アクティブラーニングの考え方と進め方へのヒント

明治大学教授　阿原（あはら）一志（かずし）

§1. はじめに

この小文は福井県立鯖江高等学校において数学の先生を対象に講演した内容をもとに，アクティブラーニング（以下，AL）というキーワードをどのように考えていけばよいのか，ということについて私見を述べたものです。

アクティブラーニングという言葉が，教育現場ではそこかしこで聞かれるようになりました。教育に関するキーワードが教育現場でワッと広がって，一時的な流行になることはよくあるかとも思います。アクティブラーニングという言葉もそのような流行の一つなのかもしれませんが，アクティブラーニングによる授業とは，これまで誰もしたことのない新しい概念に基づくものなのでしょうか？これまで教育現場に全くなかったような種類の勉強方法なのでしょうか？

ここでは，アクティブラーニングを実例から考察しながら，生徒たちが（特に数学について）「わかる」ということとはどういうプロセスによるものだろうか？「わかる」というプロセスを踏ませるにはどのような点に注目したらよいのだろうか？という点について考察を加えてみたいと思います。

§2. 対話授業は AL か？

まず，一つの例として剰余の定理・因数定理の単元を取り上げて話をしたいと思います。この単元の内容を確認しますと，まず「整式の割り算（商と余りを求めること）」ができるようになっていることが前提です。式として $P(x)$ を $Q(x)$ で割ると $P(x)=f(x)Q(x)+r(x)$ という形で表現されることも習っているものとします。このとき，$P(x)$ を $x-a$ で割った余りが $P(a)$ であること，そして因数定理として $P(x)$ が $x-a$ で割り切れるための必要十分条件が $P(a)=0$ であることを導くという内容です。

普通であれば，$x-a$ で割ると余りが定数になることから，$P(x)=(x-a)Q(x)+R$ を式を書いておいて，この式に $x=a$ を代入して $P(a)=R$ を導出するのがわかりやすいかと思います。そして $P(x)$ が $x-a$ で割り切れるということは $R=0$ ということですから，割り切れるための必要十分条件は $P(a)=0$ であることになります。

でもそれだけでは味気ないかもしれないので，多くの先生方は例えば次のように工夫なさっていることと思います。

まず整式の具体例を出します。計算が大変にならないように 3 次式くらいがいいでしょうね。

(1) x^3+2x^2-x+4 を $x-1$ で割る計算を実際に生徒に計算させ，板書でも計算してみせる。余りは 6 になる。（計算はここでは省略します。）

(2) ここで，生徒に「この余り 6 を簡単に求める方法はないだろうか？」と問いかける。

(3) 整式の商と余りを一つの式に書く方法があったことを思い出させ，この割り算の場合について生徒から聞き出す。実際に

$$x^3+2x^2-x+4=(x-1)(x^2+3x+2)+6$$

になります。

(4) その式をよく観察させ，両辺の値が 6 になるような計算式が作れないかを生徒に見つけさせる。

(5) 「両辺に $x=1$ を代入すればよい」という発言を引き出して，検算してみる。

(6) 今の計算の一般化として剰余の定理を説明する。

蛇足ですが説明を加えておきます。

(1)の作業が必要なのは，剰余の定理や因数定理が「整式の割り算」に基づくものだという前提知識を与えるための作業です。(2)はこれから起こることの予言であり，生徒の注意を引く手段です。(3)はこれまでの知識で関係ありそうなものを生徒から出させる意味です。(4)は式を見て手段を発見させる練習です。(5)(6)は具体例から一般論への誘導です。

こういう感じで，生徒に問いかけを行い生徒から発見を引き出すような授業はよくあると思いますが，この中にアクティブラーニング(AL)は含まれているでしょうか？(鯖江高校における講演の時には，聴衆の先生方の約半分が「ある」と手を挙げました。)筆者はそれに同意いたします。こういう授業の流れの中にALの要素は含まれていると思います。理由を簡単に述べます。(1)(2)のプロセスで，生徒を「問題解決の当事者にする」ことが大事です。そのうえで先生からの誘導で「整式の割り算の等式」が引き出され，「$x=1$ を代入する」という発見が引き出されます。この過程をとおして，生徒は「問題解決に立ち会う」ことになります。この傍観者ではなく問題解決に立ち会う活動が**数学における AL** にほかなりません。

しかし，いろいろなご意見もあるかと思います。「このような授業ではクラスの生徒全員が主体的に参加するとは限らないではないか」「協働的な作業がないではないか」などです。これらのご意見も大変もっともで，そのことについては後のほうで述べたいと思います。しかし，ここまでで言いたいことは「これまでによく行われている対話型の授業にもALの要素は入っている」ということです。

§3. 主体的・協働的とは

アクティブラーニング(AL)について考察するために，いくつかの事例を紹介しましょう。

最初の事例は数学部・数学同好会のようなクラブ活動で行われている数学の勉強はALか？ということです。生徒は(自分で見つけてくることもあるでしょうが，多くは)教員からもらった題材に興味をもって調査をします。そしてそのなかから(a)自分で課題を見つけて解決を目指します。(b)問題解決のために友達と議論をすることもあるでしょう。(c)これらの活動をまとめてポスターにして文化祭で発表します。この(a)(b)(c)どれもがALだと考えられます。部活動に限らず，総合的学習の時間をつかって，「数学の調べ学習をして文化祭で発表しましょう」という活動をする先生もおられると思います。これもALであると考えられます。

こういった指導なさっている先生方から話を聞くと，初期段階では調べ学習(インターネットや本で，数学の公式や証明方法を調べる)であったとしても，問題解決の面白みを味わった生徒たちは次第に(d)自分で問題を考えて，オリジナルな(ほかの人とは違った)テーマを探すようになるそうです。カラフルなポスターを作るように促すことも課題への興味を増大させる効果があるようです。ここに挙げた(a)～(d)を授業に盛り込むことができればそれがALということになると考えられます。具体的な提案については後程いたします。

第2の事例です。小学校や中学校ではグループ学習を頻繁に行います。どの科目にもいろいろなグループ学習の事例があり，その多くはオープンエンド(結論が一つに決まらないようなテーマ)だと思います。具体的に言いますと，(e)4～6名程度のグループを作り，先生が与えたテーマについて議論を行い結論を出させる授業です。そして多くの場合は，(f)グループごとにレポートやポスターにまとめさせます。これらの活動はALであると考えられます。もちろん，このようなグループ学習を高校数学に単純に持ち込むのは難しいと思われます。(もしそれが簡単ならばすでに多くの事例が紹介され，ALがどうのこうの，などと言うまでもないからです。)理由を考えてみると，(X)高校数学では生徒の力で数学の意見を出すことが難しいということや，(Y)学力差があるとグループ学習は難しいということや，(Z)年齢的にグループ活動できない場合もあるということが挙げられると思います。(個人的意見ですが，社会人として大切な素養の一つに「グループ活動できる」というものがありますので，(Z)に関してはぜひとも生徒たちにクリアさせたい案件ではあります。)グループ学習についても後で提案いたしたいと思います。

第3の事例です。教員研修を思い浮かべてください。同じ教科の先生方が集まり，テーマを設定して授業案を提案し意見を述べ合うような研修をすることでしょう。たとえば5～6人のグループを作って，1時間かけて「ALを用いた授業案を提案する」という課題に取り組み，各グループから代表の先生に登壇して発表してもらい，参加者全体で良かった点・注意すべき点を皆で議論します。この作業は「先生にとってのALである」と言えます。つまり，大学の先生を招待して講演会を開く，というのが「座学的な授業」であるならば，「授業案をグループで提案して発表する」のはALです。

§4. ALの方法の提案

それでは，§3で挙げたような事例を踏まえながら，高校の数学(または総合的学習)の授業で数学のALを行う方法についての提案をいたしたいと思います。ここで紹介するのは次の2つのパターンです。

(その1)　調べ学習→問題設定→まとめ・発表

(その2)　実験→法則性の観察→まとめ・発表

まず最初は「調べ学習→問題設定→まとめ・発表」のパターンです。

(ステップ1)　インターネットや参考書を使って数学の話題について数名のグループごとに調べさせます。漠然と調べさせるよりも，何かテーマは絞り込んだほうがいいと思います。学習している単元に関係するようなものがあれば望ましいですが，そういうものに限らなくともよいかもしれません。文系理系の区別がないようなクラスでは，数学の歴史を調べたり古典の文献の中に出てくる数学を調べるのも非常によい題材です。

(ステップ2)　調べ学習ができたら，ポスターにまとめさせます。これもグループでの話し合いを通して作らせます。ここでは協働的な活動を要求します。(誰か一人が調べて誰か一人がポスターを作るようなことがないように指導します。)

(ステップ3)　ポスターを作る過程において，調べた内容について自分たちで新しい問題を追加するように促します。このあたりで主体的な活動を要求することになります。

(ステップ4)　小さいポスターならばコピーして配ってもよいですし，大きなポスターならば壁に貼って皆で鑑賞し合うのがよいと思います。スライドソフト(マイクロソフトのパワーポイントなど)を使って登壇発表をするのもよいと思います。

課題の案をいくつか挙げましょう。あえて参考文献は挙げません。楽しく調べてみましょう。

(案1)　百五減算から合同式への展開

百五減算とは，105までの自然数を思い浮かべてもらい，3で割った余り，5で割った余り，7で割った余りから元の数を当てる江戸時代の数当てゲームです。和算の本にも紹介されています。

(案2)　塵劫記の数当て問題

[1,3,5,7,9,11,13,15]，[2,3,6,7,10,11,14,15]，[4,5,6,7,12,13,14,15],[8,9,10,11,12,13,14,15]と書かれた4つの花の絵から，数を当てる江戸時代の遊び。2進法の考え方が使われています。

(案3)　算額に現れる図形の問題

算額とは江戸時代に流行したもので，数学の問題が解けたことを神仏に感謝し神社や仏閣に奉納したものです。高度な図形問題なども多くみられます。どの地方にも算額は多くあり，地元の資料を調べる楽しさもあるでしょう。

(案4)　方程式の解の公式の歴史を調べる

3次方程式の解の公式はカルダノの公式と言われますが，実はカルダノが見つけたものではないという驚きの歴史があります。(では，だれが見つけたのでしょうか？)また，公式の中で3乗根が現れますが，その中身が複素数になったらどのように考えるのかという点は発見当時大問題となりました。ドモアブルの公式から複素数の単元につなげることができます。

(案5)　微積分は誰が発見した？

微積分の発見者としてニュートンとライプニッツが争ったという歴史があります。また，今使われている微分の記号は，分数のようでもあり分数ではないようでもあり，誰がこのような記号を使い始めたものなのでしょうか？また，微分の定義には極限が使われますが，極限を定義したのは誰でしょうか？(実はニュートンたちよりずっと後の話です。)

(案6)　フェルマーの小定理

素数pとpの倍数ではない自然数aについて，「aの$(p-1)$乗をpで割ると1余る」という定理があり，フェルマーが見つけたと言われています。証明は少し難しいですが，$a=10$で考えると，$\frac{1}{p}$の循環小数の循環桁数と関係があります。

案1，2，3では和算を題材にした案を挙げましたが，和算や算額を取り上げることによって，数学は「楽しいもの」として江戸時代から社会生活の中に溶け込んでいたことを身をもって知ることができます。また計算が苦手な生徒でも調べ学習をとおして参加することができます。そのうえ，地元にある算額を調査することを通して社会活動としても楽しめます。

第２のパターンは「実験→法則性の観察→まとめと発表」です。

（ステップ１） まず，授業の進め方について生徒に説明します。

「数学者(数学を研究する人)がどのように法則性や公式を見つけているか知っていますか。実は，数学者はどの人よりも数学について試し計算をしているのです。つまり数学で実験しているのです。試し計算をたくさんしているから，そのなかから法則性を見つけられるのです。今日はグループに分かれて，手分けしてたくさんの試し計算をしてみましょう。そして法則性を見つけてみましょう。」

（ステップ２） ６種類の計算紙を用意します。ここは剰余の定理を題材として，次のような６種類の計算用紙を多数準備します。

「x^3+2x^2-x+4 を $x-1$ で割った余りを求めよう。」
「x^3+2x^2-x+2 を $x-1$ で割った余りを求めよう。」
「x^3+2x^2+x+4 を $x-1$ で割った余りを求めよう。」
「x^3+x^2-x+4 を $x-1$ で割った余りを求めよう。」
「x^3+2x^2-x+4 を $x-2$ で割った余りを求めよう。」
「x^3+2x^2+x+4 を $x-2$ で割った余りを求めよう。」

（ステップ３） ４～６人のグループを作り，各グループにこの６種類の紙を１枚ずつ配ります。そして，手分けして計算をさせます。

（ステップ４）「手分けして計算をしたら，計算結果に規則性や法則があるかを議論してみよう。」と促します。用紙を渡して，議論の結論をグループごとにまとめさせます。

（ステップ５） いくつかのグループに発表してもらいます。

準備段階でのポイントがあります。６種類の計算紙をどのようなものにするかが，この授業の成否を決めます。一つ一つは単純作業であることが大事です。また似たような形で少し違うものを用意します。(法則性がわかりやすいようにという配慮です。)法則性がわかりやすいもの（ここでは $x-1$ で割った余り）と法則性がわかりにくいもの（ここでは $x-2$ で割った余り）を少し混ぜておきます。

教材案としては

「２次関数のグラフを描かせて，頂点の位置を想定させる」
「内分点を数直線に書かせてその位置を想定させる」
「円に内接する四角形の内角の法則を見つけさせる」
「図からチェバの定理を見つけさせる」

など，易しい公式がなぜ成り立っているのかを自ら探すような題材が適しているように思います。

授業進行上のポイントもあります。まず生徒たちには「何かを発見することが目標である」ことを告げて，発見した内容の優劣はつけないということを前もって言っておくとよいと思います。競争をあおることもよいのですが，結局教科書を調べて答える生徒がいると面白みが半減します。グループ内で話し合うように促すことが大切です。あまりに話し合いが進んでいないようだったら，法則性の見つけ方のヒントを個別に与えてもよいでしょう。

発表させるときのポイントもあります。全部のグループに発表させることはできないと思います。(内容の重複が多いことが予想できるので，聞いているほうが飽きてしまいます。)完成度の異なるものを２～３個選び，完成度の高いものを最後に発表させます。そうすると，次回授業へのフィードバックがスムーズに行えることでしょう。

§5.「わかる」とは

どの生徒にも「数学をわかる」という経験をさせてあげられたらどんなに良いことでしょう。数学の教員はいつもそういうことを考えています。しかし，数学のわかり方は個人差が大きいのが普通であって，一般的に「先生のわかり方と生徒のわかり方は一致しない」のが面倒なところです。計算練習をさせて正しい計算ができるようになると，生徒は公式を理解できたような気になります。しかし，そこから一歩踏み込んで「自分の経験に照らし合わせてわかる」ようにさせることが，数学を好きになるきっかけになると思うのです。上に述べたような「調べ学習からの展開」や「単純計算の実験からの法則発見」という経験は生徒たちに「わかった！」という気持ちを与えることになるでしょう。アクティブラーニングは生徒に「体験した！」「わかった！」という気持ちを持たせるための一手段です。さまざまな工夫があることでしょうから，これを読んだ皆さまから教えていただけると幸いです。

（明治大学教授）