数学Ⅱ・B　第 5 問

(1)　確率変数 X の分散について，$\{\sigma(X)\}^2=E(X^2)-\{E(X)\}^2$ が成り立つから

$$5^2=E(X^2)-(-7)^2 \qquad \text{よって} \quad E(X^2)={}^{アイ}74$$

$W=1000X$ とすると

$$E(W)=E(1000X)=1000E(X)=1000\cdot(-7)=-7\times10^{{}^{ウ}3}$$

$$V(W)=V(1000X)=1000^2V(X)=1000^2\cdot\{\sigma(X)\}^2=1000^2\cdot5^2=5^{{}^{エ}2}\cdot10^{{}^{オ}6}$$

(2)　$X\geqq0$ から　$\dfrac{X+7}{5}\geqq\dfrac{0+7}{5}=1.4$

よって　$P(X\geqq0)=P\left(\dfrac{X+7}{5}\geqq{}^{カ}1.{}^{キ}4\right)$

ここで，X が正規分布 $N(-7,\ 5^2)$ に従うから，確率変数 $\dfrac{X-E(X)}{\sigma(X)}=\dfrac{X+7}{5}$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$Z=\dfrac{X+7}{5}$ とすると，正規分布表より

$$P(Z\geqq1.4)=0.5-P(0\leqq Z\leqq1.4)=0.5-0.4192=0.0808$$

小数第 3 位を四捨五入して　$P(Z\geqq1.4)=0.{}^{クケ}08$

これが，物質 A の量が減少しない確率 $P(X\geqq0)$ である。

よって，確率変数 M は二項分布 $B(50,\ 0.08)$ に従うから

$$E(M)=50\cdot0.08={}^{コ}4.{}^{サ}0$$

$$\sigma(M)=\sqrt{50\cdot0.08\cdot(1-0.08)}=\sqrt{4.0\cdot0.92}=\sqrt{3.68}$$

根号内の小数第 2 位を四捨五入して　$\sigma(M)=\sqrt{{}^{シ}3.{}^{ス}7}$

(3)　標本平均 $\overline{Y}$ の標準偏差は　$\sigma(\overline{Y})=\dfrac{6}{\sqrt{100}}={}^{セ}0.{}^{ソ}6$

よって，確率変数 $Z=\dfrac{\overline{Y}-m}{0.6}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うから，正規分布表より　$P(|Z|\leqq1.64)=2P(0\leqq Z\leqq1.64)=2\cdot0.4495=0.899$

小数第 3 位を四捨五入して　$P(|Z|\leqq1.64)=0.{}^{タチ}90$

ここで，$|Z|\leqq1.64$ から　$\left|\dfrac{\overline{Y}-m}{0.6}\right|\leqq1.64$　　すなわち　$|\overline{Y}-m|\leqq0.984$

よって　$-0.984\leqq\overline{Y}-m\leqq0.984$　　ゆえに　$\overline{Y}-0.984\leqq m\leqq\overline{Y}+0.984$

したがって　$P(\overline{Y}-0.984\leqq m\leqq\overline{Y}+0.984)=0.90$

これは，母平均 m に対する信頼度 90 % の信頼区間が $\overline{Y}-0.984\leqq m\leqq\overline{Y}+0.984$ であることを表している。

$\overline{Y}=-10.2$ を代入して　$-11.184\leqq m\leqq-9.216$

小数第 2 位をそれぞれ四捨五入して　$-11.2\leqq m\leqq-9.2$　（ツ ②）