

数学 I・A 第 2 問〔2〕

(1) 図 1 より, 2013 年の開花日の最大値は 135 以上である。

よって, 2013 年のヒストグラムは ソ ③

図 1 より, 2017 年の開花日の最大値は 120 以上 125 未満である。

よって, 2017 年のヒストグラムは タ ④

(2) ① 図 3 より, モンシロチョウの初見日の最小値はツバメの初見日の最小値と同じである。

よって, 正しい。

② 図 3 より, モンシロチョウの初見日の最大値はツバメの初見日の最大値より大きい。

よって, 正しい。

③ 図 3 より, モンシロチョウの初見日の中央値はツバメの初見日の中央値より大きい。

よって, 正しい。

④ 図 3 より, モンシロチョウの初見日の四分位範囲はおよそ $104 - 84 = 20$ (日)

ツバメの初見日の四分位範囲はおよそ $97 - 88 = 9$ (日)

したがって, モンシロチョウの初見日の四分位範囲はツバメの初見日の四分位範囲の 3 倍より小さい。

よって, 正しい。

⑤ モンシロチョウの初見日の四分位範囲はおよそ 20 日であり, 15 日より大きい。

よって, 正しくない。

⑥ ツバメの初見日の四分位範囲はおよそ 9 日であり, 15 日以下である。

よって, 正しい。

⑦ 図 4 において, 原点を通り傾き 1 の直線 (実線) 上にある点が, モンシロチョウとツバメの初見日が同じ所を表している。

重なった点を考慮すると実線上に少なくとも 4 点あるから, モンシロチョウとツバメの初見日が同じ所は少なくとも 4 地点ある。

よって, 正しい。

⑧ 図 4 において, 破線は切片が -15 および 15 で傾きが 1 の直線である。

モンシロチョウの初見日を X , ツバメの初見日を Y とおくと, 2 本の破線の方程式は $Y = X + 15$, $Y = X - 15$ と書ける。

図 4 において, 直線 $Y = X + 15$ の上側の部分に点があるから, その座標を (x, y) とおくと $y > x + 15$ すなわち $y - x > 15$

したがって, モンシロチョウの初見日とツバメの初見日の差が 15 日より大きい地点がある。

よって, 正しくない。

以上から チ ④, ソ ⑦ (または チ ⑦, ソ ④)

(3) X の偏差 $x_1 - \bar{x}$, $x_2 - \bar{x}$, \dots , $x_n - \bar{x}$ の平均値は 0 (㉞)

また、各 x_i に対して $x'_i = \frac{1}{s}x_i - \frac{\bar{x}}{s}$ と書けるから、データ X' の平均値を \bar{x}' 、標準偏差を s' とすると

$$\bar{x}' = \frac{1}{s}\bar{x} - \frac{\bar{x}}{s} = 0 \quad (\text{ト } \textcircled{0})$$

$s > 0$ であるから $s' = \left| \frac{1}{s} \right| s = 1$ (ナ ㉟)

また、 M' と T' の散布図を考える。

変換 $x'_i = \frac{1}{s}x_i - \frac{\bar{x}}{s}$ において、 $\frac{1}{s} > 0$ であるから、変換後の散布図は、変換前の散布図を縦、横に拡大、縮小および平行移動したものである。

よって、㉠、㉢ は適さない。

また、㉞ において、散布図上のすべての点は M' 、 T' とともに -1 から 1 の間にある。したがって、 M' 、 T' とともに偏差の平方の平均値、すなわち分散が 1 より小さくなり、標準偏差も 1 より小さくなるから、㉞ は適さない。

以上から = ㉡

【参考】 (偏差の平均値)

一般に、データ X の偏差 $x_1 - \bar{x}$, $x_2 - \bar{x}$, \dots , $x_n - \bar{x}$ の平均値は、次の計算からわかるように常に 0 になる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{n}\{(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x})\} &= \frac{1}{n}\{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - n\bar{x}\} \\ &= \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - \bar{x} = \bar{x} - \bar{x} = 0 \end{aligned}$$

【参考】 (標準化)

一般に、各 x_i について $x'_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$ と変換することで、変換後のデータの平均値を 0 、標準偏差を 1 にすることができる。この操作を標準化という。