

# 製品生産システムの是非と製品のコントロールについて

わたなべ りょうご  
渡辺 了梧

## §1. はじめに

数研通信 52 号で発表した内容について、以前の題名とは大分違いますが、いささかの補充と宿題を発表させていただきたいと思います。

## §2. 本論

さて前回で  $nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$  のとき

$$nC_r = nC_{r-1} + \sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} mC_k \cdot nC_{r-k}$$

(ただし、 $n-m \geq r \geq 1, r \geq m$ )

の結論を得ましたが、これについて更に下記のようなものを考慮しました。

まず第一に上の命題の右辺の第一項  $nC_r$  を用いれば、取ってきたものを元に戻さないと、下記が定義されます。

$$P_a(n-(a-1)r, r, m) = \frac{n-(a-1)r-mC_r}{n-(a-1)rC_r} \quad (\text{定義})$$

$$= \frac{\{n-(a-1)r-m\}!(n-ar)!}{\{n-(a-1)r\}!(n-ar-m)!} \quad \dots\dots①$$

( $n, m, r, a$  は自然数で  $n-ar-m \geq 0$  を満たすと、次の一般事項が成立する。

$$P_1, P_2, P_3, \dots, P_{a-1}, P_a \left(1 \leq a \leq \frac{n-m}{r}\right)$$

$$P = P_1 P_2 P_3 \dots P_{a-1} P_a \quad \dots\dots② \text{ とおくと}$$

$$P = \frac{(n-m)!(n-ar)!}{n!(n-ar-m)!} = \frac{mC_0 \cdot n-mC_{ar}}{aC_{ar}}$$

(証明)

$$P = P_1 P_2 P_3 \dots P_{a-1} P_a$$

$$= \frac{(n-m)!(n-r)!}{n!(n-r-m)!} \cdot \frac{(n-r-m)!(n-2r)!}{(n-r)!(n-2r-m)!}$$

$$\dots\dots \frac{\{n-(a-2)r-m\}!(n-(a-1)r)!}{\{n-(a-2)r\}!(n-(a-1)r-m)!}$$

$$\frac{\{n-(a-1)r-m\}!(n-ar)!}{\{n-(a-1)r\}!(n-ar-m)!}$$

$$= \frac{(n-m)!(n-ar)!}{n!(n-ar-m)!} = \frac{mC_0 \cdot n-mC_{ar}}{nC_{ar}} \quad \dots\dots③$$

③は  $n$  個の中に  $m$  個の特別なものがあつた場合、 $n$  個の中から  $r$  個を  $a$  回取って来たとき、特別なものを 1 個も取ってこない確率を示している。

よって  $\bar{P} = 1 - P$  とすれば、これは  $m$  個の中の特別なものを少なくとも 1 個取って来る確率となる。したがって、 $P \leq \epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ) なる  $\epsilon$  を決めれば、 $r$  と  $a$  を操作することにより  $m$  個が決まり、それは生産設備の不備なのか、あるいは生産設備がこれ以上改善不可能(あるいは資金面で)であれば、この設備で生産した製品のリスクが前もってわかることになり、対応がすばやく取れるようになると考えられる。次に例として下記を示します。

今  $n=100, m=5, r=10, a=5$  として③に代入

$$P = \frac{(100-5)!}{100!} \cdot \frac{(100-50)!}{(100-50-5)!}$$

$$= \frac{1}{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96} \cdot \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46}{1}$$

$$= \frac{254251200}{9034502400} = 0.028 \quad (\text{以下の小数はカット})$$

$\therefore \bar{P} = 1 - 0.028 = 0.972$  すなわち、

$\epsilon = 0.972$  として、 $r=10, a=5$  で少なくとも 1 個の不良品が取り出されれば 100 個の製品の中に 5 個ぐらいの不良品が 97.2% の確率であることになる。

## §3. おわりに

ここで大切な事は、 $m$  は特別なものであって、必ずしも悪い物とか良い物とか恣意的に指定していないことである。したがって、調査の種類によっては応用の範囲が案外広いものと考えられる。

(元 青森県立八戸中央高等学校)