

数学 I・A 第 4 問

(1) 右の計算から $99x = 234$

$$\text{よって } x = \frac{234}{99} = \frac{\overset{\text{アイ}}{26}}{\underset{\text{ウエ}}{11}}$$

$$\begin{array}{r} 100x = 236.3636 \dots\dots \\ -) \quad x = 2.3636 \dots\dots \\ \hline 99x = 234 \end{array}$$

(2) 右の計算から

$$\begin{aligned} 48y &= 2ab_{(7)} - 2_{(7)} = 7^2 \times 2 + 7 \times a + b - 2 \\ &= 96 + 7 \times a + b \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 49y = 2ab.abab \dots\dots_{(7)} \\ -) \quad y = 2.abab \dots\dots_{(7)} \\ \hline 48y = 2ab_{(7)} - 2_{(7)} \end{array}$$

$$\text{よって } y = \frac{\overset{\text{オカ}}{96} + 7 \times a + b}{\underset{\text{キク}}{48}}$$

(i) $y = \frac{96 + 7a + b}{48} = \frac{8 + \frac{7a + b}{12}}{4}$ であるから、 y が、分子が奇数で分母が 4 である分

数で表されるとき、 $7a + b$ は 12 の奇数倍である。

ここで、 a と b は 0 以上 6 以下の異なる整数であるから $1 \leq 7a + b \leq 47$

よって $7a + b = 12, 36$

したがって $y = \frac{\overset{\text{ケ}}{9}}{4}$ または $y = \frac{\overset{\text{コサ}}{11}}{4}$

$y = \frac{11}{4}$ のとき $7 \times a + b = \overset{\text{シス}}{36}$

これを満たす 0 以上 6 以下の異なる整数 a, b の組は $a = \overset{\text{セ}}{5}, b = \overset{\text{ソ}}{1}$

(ii) $y - 2 = \frac{7a + b}{48}$ であるから、 $y - 2$ が、分子が 1 で分母が 2 以上の整数である分数

で表されるとき、 $7a + b$ は 48 の正の約数のうち、48 を除いたものである。

48 の、48 以外の正の約数 l は $l = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24$

$7a + b = l$ について、各 l に対する 0 以上 6 以下の整数解 a, b の組は、次のようになる。

$l = 1$ のとき	$a = 0, b = 1$	$l = 2$ のとき	$a = 0, b = 2$
$l = 3$ のとき	$a = 0, b = 3$	$l = 4$ のとき	$a = 0, b = 4$
$l = 6$ のとき	$a = 0, b = 6$	$l = 8$ のとき	$a = 1, b = 1$
$l = 12$ のとき	$a = 1, b = 5$	$l = 16$ のとき	$a = 2, b = 2$
$l = 24$ のとき	$a = 3, b = 3$		

これらのうち、 a と b が異なるという条件を満たす l は 6 個であるから、 y の個数も 6 個である。

参考 1 つの有理数 y に対して、 y の 7 進数表示 $2.\dot{a}\dot{b}_{(7)}$ における 0 以上 6 以下の整数 a, b の組は、ただ 1 通りに定まる。