

教科書の内容に関するQ&A

常日頃、先生方から教科書につきましていろいろなご質問をいただいております。前号に引き続きこのコーナーでは、お寄せいただきましたご質問の中から、主なものにつきまして、編集部からの回答をQ&A形式で掲載させていただきました。今回は、

用語・記号、解答の書き方、端点の扱い方について、取り扱いました。

■用語・記号について

Q.1

これまで「整式」という用語が用いられていましたが、今回「多項式」に変更されているのはなぜでしょうか。

Ans.1 従前の教科書では、単項式を多項式に含めず、「単項式と多項式を合わせて整式という」という形で「整式」を定義し、そのあとは「整式」という用語を用いて展開しておりました。これは、従前の学習指導要領では

(1) 数と式

イ 式

(ア) 整式

(イ) 等式と不等式

となっていました、「整式」という用語が学習指導要領で用いられていたことによります。

しかし、現行の学習指導要領の数学Ⅰでは

(1) 方程式と不等式

ア 数と式

(ア) 実数

(イ) 式の展開と因数分解

となっていました、この文言から、ここで無理に「整式」という用語を用いなくてもよいのではないかと思われました。

また、岩波書店発行の数学事典では、単項式をただ1つの項からなる多項式と説明しており、単項式と多項式を区別していません。そして、「整式」という用語は説明されていません。

数学の専門書では「多項式」という用語が用いられていることや、単項式は多項式において項が1つの場合であるという立場に立った扱いにしたいという

著者の先生方の強いご意向により、今回「多項式」を主に使うように致しました。しかし、従前の教科書では「整式」という用語が使われていたことを考えますと、この用語も扱っておく方がよいと考え、最初の用語の定義のところでは、「多項式を整式ともいう」との説明も載せております。

Q.2

これまで、空集合はギリシア文字 ϕ で表されていましたが、今回、空集合の記号がのに変更されているのはなぜでしょうか。

Ans.2 空集合の記号は、ギリシア文字 ϕ を用いているもの、零「0」に斜線が入った形のもの、円を少し横に潰した形に斜線を入れたものなど、本によつて様々な形が用いられております。すなわち、空集合の記号は、マルに斜線が入った形であればよく、マルの形についての決まりはないようです。そのため、弊社発行の教科書、問題集、参考書などでも、従来いろいろな形の記号が使われており、統一されておりませんでした。

今回、記号を統一すべきではないかと考え、新しい活字を作成して入れました。

形は、教科書の著者の先生のご意向により、円に斜線を入れた形にしました。外国の書物などでも、この形になっているものが多いようです。

■解答の書き方について

Q.3

最大値・最小値を求める問題で、問題文に「最大・最小になるときの x の値を求めよ」と記載されていない場合は、解答に x の値を書く必要はないのではないかでしょうか。

Ans.3 問題文に「最大・最小になるときの x の値を求めよ」と記載されていない場合は、解答に x の値を書く必要はないという考え方ができると思います。

しかし、最大値や最小値を求めさせる多くの問題では、端点や極値をとる x の値を先に求めてから、それに対応する y の値を求め、最大値や最小値を決定します。

また、大学の先生方に、入試の解答についての対応をお聞きしたところ、答えの数値のみを聞いているのではなく、計算過程や推論過程まで採点対象になっている場合、ごく一部の例外を除いては、最大値、最小値をとる x の値が曖昧ならば、減点対象になるでしょうとのことでした。論述である以上は、そういう点が大事なチェックポイントになると思います。

よって、教科書では、最大値・最小値を求める問題では、問題文に「そのときの x の値を求めよ」となくとも、解答の中で「 $x=\dots$ で最大値……をとる」と明記する形で解答を書くようにしております。 x の値を求めるのに複雑な計算が必要になったり、高等学校の数学の範囲では x の値が求まらないような特殊な問題を除いて、この種の問題では、解答で x の値も明記しておく習慣を生徒さんにつけさせることも大切ではないでしょうか。

■端点の扱いについて

[Q.4]

関数において、単調に増加、単調に減少する区間に等号を入れて、端点も含めているのはなぜでしょうか。

Ans.4 数学IIでは、

ある区間で常に $f'(x) > 0$ ならば、 $f(x)$ はその区間で単調に増加する

ある区間で常に $f'(x) < 0$ ならば、 $f(x)$ はその区間で単調に減少する

と表現されており、「その区間」がどのような区間か明確に書かれていません。

また、数学IIの段階では、単調に増加、単調に減少を定義していない教科書もあります。

そのためか、増減表を示すだけで区間を明記していない教科書や、区間を開区间にしている教科書もあるようです。

しかし、数学IIの教科書で単調に増加、単調に減少を厳密に定義し、単調に増加、あるいは減少する区間を明記している以上は、以下の理由により、その区間は、端点も含めて答えるようにしております。例えば、単調に増加は

関数 $f(x)$ において、ある区間の任意の値 u, v について、 $u < v$ ならば $f(u) < f(v)$ が成り立つとき、 $f(x)$ はその区間で単調に増加するというと定義されており、 u または v が端点でも

$u < v$ ならば $f(u) < f(v)$

が成り立ちますので、端点も含めた区間を答えとする方が定義に忠実な考え方ではないかと思われます。また、数学IIで端点も含めて考えることのメリットは、数学IIIの扱い、すなわち

区間 (a, b) で常に $f'(x) > 0$ ならば、 $f(x)$ は閉区間 $[a, b]$ で単調に増加する

と一致することです。数学IIIでは、端点を含めて答えるのが普通です。なお、数学IIIではこのことを平均値の定理を用いて証明しています。