表せないことの説明と関連付けて取り扱うことも考えられる。あわせて、ユークリッドの互除法が公約数を求めるアルゴリズムであることを理解できるようにした上で、2つの整数の公約数を求めたり、一次不定方程式の整数解を求めたりすることも考えられる。



さらに、「位置を示す」という活動に焦点を当て、平面や空間において点の位置を表す座標の考え方を取り扱うことが考えられる。空間の点の位置を表す座標は、平面上の点の位置を表す座標を自然に拡張したものであることを理解できるようにする。また、このことに関連して、全地球測位システム(GPS)やコンピュータグラフィックスの話題を取り上げ、身近な科学技術の背後で数学が役立っていることを理解できるようにすることも考えられる。

・整数の内容に関しては、現行の数学Aのように体系的に学ぶのではなく、生徒に活動させたり、面白いという思いを持たせる工夫をすることが望まれているようである。

・空間座標は高校で初出の内容である。新課程では、数学A「数学と人間の活動」と数学C「ベクトル」に扱う場面がある。

## ■数学B

### ○統計的な推測「仮説検定の方法」

【学習指導要領解説 p.110～112】

統計的な推定や検定は、自然現象や社会現象を科学的に研究するための方法として広く用いられている。ここでは、正規分布を用いた区間推定と仮説検定を取り扱う。

(中略：「正規分布を用いた区間推定」の解説)

また、正規分布を用いた仮説検定としては、例えば、母平均に関する検定を取り扱うことが考えられる。「数学I」では、具体的な事象において、実験などを通して仮説検定の考え方を理解することを取り扱っている。ここでは、「数学I」での学習を踏まえながら、正規分布を用いた仮説検定の方法を理解できるようにする。

一般に、仮説検定は次のような手順で行われる。

- 1) ある事象Eが起こった状況や原因を推測し、仮説を立てる。
- 2) その仮説を数学的に記述することで、統計的に実証したい仮説  $H_1$  (対立仮説)を立て、その否定命題としての帰無仮説  $H_0$  を考える。
- 3) 帰無仮説  $H_0$  が真であると仮定した場合に事象Eが起こる確率  $p$  を求める。
- 4) 実験などを行う前に決めておいた「滅多に起こらないと判断する基準(確率の値)」(有意水準)と  $p$  とを比較して、帰無仮説  $H_0$  が真であると考えられることを否定できるかどうかを判断し、仮説の妥当性を判断する。

指導に当たっては、生徒の特性等に応じて適切な具体例を取り上げ、仮説検定の方法を理解できるようにすることが大切である。例えば、次のような場面を考える。

あるコインにはどちらかの面が出やすくなるよう細工がされているという噂がある。そこで、実際にそのコインを投げる実験を行ったところ、100回投げて、表が61回出た。このとき、このコインには細工がされていると主張してよいだろうか。

このとき、仮説検定ではまず、「このコインには細工がされている」という主張や仮説に対し、それを数学的に記述したもので統計的に実証したい仮説「表の出る確率と裏の出る確率は等しくない」(対立仮説  $H_1$ )を立て、その否定命題である「表と裏が出る確率は等しい」という仮説(帰無仮説  $H_0$ )を考える。このような帰無仮説を立てる理由は、背理法において否定すべき仮説を立てる理由と同じである。背理法との違いは、否定したい命題(帰無仮説)と観測された事象の矛盾を論理的矛盾ではなく確率が定められた値より小さいことで判断する点である。そして、「表と裏が出る確率は等しい」という帰無仮説  $H_0$  が真であったと仮定

・「正規分布を用いた区間推定」は、現行の数学Bでも扱われている。

・昭和57年から(平成7年まで)実施の学習指導要領では「仮説検定」について扱っていた。(科目『確率・統計』)

した場合に「表が61回以上出る」という事象Eが起こる確率 $p$ を求める。このとき、表が出る回数 $n$ は二項分布 $\left(100, \frac{1}{2}\right)$ に従い、 $Z = \frac{n-50}{\sqrt{25}}$ とおくと、 $Z$ の分布は近似的に標準正規分布に従うと考えてよい。 $n=61$ のとき、 $Z=2.2$ であり、正規分布表から $P(n \geq 61)$ は約1.4%と分かる。先に決めておいた「減多に起こらないと判断する基準(確率の値)」(有意水準)が5%であったとすると、5%と比べ $p$ の値は小さいので、「表と裏が出る確率は等しい」という帰無仮説 $H_0$ が真であると考えすることは否定できると判断し、対立仮説が正しいと考え、「このコインには細工がされている」と考えることが妥当であると判断する。

このような具体的な事例を通して、統計的仮説検定では、帰無仮説を立てることや背理法に似た論法が用いられること、さらには帰無仮説が真であると仮定した場合のある事象が起こる確率について考えることなどを理解できるようにすることが考えられる。また、帰無仮説が否定されないときも、必ずしも帰無仮説が支持されるわけではないことや、仮説検定で支持される全ての命題が真であるわけではないことにも留意する。このように、ここでは、仮説検定の考え方についての理解を深めることに重点を置く。

## 資料. 高等学校理数科「理数探究基礎」及び「理数探究」について

以下は、「高等学校学習指導要領解説 各学科に共通する教科「理数」編」より抜粋したものです。

### 1. 理数科の科目編成(学習指導要領解説 p.12)

理数科は、「理数探究基礎」及び「理数探究」で編成する。

これらの科目の標準単位数は次のとおりである。

科目	標準単位数
理数探究基礎	1
理数探究	2～5

理数科の「理数探究基礎」又は「理数探究」の履修をもって総合的な探究の時間の履修の一部又は全部に替えることができる。

なお、「理数探究基礎」及び「理数探究」の履修における順序はないが、目標や内容を段階的に構成しており、「理数探究基礎」を履修した上で「理数探究」を履修することが望ましい。ただし、「理数探究基礎」で育成を目指す資質・能力を、「総合的な探究の時間」などで養うことができていると判断される場合には、「理数探究基礎」を履修せずに「理数探究」を履修することも考えられる。

### 2. 各科目の性格(学習指導要領解説 p.13)

「理数探究基礎」及び「理数探究」は「探究するために必要な基本的な知識及び技能」、「多角的、複合的に事象を捉え、課題を解決するための基本的な力」、「様々な事象や課題に知的好奇心をもって向き合い、粘り強く考え行動し、課題の解決に向けて挑戦しようとする態度」を育成することを目指している。いずれの科目も様々な事象に対して興味や関心をもつとともに、教科・科目の枠に捉われない多角的、複合的な視点で事象を捉え、数学的な見方・考え方や理科の見方・考え方を豊かな発想で活用したり、組み合わせたりしながら探究する科目である。その際、探究の成果としての新たな知見の有無や価値よりもむしろ、探究の過程における生徒の思考や態度を重視し、主体的に探究の過程全体をやり遂げることには指導の重点を置くこととしている。

「理数探究基礎」及び「理数探究」の2科目は次のような性格の違いをもつ。

「理数探究基礎」は、探究の過程全体を自ら遂行するための進め方等に関する基本的な知識・技能を身に付け、新たな価値の創造に向けて挑戦する意義の理解、主体的に探究に取り組む態度等を育成する科目である。

「理数探究」は、「理数探究基礎」などで身に付けた資質・能力を活用して、自ら設定した課題について主体的に探究することを通じて、これらの資質・能力をより高めていく科目である。特に「理数探究」においては、

- ・生徒が自身の知的好奇心や興味・関心に基づき主体的に課題を設定する。
- ・探究を進める中でのアイディアの創発、挑戦性をより重視する。

など、生徒がより主体的、挑戦的に探究することを目指している。

### 3. 理数科における探究的な学習の指導のポイント(学習指導要領解説 p.38～40)

理数科と、高等学校「総合的な探究の時間」の学習指導要領解説に書かれている探究の過程については以下のように示すことができる。

理数科	「総合的な探究の時間」
① 課題の設定 自然や社会の様々な事象に関わり、そこから数学や理科などに関する課題を見いだして設定する。	① 課題の設定 体験活動などを通して、課題を設定し課題意識をもつ。
② 課題解決の過程 数学的手法や科学的な手法などを用いて、仮説の設定、検証計画の立案、観察、実験、調査等、結果の処理などを行う。	② 情報の収集 必要な情報を取り出したり収集したりする。
③ 分析・考察・推論 得られた結果を分析し、先行研究や理論なども考慮しながら考察し推論する。	③ 整理・分析 収集した情報を、整理したり分析したりして思考する。
④ 表現・伝達 課題解決の過程と結果や成果などをまとめ、発表する。	④ まとめ・表現 気づきや発見、自分の考えなどをまとめ、判断し、表現する。
※ 指導上の配慮事項 探究の過程は①～④の必ずしも一方向の流れではない。探究のための具体的な方法を固定して考えず、探究の過程を適宜振り返りながら改善させる。	※ 指導上の配慮事項 探究の過程は①～④が順序よく繰り返されるわけではなく、順番が前後することもあるし、一つの活動の中に複数のプロセスが一体化して同時に行われる場合もある。

次に、理数科の探究の過程で留意すべき点について示す。

#### ① 課題の設定

理数科における課題は、書籍や Web などの情報によって解決できるものではなく、数学的な見方・考え方や理科の見方・考え方を組み合わせるなどして働かせ、探究の過程を通して見いだした根拠に基づいて解決できるものであることが望ましい。例えば、

- ・自然事象や社会的事象等の中から数量として捉えられるものを見だし、それらの特徴や関係性を調べる
- ・自然事象や社会的事象等の中で特定の性質をもったものの中から標本を抽出して統計的に処理をしたり、数学的モデルを作りシミュレーションを行ったりして傾向や特徴を見いだす

などが考えられる。

課題を見いださせるためには、身の回りにある自然事象や社会的事象等に関心をもたせ、なぜそうなっているかという疑問や、どうやって解決すればよいかという問題意識などをもたせることが大切である。例えば、数学や理科などの授業で疑問に思ったことを基に課題を設定させたり、科学史などの話題を参考に課題を設定させたりすることが考えられる。また、研究機関、施設などの見学や体験的活動への参加、研究者による講演会への参加などが考えられる。その際、研究内容についての話だけではなく、研究の過程で直面した問題をどのような工夫や発想によって解決したかということも聴くことも、生徒の探究への刺激となると考えられる。特に「理数探究」においては、課題を生徒に主体的に設定させることが求められるため、自然事象や社会的事象等に対する疑問や問題意識などをもたせるような働きか

けやその機会をつくることが重要である。生徒が探究したいと考えた疑問や問題意識などが、具体性に欠けている場合には、関連する分野の書籍を紹介したり、疑問や問題意識などを言語化させ、その意味を問いかけたりするなどして、具体化していくよう働きかけることが大切である。

また、生徒が設定しようとする課題が、学校の施設・設備などの条件によって探究を進めることが難しい場合は、学校内で取り組めるような課題に設定し直したり、学校外の施設・設備の活用を検討したりすることが考えられる。

## ② 課題解決の過程

理数科においては、数学的な手法や科学的な手法などを用いて、課題を解決することが求められる。課題解決の過程においては、様々な手法を試したり、組み合わせたりすることなども考えられる。

課題が設定できたら、仮説を立てさせるなどして、探究の見通しをもたせる。

仮説を立てさせる段階では、その仮説が

- ・数学的な手法や科学的な手法などを用いて検証できるものか
- ・与えられた条件、例えば設定された時間や環境の中で検証できるものか

ということを意識させる必要がある。その際、既知の知識、経験、先行研究、予備調査の結果などに基づいて考えさせることが大切である。

仮説が立てられたら、検証計画の立案を行う。その際、類似の先行研究の実験や分析の方法などを参考にさせるなどして、仮説を検証するためにどのような観察、実験、調査等を行い、どのように分析を行うかなどの見通しをもたせることが大切である。ただし、与えられた条件、例えば設定された時間や環境の中で検証するためには、利用できる機材や材料、得られる情報、用いることができる知識及び技能、検証に要する時間を把握させることが重要である。検証計画の立案が容易でない場合も考えられるが、粘り強く考えさせ、教師や他の生徒との議論などを通して、探究の方向性を再検討させたり、実験方法を工夫させたりすることで、解決の糸口を見いださせるよう指導することも大切である。なお、必要とする機材などが用意できなかった場合には、その代わりとなるものを自ら作り出させることも考え

られる。

観察、実験においては、測定操作を正確かつ精密に行ったかということに加えて、操作している条件以外の条件が揃っていたかを検討させたりすることが大切である。そのため、観察、実験を行った際の環境や用いた器具等に関する情報も同時に記録を残しておき、データについて評価できるようにしておくように指導する。

## ③ 分析・考察・推論

得られたデータを分析し、傾向や法則性などを見いだして考察し推論することで、設定した仮説を検証する。その際、科学的な根拠などを踏まえ、論理的な思考に基づいて行うように指導する必要がある。

データの分析においては、データの質と量が十分であるかを評価させることが重要である。例えば、標本調査によってある集団の一般的な傾向を示したいときに、許容する誤差や信頼レベルに応じた標本数となっていたか、標本の抽出方法が適切であったかを検討することが考えられる。また、データの質と量が仮説を検証するために十分でない判断された場合には、検証計画を立て直させたり、観察、実験、調査等を再度行わせたりすることも大切である。

## ④ 表現・伝達

スライドやポスターなどを用いた発表の際には、他者に対して、課題解決の過程と結果や成果などを分かりやすく説明し、様々な視点から探究の内容について評価や助言を受けさせることが大切である。このことにより、議論を通して探究の質の向上を図ることにもつながる。

報告書をまとめる際には、設定した課題に対して、探究の目的、仮説、方法、結果、分析、考察、推論、今後の課題、参考文献等の要素が適宜含まれるよう指導する。その際、得られた結果と考察を区別してまとめさせることに留意する。