

数学の教科書につきましては、日頃からいろいろなご指摘やご要望をいただいております。別のコーナーでは、お寄せいただきましたご質問につきまして、編集部からの回答をQ & A形式に掲載させていただいておりますが、ここでは改訂版数学 I, 数学 A の教科書を編集した際の検討事項や課題につきまして、ご案内したいと思います。

■ 発展とは

早いもので、新課程が始まってから4年目となりまして、今年是新課程初めての大学入学試験が実施されました。教科書は、改訂版数学 I, 数学 A の検定が終わり、その見本がすでに完成しております。

今回の学習指導要領は、すでに1度改訂されており、学習指導要領の範囲を超えた内容を「発展」として教科書で取り上げることが認められました。高校では数学Ⅲの教科書から認められましたので、各社の数学Ⅲの教科書では、微分方程式に代表される「発展」が取り上げられているようです。「発展」の名称は中学、高校の教科書すべてに共通です。

「発展」として取り上げることが認められた内容には、以下のようなものがあります。いずれも、すべての生徒を対象とする内容ではありません。

1. 学習指導要領の範囲外の内容

学習指導要領の中で扱えないことがはっきりと明示されているもので、「はどめ規定」と呼ばれるものも含まれます。

2. 直後に続く科目の内容の先取り

例えば、数学Ⅲの内容の一部を数学Ⅱで「発展」として取り上げることができます。

この「発展」の扱いが緩やかになったために、今回の改訂版の教科書は、どのような内容を「発展」として取り上げるかがその特色を左右する、と言っても過言ではないようです。ただ、注意しなければならないのは、「発展」は学習指導要領の範囲外の内容であることには変わりがないので、入学試験問題の内容としては取り上げにくいということです。

また、まともに「発展」を授業で取り上げて指導すると、授業時間数への影響を無視できなくなる危険性もはらんでいます。

さて、「発展」はすべての教科書に共通な名称で、そこで扱う内容も限定されていますが、教科書には「発展」以外に「研究」「コラム」のようなものもあります。数研出版の数学の教科書でも、このタイトルを使っていますが、次のような方針で取り上げております。

「研究」は、教科書の本文で扱うにはややレベルが高い内容ですが、従来から学習指導要領の範囲内として認められているものです。したがって、他の教科書では本文で扱われている場合があります。

「コラム」にはきちんとした規定がないように思われますが、入試で出題される可能性がまったくなければ、レベルの高い内容でも、掲載が認められるようです。

(1) 中学校教科書で扱われている発展

中学校の改訂版の教科書でも、もちろん「発展」が多く扱われています。その内容を知っておくことは、指導される上でも価値があると思います。主なものは次のような内容が扱われています。

置き換えによる展開, 因数分解

有理数, 無理数(背理法)

連立3元1次方程式, 2次方程式の解の公式

放物線と直線の交点

余事象の確率, 三角形の重心

円に内接する四角形の性質, 接弦定理

不等式も一部の教科書で扱われています。これらはどれも数学 I, 数学 A で扱われる内容です。

(2) 数学 I の発展

数学 I では、以下のような内容があります。

やや複雑な因数分解

本文では3次までの多項式の因数分解が認められています。「発展」では4次以上の多項式の因数分解を扱うことになります。

2重根号

就職試験にもよく出題されるとのことで、必ず掲載要望が寄せられる内容です。

放物線と直線の共有点

本文では、放物線と x 軸の共有点の座標を求める問題しか認められていません。一般の直線との共有点の座標を求めることは、1次と2次の連立方程式になるとの理由により、数学Iでの扱いは認められていません。数学IIの定積分の応用として、放物線と直線で囲まれる部分の面積を求める際に指導すればよいとの方針のようでした。

ヘロンの公式

三角形の面積を3辺の長さで表した公式ですが、旧過程でも数学Iでは学習指導要領の範囲外でした。しかし、ちょっとおかしな事例ですが、旧過程の数学Aの内容としてなら公式の掲載を認められた実績があるようです。

以上の内容は、弊社の2シリーズの教科書で取り上げたものですが、これら以外に、次のような内容も考えられます。

一般の2次と1次の連立方程式

放物線と一般の直線の共有点の座標を求める際に、2次と1次の連立方程式の解法を扱いますが、どちらも $y=$ の形をした特殊な連立方程式です。一般の場合は、数学IIの円と直線の共有点の座標を求める際に登場します。

2次方程式の判別式

この用語は数学IIの用語であり、記号 D も数学IIの内容です。したがって、先取りということでは、「発展」で取り上げることが可能です。この種の内容としては他にも、解と係数の関係があります。これを使うと、簡単に解ける問題も数学Iにはあるからです。しかし、これらを数学Iの「発展」で取り上げると、生徒には紛らわしいかもしれません。

三角比を含む等式から三角形の形状決定

これは、旧過程から数学Iの教科書で扱えなくなった内容です。その理由は、実ははっきりしていません。数学Aに「数と式」の内容が移ったからという理由だったかもしれません。したがって、現行過程なら本文で取り上げることができる可能性はあるでしょう。

次の内容は、旧過程では学習指導要領の範囲外でしたが、今回本文での扱いが認められました。

一般の連立3元1次方程式

数学Iでは、グラフの通る3点の座標から2次関数を決定する際に、係数に関する連立3元1次方程式の解法を扱いますが、これは c の係数が1である特殊な連立3元1次方程式です。一般の連立3元1次方程式は、数学IIの円の方程式の決定で登場しますが、そこでも連立3元1次方程式を解く演習そのものを扱う場面はありませんでした。

(3) 数学Aの発展

数学Iに比べると、内容的には少なくなりますが、以下のような内容が考えられます。

3つの集合の要素の個数

3つの集合の和集合、共通部分を表す記号は本文で扱えますが、個数の関係を表す等式は「発展」の内容になります。

重複組合せ

内容的には範囲外ではないと言われています。しかし、用語および記号を扱うとなると、「発展」扱いでないと認められないようです。

積事象の確率

数学Cで扱われる確率の乗法定理の内容です。条件つき確率も含まれます。できれば、数学Aで取り上げておきたい内容といえます。

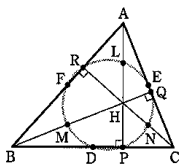
三角形の九点円

三角形の傍心の用語は数学Aの範囲外です。傍心を含めた九点を通る円が存在するという、いわゆる三角形の九点円の内容です。旧過程の数学Aでも本文外で扱われていました。

以上の内容のうち、弊社の上レベルの教科書では「積事象の確率」を「発展」で取り上げています。また、「重複組合せ」については、用語と記号までは出せませんでしたが、内容は「研究」で取り上げるようにしました。

■ 改訂版教科書の編集方針

これまで、「発展」の候補について述べてきましたが、「発展」の取り上げ方も含めて、改訂版の教科



書を編集する上で、留意した点についてご説明したいと思います。

今回の学習指導要領の特徴は、数学Ⅰが3単位に対して内容は薄く、数学Aおよび数学Ⅱは単位数に対して内容が多いということです。さらに、全体の授業時間数の減少、生徒の計算力・学習意欲の低下という状況もあります。そのため、従来のような予定で教科書が進まないとの状況報告が多く寄せられておりました。

また、今回は数学Ⅰおよび数学Aに、これまで中学校で扱われていた内容が移行されてきて、その指導に戸惑ったとの報告も多数いただきました。とくに、数学Aの「平面図形」は、教科書の内容が証明ばかりで、「とても授業が進めづかった」、「生徒の反応も鈍かった」など、決して教科書内容の評判はよいと言えるものではありませんでした。また、数学Aの「平面図形」を指導しないまま数学Bの「平面ベクトル」を指導されるケースも多く、「内分、外分の用語を指導していないから、数学Bの章の配列は数列を先にしてほしい」との要望が少なからず寄せられたことは、我々の想定外でありました。

以上のような状況により、「発展」をあまり多く扱うと授業の進行に及ぼす影響が少なくはないだろうから、教科書では本当に価値のある内容に限って「発展」で扱うようにしようと決断いたしました。また、教科書に寄せられた多くのご意見・ご要望にはできる限りお応えしたいとの信念のもと、編集を続けてまいりました。ようやく、この4月から改訂版の教科書見本が公開されております。

(1) 改訂版数学Ⅰの特色

細かな特色は、パンフレットなどに掲載されておりますので省略いたしますが、ここでは文科省の検定が及ぼした特色をご紹介します。

大きな特色は2つあります。1つは2次方程式の判別式の記号 D の扱い方、もう1つは三角形の内接円の扱い方です。

今回は、判別式の記号 D の扱い方について、前回よりも慎重な(厳しい)意見がつかしました。この記号は数学Ⅱで扱う記号ですから、本来なら数学Ⅰで扱えません。しかし、むしろこの記号を数学Ⅰで積極的に用いることを認めようとしたのが検定段階の方針のようでした。では、用語を出さなければ自

由に使えるかというそうではないので、我々も困惑したのが実情です。

検定での方針はというと、この記号 D を用いるときは、その意味するところを必ず断る必要があります、そのつど断るならば利用することができるということです。初版のときは、 $D=b^2-4ac$ と毎回定義する必要があります。また a 、 b 、 c が何を表すのかを定義してから D を使う必要があるということでした。すると、文字係数を含む2次方程式や2次関数では、 $a=2$ 、 $b=m$ 、 $c=m-1$ のように定義してから、 $D=b^2-4ac$ を計算しなければなりません。これでは、実用的とはいえません。例えば、2次方程式

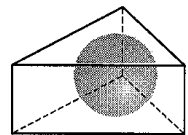
$$ax^2+(b+1)x+2a=0$$

を考えたら、文字の置き換えがおかしなことになることがわかります。ただ、これは教科書上の制約なので、授業でどのように指導するかは先生方の自由です。弊社の教科書では、初版でもこのように文字を置き換えるような扱いはしないことにしました。今回は $D=b^2-4ac$ を積極的に扱うことは他社と同じ方針と思われそうですが、文字の置き換えは避けるようにしました。補助的な解説は補っています。

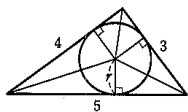
次に、三角形の内接円ですが、この内容は数学Aの内容なので数学Ⅰで取り上げることはできないという検定結果になりました。これは、初版のときと同じ結果ではありますが、白表紙段階ではあえて取り上げてみました。三角形の面積を内接円の半径と3辺の長さで表す公式は決して難しいものでもなく、中学レベルの内容です。しかし、「三角形の内接円」の用語を扱うことはいつい認められず、「三角形に内接する円」と記述しても、取り上げる必然性がない場合は扱うことは認められないという検定の方針は、今回も貫かれました。初版のときに弊社がとった対応策は、次のような問題にして、扱う必然性を認めてもらうという方針でした。

[問題]

三角柱に、直径が三角柱の高さに等しい球が内接している。三角柱の底面は、3辺の長さが3、4、5の直角三角形である。三角柱の表面積を S_1 、球の表面積を S_2 とすると、 $S_1:S_2$ を求めよ。



この問題では、球の中心を通り、底面に平行な平面で三角柱を切ると、右の図のように、切り口として三角形に内接する円が現れるので、必然性を満たすことが認められました。



この問題は、これまで教科書で取り上げられたことではなく、オリジナルの問題です。

さらに、三角柱の体積を V_1 、球の体積を V_2 とするとき、 $V_1 : V_2 = S_1 : S_2$ が成り立つという面白い事実が示されます。これは、円柱に内接する球の場合と同じ結果になります。

(2) 改訂版数学Aの特色

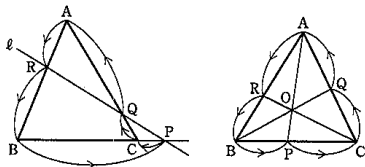
数学Aについては、検定であまり特徴的なことはありませんでした。面白い意見としては、数学Iで取り上げている絶対値の記号、不等式の用語、また指数法則 $(ab)^n = a^n b^n$ などを説明なしに教科書で使うことは認めないということでした。これらについては、説明を補足せざるをえませんでした。紙面の都合で、不等式の用語だけは出すことができませんでした。「次の不等式が成り立つことを示せ」という設問文を「次のことが成り立つことを示せ」というように記述して認められました。

さて、初版の数学Aの教科書の内容で話題となったものがあります。それは、平面図形でチェバの定理、メネラウスの定理を取り上げる価値についてです。新学習指導要領が発表される前の説明会のときに、「チェバの定理、メネラウスの定理の扱いは認められるか」という質問に、「何ともいえない。扱いたいなら扱ってみてはどうか」と検定調査官に発言を避けられた経緯があります。そのときの状況からすると、おそらく認められないだろうというのが大方の予想でした。しかし、結果的には扱いが認められた教科書がありました。

この2つの定理は、旧過程の数学Aの平面幾何では中心的な位置づけにありましたが、今回の平面図形は、中学から移行されてきた内容の補充が中心と考えられました。また、数学Aの単位数が2単位であることからしても、平面図形であり多くの内容は扱えないだろうとも考えていました。さらに、大学の著者は「これらの定理を使うような問題を、大学入試で出題するとは考えにくい。」という見解で

一致しておりました。大学入試センター試験でも、主要な教科書が扱っていない内容は、受験生の不公平が生じないようにするためにも取り上げない方針のようです。

しかし、チェバの定理、メネラウスの定理は、どちらも知っていて損のない定理であることは認めません。そこで、弊社の改訂版では、本文の扱いはなく、「研究」または節末、章末問題で紹介することにしました。これにより、大学入試センター試験にも出題される可能性は高まったかもしれません。



■ 今後の課題

最近、寄せられている先生方のご報告には、生徒の状況について驚くものが少なくありません。また、これまではほとんど寄せられなかったようなご意見やご指摘も増えております。教科書の内容に対して多く寄せられるご質問につきましては、今後もQ&A形式で取り上げていきたいと考えております。

教科書は、どのような内容にしても、すべての先生、生徒に満足してもらえるようにはならないものと理解しております。また、そのときには少数意見であっても、将来的には価値あるご意見、ご指摘もあるかも知れません。それらをどのように取捨選択すべきかが今後の課題と考えております。教科書をより良い内容にして、少しでも生徒さんの学力向上、先生がたのご指導の一助になれば幸いです。

今後ともどうぞよろしくお願いたします。