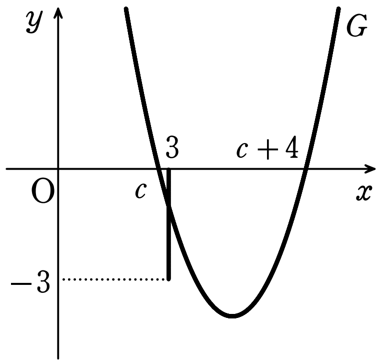
数学Ⅰ・A　第１問〔3〕

(1)　G は $y=x^2$ のグラフを 2 点 $(c,\ 0)$，$(c+4,\ 0)$ を通るように平行移動したグラフであるから，G をグラフにもつ 2 次関数は

$$y=(x-c)\{x-(c+4)\}$$
$$=x^2-(2c+4)x+c(c+4)$$
$$=x^2-2(c+{}^{ツ}2)x+c(c+{}^{テ}4)$$

$f(x)=x^2-2(c+2)x+c(c+4)$ とおく。



2 点 $(3,\ 0)$，$(3,\ -3)$ を両端とする線分と G が共有点をもつとき　　$-3\leqq f(3)\leqq 0$

$f(3)=3^2-2(c+2)\cdot 3+c(c+4)=c^2-2c-3$ であるから　　$-3\leqq c^2-2c-3\leqq 0$

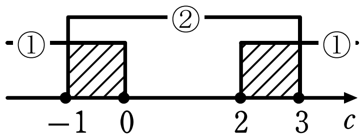
$c^2-2c-3\geqq -3$ から　　$c^2-2c\geqq 0$

すなわち　　$c(c-2)\geqq 0$

よって　　$c\leqq 0$，$2\leqq c$　……①

$c^2-2c-3\leqq 0$ から　　$(c+1)(c-3)\leqq 0$

よって　　$-1\leqq c\leqq 3$　……②



①，② の共通範囲を求めて

$$-{}^{ト}1\leqq c\leqq {}^{ナ}0,\ {}^{ニ}2\leqq c\leqq {}^{ヌ}3$$

(2)　G が点 $(3,\ -1)$ を通るとき　　$c^2-2c-3=-1$

すなわち　　$c^2-2c-2=0$

これを解くと　　$c=1\pm\sqrt{3}$

$2\leqq c\leqq 3$ であるから　　$c=1+\sqrt{3}$

このとき　　$y=x^2-2(c+2)x+c(c+4)=\{x-(c+2)\}^2-4$

$$=\{x-(1+\sqrt{3}+2)\}^2-4=\{x-(3+\sqrt{3})\}^2-4$$

よって，G は 2 次関数 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に ${}^{ネ}3+\sqrt{{}^{ノ}3}$，y 軸方向に ${}^{ハヒ}-4$ だけ平行移動したものである。

また，G と y 軸との交点の y 座標は

$$c(c+4)=(1+\sqrt{3})(1+\sqrt{3}+4)={}^{フ}8+{}^{ヘ}6\sqrt{{}^{ホ}3}$$