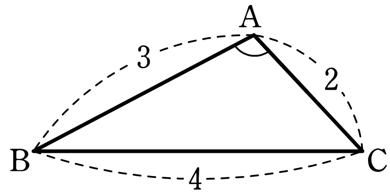
数学Ⅰ･A 第 2 問〔1〕

△ABC において，余弦定理により



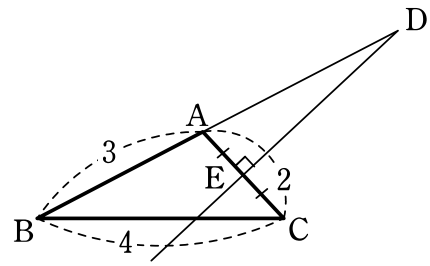
$$\cos\angle \mathrm{BAC}=\frac{\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2-\mathrm{BC}^2}{2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}}=\frac{3^2+2^2-4^2}{2\cdot3\cdot2}$$

$$=\frac{-3}{2\cdot3\cdot2}=\frac{{}^{\text{アイ}}-1}{{}^{\text{ウ}}4}$$

$\cos\angle \mathrm{BAC}<0$ であるから，$\angle \mathrm{BAC}$ は鈍角である。　(エ ②)

また　$\sin\angle \mathrm{BAC}=\sqrt{1-\cos^2\angle \mathrm{BAC}}=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{{}^{\text{オカ}}15}}{{}^{\text{キ}}4}$

ここで，線分 AC の垂直二等分線と直線 AB の交点を D とすると，$\angle \mathrm{BAC}$ は鈍角であるから，D は辺 AB の A を越える延長線上にある。



よって　$\cos\angle \mathrm{CAD}=\cos(180^\circ-\angle \mathrm{BAC})$

$$=-\cos\angle \mathrm{BAC}$$

$$=\frac{{}^{\text{ク}}1}{{}^{\text{ケ}}4}\quad\cdots\cdots①$$

AC の中点を E とすると　$\mathrm{AE}=\frac{1}{2}\mathrm{AC}=\frac{1}{2}\cdot2=1$

また，直角三角形 AED において　$\cos\angle \mathrm{EAD}=\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AD}}=\frac{1}{\mathrm{AD}}$

① より，$\cos\angle \mathrm{EAD}=\frac{1}{4}$ であるから　$\frac{1}{\mathrm{AD}}=\frac{1}{4}$　よって　$\mathrm{AD}={}^{\text{コ}}4$

$\sin\angle \mathrm{CAD}=\sin(180^\circ-\angle \mathrm{BAC})=\sin\angle \mathrm{BAC}=\frac{\sqrt{15}}{4}$ であるから

$$\triangle \mathrm{DBC}=\triangle \mathrm{ABC}+\triangle \mathrm{ACD}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\sin\angle \mathrm{BAC}$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AC}\cdot\mathrm{AD}\sin\angle \mathrm{CAD}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot3\cdot2\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}+\frac{1}{2}\cdot2\cdot4\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot2\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}(3+4)=\frac{{}^{\text{サ}}7\sqrt{{}^{\text{シス}}15}}{{}^{\text{セ}}4}$$